

▶ 全国教育科学“十五”规划课题

自主·合作·探究

配人教实验版

新课程

XUE XI YU PING JIA

学习与评价

⇒⇒ ⇒..... 数 学 8 年级下

“素质教育目标体系与评价机制研究”课题组 编

● 权威

● 准确

● 实用

陕西人民教育出版社

全国教育科学“十五”规划课题

自主·合作·探究

新课程学习与评价

数 学

配人教实验版

“素质教育目标体系与评价机制研究”课题组 编

8 年级下

陕西人民教育出版社

主任委员	李夏彬			
副主任委员	常向毅	褚启明	于 劼	
编 委	贾 玲	汪香志	王建国	铁景铨
	高 凤	廖蔚芬	贺三宁	王万斌
	王 雯	高雅锦	相晓鹏	李文生
	栗玉芝	张长庆	任文兰	段平均
	龚 倩	王西文	白晓枫	
本 册 主 编	王西文			
编 者	周一子	岳惠萍	郑迎春	张路遥
	尚引洮	白晓枫	向进进	李 星
	刘亚莉	向大心	于维燕	王西文
	马 迪			

自主·合作·探究

新 课 程 学 习 与 评 价

数 学 (8 年 级 下)

(配人教实验版)

“素质教育目标体系与评价机制研究”课题组 编

陕西人民教育出版社出版发行

(西安长安南路 181 号)

各地新华书店经销 陕西金德佳印务有限公司印刷

850×1168 毫米 16 开本 6.5 印张 156 千字

2006 年 1 月第 1 版 2006 年 12 月第 2 次印刷

ISBN 7-5419-7513-3/G·6576

定 价:8.00 元

编写说明

新课程的实施与推广,对学生学业评价特别是升学考试提出了新的要求。全国教育科学“十五”规划课题“素质教育目标体系与评价机制研究”课题组,经过对近年来新课程实施的调查和研究,结合新课程的教育理念,用一年时间完成了本套“自主·合作·探究——新课程学习与评价”丛书的编写工作。

本套丛书的编写以《义务教育课程标准》为依据,贯彻新课程理念,充分借鉴、利用实验区课改的教学和科研成果,把课程的知识与技能、过程与方法、情感态度与价值观有机地融为一体,以培养学生的科学素养为宗旨,以科学探究为核心,注意激发并保持学生的学习兴趣。丛书内容贴近学生生活实际,符合学生的认知规律和课程标准的要求,体现了自主、合作、探究的学习方法。相信学生在运用本套书学习的过程中,能够形成能力,发展智力,学会学习,增强学习的自主性和创造性。

《新课程学习与评价》的主要结构:

“目标领悟”把课程标准的三维目标“知识与技能、过程与方法、情感态度与价值观”按课时提纲挈领地以互动的方式提出,使学生能自主地了解 and 评价对知识的学习情况,有利于明确学习目标和查漏补缺。

“精要导学”立足于方法引导、思维点拨、思路拓展、疑难突破,主要解决学生“读题”的问题。本板块以例题形式将所要学习的课程目标全部表达出来,例题选择体现精、新、全,联系社会生活实际,体现实验探究等新课程理念的特点,使学生在经历、体验学习的过程中,掌握课程的初步知识及其应用,培养自身的问题意识、信息意识、研究意识、创新意识和合作意识等,利于学生树立科学观点、科学态度和养成良好的习惯。

“课时评价”分为“基础训练”和“能力提高”两部分。“基础训练”以促进学生理解并巩固基本概念、基本规律,形成初步的应用知识解决实际问题的能力为宗旨,习题编排循序渐进、由浅入深,内容紧密联系生活实际。“能力提高”凸现科学探究,以训练学生思维能力、探究实验能力为主,题型新颖,贴近课程改革的前沿。

“单元评价”按中考形式命题,难易程度适合中等程度以上学生水平,题型全面,

以考查学生的分析思维能力、实践能力和创新精神为核心,尽可能从知识与技能、过程与方法等方面全面地评价学生学习的成效。

“拓展·探究·创新”结合教学内容,提供具有趣味性、可读性并与课程知识联系紧密的有关生活、社会和科学技术的短小文章,并设有阅读引导、问题探究解答等环节,扩展、丰富课程内容,进而提高学生的阅读能力和自我获取知识的能力,培养学生热爱知识、热爱科学的探究精神和科学素养。

“期中、期末学业评价”是对所学知识进行综合评价的试卷,命题结合近年来中考中出现的各类新题型,从知识立意为主转向能力立意为主,体现新课程探究性学习的特点,题型新颖、形式多样,渗透新课程的评价理念。

本套丛书编者都是来自课改实验区的教研员和知名重点中学一线骨干教师,部分作者多年参与中考命题,能够准确把握课程标准的精神及新课程评价体系的动态,在编写过程中努力展现课改中所取得的经验和成绩,相信本套书的使用会对广大师生大有裨益。

2005年11月

目 录

目 录

第十六章 分式	(1)
16.1 分式	(1)
16.1.1 从分数到分式	(1)
16.1.2 分式的基本性质	(2)
16.2 分式的运算	(5)
16.2.1 分式的乘除	(5)
16.2.2 分式的加减	(7)
16.2.3 整数指数幂	(9)
16.3 分式方程	(11)
单元评价	(14)
拓展·探究·创新	(16)
第十七章 反比例函数	(17)
17.1 反比例函数	(17)
17.1.1 反比例函数的意义	(17)
17.1.2 反比例函数的图象和性质	(20)
17.2 实际问题与反比例函数	(22)
单元评价	(26)
拓展·探究·创新	(28)
第十八章 勾股定理	(29)
18.1 勾股定理	(29)
18.2 勾股定理的逆定理	(31)
单元评价	(34)



第十九章 四边形	(37)
19.1 平行四边形的性质.....	(37)
19.2 平行四边形的判定.....	(40)
19.3 矩形	(42)
19.4 菱形	(46)
19.5 正方形	(48)
19.6 梯形	(51)
单元评价	(54)
拓展·探究·创新	(57)
第二十章 数据的分析	(58)
20.1 平均数.....	(58)
20.2 中位数和众数.....	(60)
20.3 数据的波动	(64)
单元评价	(67)
拓展·探究·创新	(70)
期中学业评价	(71)
期末学业评价	(75)
参考答案	(79)

第十六章

分 式

16.1 分 式

16.1.1 从分数到分式

目标领悟

1. 一般地,如果 A 、 B 表示两个整式,并且 B 中含有字母,那么式子 $\frac{A}{B}$ 叫做_____.
2. 分式是不同于_____的另一类式子.
3. 分式的分母表示除数,由于除数不能为_____,所以分式的分母不能为_____,当 B _____时,分式 $\frac{A}{B}$ 才有意义.

精要导学

【例1】 当 m 取何值时,分式 $\frac{m+1}{2m-3}$ 有意义?

【分析】 理解分式的概念.

【解】 当分母的值等于零时,分式没有意义,除此以外,分式都有意义.

$$\text{由 } 2m-3=0, \text{ 得 } m=\frac{3}{2}$$

所以,当 m 取 $\frac{3}{2}$ 以外的任何实数时,分式 $\frac{m+1}{2m-3}$ 有意义.

【说明】 深刻认识分式是否有意义仅与分式的分母取值有关,并且只有当分母不为零时,分式才有意义.

【例2】 求使分式 $1+\frac{1}{1+\frac{1}{x}}$ 无意义的 x 的值.

【分析】 探究在繁分式条件下,如何确定分母中字母的取值方法.

【解】 要使原分式无意义,只需

$$\textcircled{1} x=0; \quad \textcircled{2} 1+\frac{1}{x}=0; \quad \textcircled{3} 1+\frac{1}{1+\frac{1}{x}}=0$$

$$\text{解之得: } x=0, x=-1, x=-\frac{1}{2}.$$

所以,当 $x=0$ 或 $x=-1$ 或 $x=-\frac{1}{2}$ 时,分式 $1+\frac{1}{1+\frac{1}{x}}$ 无意义.

【说明】 要使繁分式无意义,就必须使式子中的每层分式的分母为零;反之,则应均不为零.

课时评价

基础训练

1. 下列说法正确的是 ()

- A. 形如 $\frac{A}{B}$ 的式子叫分式
- B. 分母不等于零,分式才有意义
- C. 分子等于零,分式的值就等于零
- D. 分式的值等于零,分式无意义

2. 使分式 $\frac{4-x}{|x|-3}$ 无意义的 x 值为 ()



A. -3

B. 3

C. 4

D. ± 3

3. 分式 $\frac{x+m}{2x-1}$ 中, 当 $x = -m$ 时, 以下结论中正确的是 ()

A. 分式的值为零

B. 分式无意义

C. 当 $m \neq -\frac{1}{2}$ 时, 分式的值为零

D. 以上答案都不正确

4. 若分式 $\frac{x+2}{2x-4}$ 无意义, 则 x 满足的条件是_____.

5. 若分式 $\frac{x^2-9}{2x^2-5x-3}$ 的值为零, 则 x 满足的条件是_____.

6. 当 x _____ 时, 分式 $\frac{6}{|x|-9}$ 的值为 -1.

7. 下列各式, 哪些是整式, 哪些是分式?

$\frac{1}{2x}, \frac{b}{3}, \frac{x}{x+y}, \frac{ab}{a}, \frac{x-2}{x+2}, \frac{2x-1}{\pi}, \frac{1}{3}(x+y), \frac{1}{y-3}$
 $(3-y)(3+y), \frac{a^2-2ab+b^2}{a-b}$.

8. 当 x 分别等于 1, 2, $\frac{1}{3}$ 时, 求分式 $\frac{2x+1}{1+\frac{1}{x}}$ 的值.

能力提高

9. 一箱哈密瓜售价 a 元, 箱子与哈密瓜的总质量

为 n kg, 箱子的质量是 p kg, 则每千克哈密瓜的售价是_____.

10. 如果分式 $\frac{x^2-y^2}{x^2+y^2}$ 有意义, 那么 x, y 满足的条件是_____.

11. 某一种储蓄的年利率为 $a\%$, 存入本金一年后的本息和(本息和 = 本金 + 利息)为 x 元, 则存入的本金为_____元(按交纳利息税前计算).

12. 求分式 $\frac{x^2-9}{x^2-6x+9}$ 的值, 其中 $x = 1\frac{1}{2}$.

13. x 和 y 分别取何值时, 分式 $\frac{x-3}{x+y+2}$ 的值为零?

14. 神舟六号载人飞船要装配 a 个零件, 原计划每天装配 x 个, 后根据测试需要, 每天多装配 b 个, 可提前多少天完成装配任务?

15. 如果 $|\frac{x-1}{2x-3}| + (\frac{3y+1}{y+4})^2 = 0$, 求代数式 $\frac{3}{2x+1} + \frac{2}{1-3y}$ 的值.

16.1.2 分式的基本性质

目标领悟

1. 分式的分子与分母同乘(或除以)一个不等于0的_____, 分式的_____不变.
2. 利用分式的基本性质, 把分母不同的分式转化为相同分母的分式, 这样的分式变形叫做分式的_____.
3. 利用分式的基本性质, 约去分式分子和分母的公因式而不改变分式的值, 这样的分式变形叫做分式的_____.



精要导学

【例1】 填出下列各等式中未知的分子或分母.

$$(1) \frac{x+y}{x-y} = \frac{(\quad)}{x^2-y^2}; \quad (2) \frac{2ab}{a^2-ab} = \frac{(\quad)}{a-b};$$

$$(3) \frac{x^2-4}{2x^2-5x+2} = \frac{x+2}{(\quad)}$$

【分析】 这类问题一般情况下要从已知条件入手,根据分式的基本性质,分析变化的过程,如(1)右边分母 x^2-y^2 是 $(x-y)$ 和 $(x+y)$ 的积,而左边分母是 $x-y$,所以需将右边的分子、分母同乘以 $x+y$.

【解】 (1) $\frac{(x+y)(x+y)}{(x-y)(x+y)} = \frac{(x+y)^2}{x^2-y^2}$

所以,未知的分子为 $(x+y)^2$.

$$(2) \frac{2ab}{a^2-ab} = \frac{2b}{a-b}$$

所以,未知的分子是 $2b$.

$$(3) \frac{x^2-4}{2x^2-5x+2} = \frac{(x+2)(x-2)}{(2x-1)(x-2)} = \frac{x+2}{2x-1}$$

所以,未知的分母是 $2x-1$.

【说明】 当分式的分子与分母是多项式时,应先因式分解,再运用分式的基本性质.

【例2】 不改变分式的值,使下列各分式的分子与分母的系数都化为整数.

$$(1) \frac{\frac{1}{3}x - \frac{1}{2}y}{\frac{1}{5}x + \frac{1}{3}y}; \quad (2) \frac{0.3x + 0.25y}{0.4x - 0.07y}$$

【分析】 (1) 由于分式的分子与分母中各项系数都是分数,要将它们化为整数,可以先找出各项系数的各个分母的最小公倍数,即3,2,5,3的最小公倍数30,再利用分式的基本性质就可以完成.

(2) 利用分式的性质,分子、分母同乘以100即可.

【解】 (1) $\frac{\frac{1}{3}x - \frac{1}{2}y}{\frac{1}{5}x + \frac{1}{3}y} = \frac{(\frac{1}{3}x - \frac{1}{2}y) \times 30}{(\frac{1}{5}x + \frac{1}{3}y) \times 30}$

$$= \frac{10x - 15y}{6x + 10y};$$

$$(2) \frac{0.3x + 0.25y}{0.4x - 0.07y} = \frac{(0.3x + 0.25y) \times 100}{(0.4x - 0.07y) \times 100}$$

$$= \frac{30x + 25y}{40x - 7y}.$$

【说明】 当分式的分子与分母的系数为分数或小数时,会给分式的化简和求值带来许多不便,大多数情况下,可以利用分式的基本性质先将它们化为整数,然后再进行化简或求值.

【例3】 约分

$$(1) \frac{70a^3b^4c^2}{-42a^3b^5d}; \quad (2) \frac{x^2-(y-z)^2}{(x+y)^2-z^2}.$$

【分析】 (1) 式的分子、分母都是几个因式的积的形式,所以应该约去分子、分母中相同因式的最低次幂,对于分子、分母的系数应约去它们的最大公约数.(2) 式的分子、分母是多项式,应该先分解因式,再约分.

【解】 (1) $\frac{70a^3b^4c^2}{-42a^3b^5d} = -\frac{7a^3b^4 \cdot 10a^2c^2}{7a^3b^4 \cdot 6bd}$

$$= -\frac{5a^2c^2}{3bd};$$

$$(2) \frac{x^2-(y-z)^2}{(x+y)^2-z^2} = \frac{(x+y-z)(x-y+z)}{(x+y-z)(x+y+z)}$$

$$= \frac{x-y+z}{x+y+z}.$$

【说明】 分子或分母的系数为负数时,一般都要把负号提到分式的前面;分式的分子、分母是多项式时,应先分解因式.

【例4】 通分

$$(1) \frac{3}{2x}, \frac{-2}{9x^2y^3}, \frac{7c}{12x^4y^2};$$

$$(2) \frac{5}{x^2-6x+8}, \frac{-3}{x^2+x-6}, \frac{3-x}{12+x-x^2}.$$

【分析】 (1) 分母系数的最小公倍数是36,分母因式 x, y 的最高次幂分别是 x^4, y^3 , 所以最简公分母是 $36x^4y^3$. (2) 分别将三个分式的分母分解因式: $x^2-6x+8=(x-2)(x-4)$, $x^2+x-6=(x-2)(x+3)$, $12+x-x^2=-(x^2-x-12)=-(x-4)(x+3)$, 得出最简公分母是 $(x-2)(x+3)(x-4)$.

【解】 (1) $\because$ 最简公分母是 $36x^4y^3$

$$\therefore \frac{3}{2x} = \frac{3}{2x} \cdot \frac{18x^3y^3}{18x^3y^3} = \frac{54x^3y^3}{36x^4y^3};$$

$$\frac{-2}{9x^2y^3} = -\frac{2}{9x^2y^3} \cdot \frac{4x^2}{4x^2} = -\frac{8x^2}{36x^4y^3};$$

$$\frac{7c}{12x^4y^2} = \frac{7c}{12x^4y^2} \cdot \frac{3y}{3y} = \frac{21cy}{36x^4y^3}.$$

(2) $\because$ 最简公分母是 $(x-2)(x+3)(x-4)$



$$\begin{aligned}
 \therefore \frac{5}{x^2-6x+8} &= \frac{5}{(x-2)(x-4)} \cdot \frac{(x+3)}{(x+3)} \\
 &= \frac{5(x+3)}{(x-2)(x+3)(x-4)}; \\
 \frac{-3}{x^2+x-6} &= \frac{-3}{(x-2)(x+3)} \cdot \frac{(x-4)}{(x-4)} \\
 &= -\frac{3(x-4)}{(x-2)(x+3)(x-4)}; \\
 \frac{3-x}{12+x-x^2} &= -\frac{3-x}{x^2-x-12} = \frac{x-3}{(x+3)(x-4)} \cdot \frac{(x-2)}{(x-2)} \\
 &= -\frac{x^2-5x+6}{(x-2)(x+3)(x-4)}
 \end{aligned}$$

【说明】求最简公分母可按以下步骤进行：①取各分母系数的最小公倍数；②凡出现的字母（或含字母的式子）为底的幂的因式都要取；③相同字母（或含字母的式子）的幂的因式取指数最大的；④当分母为多项式时，应先分解因式，通分时分母尽量写成因式相乘积的形式，不必乘出结果来。最后按上述条件将取出的因式写成积的形式。在找出最简公分母后，就要确定分子、分母所应乘的因式，这个因式就是公分母除以原分母所得的商。

课时评价

基础训练

- 把分式 $\frac{x}{x+y}$ ($x \neq 0, x \neq -y$) 中的分子、分母的 x, y 同时扩大 3 倍，那么分式的值 ()
A. 扩大 3 倍 B. 缩小 3 倍
C. 不改变 D. 改变
- 下列各式的约分运算中，正确的是 ()
A. $\frac{a^2+b^2}{a+b} = a+b$ B. $\frac{-a+b}{a+b} = -1$
C. $\frac{-a-b}{a-b} = -1$ D. $\frac{a^2-2ab+b^2}{a-b} = a-b$
- 分式 $\frac{x-1}{x^2+x-6}, \frac{2}{x^2-9}, \frac{x-2}{x^2+5x+6}$ 的最简公分母是 ()
A. $(x+3)^2(x+2)(x-2)$
B. $(x^2-9)(x^2-4)$
C. $(x^2-9)^2(x^2-4)^2$
D. $(x+3)^2(x-3)(x+2)(x-2)$

4. 有两块杂交水稻试验田，第一块 x 公顷，收水稻 m 千克，第二块 y 公顷，收水稻 n 千克，这两块水稻试验田平均每公顷的水稻产量是_____。

5. 当 $x=1, y=2$ 时，分式 $\frac{x^2-2x}{2y-xy}$ 的值是_____。

6. 化简分式 $\frac{3xy}{42x-3xy}$ 的结果是_____。

7. 某型号手机原售价为每只 a 元，为减少库存减轻流动资金的压力，商场决定按此价的八折出售，这时仍获利 $b\%$ ，求这种手机的进价。

8. 求值 $\frac{x^3-4x^2+3x}{x^3+3x^2-4x}$ ，其中 $x = \frac{1}{2}$ 。

能力提高

- 已知 $\frac{|x|-\frac{1}{4}}{4x+1} = 0$ ，则 ()
A. $x = \frac{1}{4}$ B. $x = -\frac{1}{4}$
C. $x = \pm \frac{1}{4}$ D. $x \neq \pm \frac{1}{4}$
- 若分式 $\frac{3x-9}{x^2-x-6}$ 的值恒为正数，则 x 的取值范围是 ()
A. $x < -2$ B. $x > -2$
C. $x \neq 3$ D. $x > -2$ 且 $x \neq 3$
- 不改变分式的值，使分式 $\frac{0.4x+0.3}{0.4x-0.5}$ 的分子、分母的各项系数化为整数。
- 当 x 为何值时，分式 $\frac{3-x}{x^2-2x+1}$ 的值为正数？



13. 若 $\frac{(a-3)x}{(3-a)(x-1)} = \frac{x}{1-x}$ 成立, 则 a 满足的条件是什么?

14. 一辆家用小轿车的售价为 M 元, 生产厂和销售商的利润率都是 $a\%$ ($a > 0$), 则这辆小轿车的生产成本是多少元?

15. 已知 $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = 3$, 求分式 $\frac{2a+3ab-2b}{a-ab-b}$ 的值.

16.2 分式的运算

16.2.1 分式的乘除

目标领悟

1. 分式乘分式, 用 _____ 的积作为积的分子, _____ 的积作为积的分母.
2. 分式除以分式, 把 _____ 的分子、分母 _____ 位置后, 与 _____ 相乘.
3. 分式乘方要把分子、分母分别 _____.

精要导学

【例1】 计算: $\frac{2x-6}{x^2-4x+4} \div (x+3) \cdot \frac{x^2+x-6}{3-x}$

【分析】 进行分式乘法除法混合运算时, 一般要先分解因式, 并在运算过程中不断约分, 从而可使运算简化.

【解】 $\frac{2x-6}{x^2-4x+4} \div (x+3) \cdot \frac{x^2+x-6}{3-x} = \frac{2(x-3)}{(x-2)^2} \cdot \frac{1}{(x+3)} \cdot \frac{(x+3)(x-2)}{(3-x)} = \frac{-2}{(x-2)} = \frac{2}{2-x}$

【说明】 乘法、除法属于同一级运算, 计算时从左到右依次进行, 并要注意用除法法则将除法转化为乘法, 再约分.

【例2】 计算: $[\frac{-xy}{(x-y)^2}]^4 \cdot (\frac{y^2-xy}{x})^3 \cdot \frac{x^4}{y^6} \div (\frac{x}{xy-y^2})^5$

【分析】 这是含有乘方、乘法、除法的混合运算, 运算的顺序是先乘方再乘除, 当分式中分子或分母含有多项式时, 不要用多项式的乘方处理, 也不要展开, 应写作幂的形式.

【解】 $[\frac{-xy}{(x-y)^2}]^4 \cdot (\frac{y^2-xy}{x})^3 \cdot \frac{x^4}{y^6} \div (\frac{x}{xy-y^2})^5$
 $= \frac{x^4 y^4}{(x-y)^8} \cdot \frac{y^3(y-x)^3}{x^3} \cdot \frac{x^4}{y^6} \cdot \frac{y^5(x-y)^5}{x^5}$
 $= -y^6$

【说明】 计算多项式乘方时, 要先将多项式分解因式, 然后给各个因式分别乘方. 还要注意运算过程中的符号问题.

【例3】 通常购买同一品种的西瓜时, 西瓜的质量越大, 花费的钱越多. 因此人们希望西瓜瓤占整个西瓜的比例越大越好. 假如我们把西瓜都看成球形, 并且把西瓜瓤的密度看成是均匀的, 西瓜的皮厚



都是 d , 已知球的体积公式为 $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ (其中 R 为球的半径), 那么

- (1) 西瓜瓤与整个西瓜的体积各是多少?
- (2) 西瓜瓤与整个西瓜的体积的比是多少?
- (3) 买大西瓜合算还是买小西瓜合算?

【分析】 本题是将西瓜作为球的数学模型, 利用分式探究生活中的实际问题, 其方法具有一般性: ①建模; ②探究; ③归纳得出结论.

【解】 设西瓜的半径为 x ($x > d$), 整个西瓜的体积为 V , 西瓜瓤的体积为 V_1 .

$$(1) V = \frac{4}{3}\pi x^3, V_1 = \frac{4}{3}\pi(x-d)^3$$

$$(2) \frac{V_1}{V} = \frac{\frac{4}{3}\pi(x-d)^3}{\frac{4}{3}\pi x^3} = \frac{(x-d)^3}{x^3} = \left(\frac{x-d}{x}\right)^3 = \left(1 - \frac{d}{x}\right)^3$$

(3) $\because 1 - \frac{d}{x}$ 随着 x 的增大而增大 $\therefore$ 大西瓜的西瓜瓤在整个西瓜中所占体积比小西瓜的西瓜瓤占的体积要大.

由此得出结论: 一般情况下, 买大西瓜比买小西瓜合算.

【说明】 在教学过程中, 要培养学生观察生活中的各种现象, 并积极探求用所学的数学知识解决实际问题, 不断提高分析问题和解决问题的能力.

课时评价

基础训练

1. 下列各式中, 计算正确的有 ()

$$\textcircled{1} (a+b) \div (a+b) \cdot \frac{1}{a+b} = a+b;$$

$$\textcircled{2} \frac{m^2-3m+2}{m-m^2} = \frac{2-m}{m};$$

$$\textcircled{3} \frac{x-y+1}{-x+y-1} = -1;$$

$$\textcircled{4} \frac{4(x+y)}{4x^2+8xy+4y^2} = \frac{1}{x+y}.$$

- A. 1 个 B. 2 个
C. 3 个 D. 4 个

2. 使代数式 $\frac{x+3}{x-3} \div \frac{x+2}{x-4}$ 有意义的 x 值是 ()

- A. $x \neq -2, x \neq 3$ B. $x \neq 3, x \neq 4$
C. $x \neq \pm 3$ D. $x \neq -2, x \neq 3, x \neq 4$

$$3. \frac{a+b}{ab-b^2} \div \left[-\frac{ab+b^2}{(a-b)^2}\right] = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$4. \frac{4x^2-4xy+y^2}{2x+y} \div (4x^2-y^2) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$5. (xy-x^2) \div \frac{x^2-2xy+y^2}{xy} \cdot \frac{x-y}{x^2} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$6. \left(\frac{a^2b}{-c}\right)^3 \cdot \left(\frac{c^2}{-a^2}\right)^2 \div \left(\frac{bc}{a}\right)^4 = \underline{\hspace{2cm}}$$

7. 已知 $m = \frac{1}{m}$, 求代数式 $\frac{m^2-m-6}{m-3} \div \frac{m+3}{m^2+m-6}$ 的值.

$$8. \text{化简 } \frac{8-6x+x^2}{x^2-16} \div \left(\frac{x-2}{4-3x}\right)^2 \cdot \frac{x^2+2x-8}{3x^2-13x+12}.$$

能力提高

9. 设 n 为自然数, 以下结果正确的是 ()

- A. $\left(\frac{y-x}{x-y}\right)^n = 1$ B. $\left(\frac{y-x}{x-y}\right)^{2n} = 1$
C. $\left(\frac{y-x}{x-y}\right)^n = 1$ D. $\left(\frac{y-x}{x-y}\right)^{2n} = \frac{1}{(x-y)^n}$

10. 根据分式的约分法则、乘方法则, 下列运算结果不正确的是 ()

$$A. \left(\frac{8a^2bx^2}{6ab^2x}\right)^2 = \left(\frac{4ax}{3b}\right)^2 = \frac{16a^2x^2}{9b^2}$$

$$B. \left[-\left(\frac{x^2}{2y}\right)^2\right]^3 = -\left(\frac{x^3}{2y}\right)^6 = -\frac{x^{18}}{64y^6}$$

$$C. \left[\frac{y-x}{(x-y)^2}\right]^3 = \left(\frac{1}{y-x}\right)^3 = \frac{1}{(y-x)^3}$$

$$D. \left[-\left(\frac{x^2}{y^{2n}}\right)\right]^n = \frac{x^{2n}}{y^{2n}}$$

$$11. \text{化简: } \left(\frac{5xy}{x^2-x^2y}\right)^4 \div \left(-\frac{5}{x^2y}\right)^4 \cdot \left(\frac{y-x}{xy}\right)^3.$$

12. 先化简, 再求值: $\frac{xy-3x^2}{9x^2-6xy+y^2}$, 其中 $x = \frac{3}{4}$, $y = -\frac{2}{3}$.

13. 在探究性活动中, a, b, c 满足关系式 $a = b \cdot c$, 下列说法不正确的个数为 ()

- ①如果 a 表示路程, b 表示速度, c 表示时间, 当速度 b 一定时, a 随着 c 的增大而增大; ② a, b, c 一定满足 $c = \frac{a}{b}$; ③ $a(a \neq 0)$ 一定时, b 和 c 满足反比例关系; ④当 $a = 0$ 时, 则 $b = 0, c = 0$.

A.1

B.2

C.3

D.4

14. 已知 $x - y = 4xy$, 求 $\frac{2x+3xy-2y}{x-2xy-y}$ 的值.

15. 若 $x + y + z \neq 0, xyz \neq 0$, 且 $\frac{y+z}{x} = \frac{z+x}{y} = \frac{x+y}{z}$, 求 $\frac{y+z}{x} \cdot \frac{z+x}{y} \cdot \frac{x+y}{z}$ 的值.

16.2.2 分式的加减

目标领悟

1. 同分母的分式相加减, 分母不变, 把 相加减;

2. 异分母的分式相加减, 先 变为 的分式, 再加减.

精要导学

【例1】 计算 $\frac{x+1}{x^2-5x+6} - \frac{x+2}{x^2-5x+6} - \frac{x-1}{5x-6-x^2}$.

【分析】 因为 $(5x-6-x^2)$ 与 (x^2-5x-6) 为相反数, 所以只要从 $(5x-6-x^2)$ 中提出一个负号, 就可以化为相同分母加减的形式.

【解】
$$\begin{aligned} & \frac{x+1}{x^2-5x+6} - \frac{x+2}{x^2-5x+6} - \frac{x-1}{5x-6-x^2} \\ &= \frac{x+1}{x^2-5x+6} - \frac{x+2}{x^2-5x+6} + \frac{x-1}{x^2-5x+6} \\ &= \frac{(x+1)-(x+2)+(x-1)}{x^2-5x+6} \\ &= \frac{x-2}{x^2-5x+6} = \frac{x-2}{(x-2)(x-3)} = \frac{1}{x-3}. \end{aligned}$$

【说明】 要善于观察, 透过现象看本质.

【例2】 计算 $x^2+x+1 - \frac{x^3}{x-1}$

【分析】 把 x^2+x+1 看作分母为 1 的分式, 再按

分式的加减运算法则进行计算.

【解】
$$\begin{aligned} & x^2+x+1 - \frac{x^3}{x-1} = \frac{x^2+x+1}{1} - \frac{x^3}{x-1} \\ &= \frac{(x^2+x+1)(x-1)-x^3}{x-1} \\ &= \frac{(x^3-1)-x^3}{x-1} \\ &= \frac{-1}{x-1} = \frac{1}{1-x} \end{aligned}$$

【说明】 一般情况下, 整式与分式相加减, 应把这个整式看作一个分母为 1 的分式先进行通分, 然后按同分母的分式进行加减运算. 假如把整式部分看作三项, 运算起来就变得复杂了.

【例3】 计算 $[(x^2 - \frac{2x}{x-1}) \cdot \frac{1}{x^3+x^2+x} \div \frac{x^2-1}{x^3-1}] \div (1 - \frac{1}{x-1})$.

【分析】 本题是分式的四则混合运算问题. 分式的四则混合运算同整式的四则混合运算一样, 先



做乘除运算,再做加减运算,遇有括号的先做括号里的运算.

$$\begin{aligned} \text{【解】} & [(x^2 - \frac{2x}{x-1}) \cdot \frac{1}{x^3 + x^2 + x} \cdot \frac{x^2 - 1}{x^3 - 1}] \div (1 - \frac{1}{x-1}) \\ & = [\frac{x^3 - x^2 - 2x}{x-1} \cdot \frac{1}{x^3 + x^2 + x} \cdot \frac{x^2 - 1}{x^3 - 1}] \div (\frac{x-2}{x-1}) \\ & = \frac{x(x+1)(x-2)}{x-1} \cdot \frac{1}{x(x^2 + x + 1)} \cdot \frac{(x-1)(x^2 + x + 1)}{(x-1)(x+1)} \cdot (\frac{x-1}{x-2}) \\ & = (\frac{x-2}{x-1}) \cdot (\frac{x-1}{x-2}) = 1 \end{aligned}$$

【说明】 在混合运算中,要注意约分,以减小运算量.还要注意符号问题.

【例4】 从甲地到乙地有两条路,每条路都是3 km,其中第一条是平路,第二条有1 km的上坡路、2 km的下坡路,张华生在上坡路上骑自行车的速度为 v km/h,在平路上的骑自行车速度为 $2v$ km/h,在下坡路上的骑自行车速度为 $3v$ km/h,那么

(1)当走第二条路时,他从甲地到乙地需要多少时间?

(2)他走哪条路花费时间少?少用多长时间?

【分析】 甲、乙两地间的距离已知,并且上坡、下坡段的距离也已经知道,骑自行车上坡、下坡和走平路的速度也都给出了,因此,分别走两条路的时间都可求.

【解】 (1)走第二条路上坡所用时间为 $\frac{1}{v}$,下坡所用时间为 $\frac{2}{3v}$,所以,走第二条路所用时间为 $\frac{1}{v} + \frac{1}{3v} = \frac{4}{3v}$.

(2)要了解走哪条路花费时间少,必须要求出走第一条路所用时间.容易求出走第一条路所用时间为 $\frac{3}{2v}$.

$$\text{因为 } \frac{4}{3v} - \frac{3}{2v} = \frac{8-9}{6v} = -\frac{1}{6v} < 0.$$

所以走第二条路所用时间较少,少用 $\frac{1}{6v}$ 小时.

【说明】 本题是运用分式加减运算,探究生活中的具体问题,说理准确清晰,它告诉我们数学与生活息息相关,激励我们要努力学好数学,才能更好地

工作与生活.

课时评价

基础训练

1. 分式 $\frac{1}{x+3} - \frac{6}{x^2-9} + \frac{x-1}{2x-6}$ 可化简为 ()

- A. $\frac{7-x}{2x-6}$ B. $\frac{x-7}{2(x-3)}$
C. $\frac{x-7}{x-3}$ D. $\frac{x+7}{2(x+3)}$

2. 下列说法中,正确的是 ()

- A. $\frac{b}{3a}$ 与 $\frac{c^2}{4a^2}$ 的最简公分母是 $7a^2$
B. $\frac{3}{4x^2y}$ 与 $\frac{7}{4xy^2}$ 的最简公分母是 $4xy$
C. 两个分式的和还是分式
D. 两个分式的差不一定是分式

3. 化简 $a + \frac{1}{a+1} - \frac{a^2}{a-1} - \frac{2}{1-a}$ 的结果是 ()

- A. $\frac{1}{a+1}$ B. $\frac{2}{a-1}$
C. 1 D. -1

$$4. \frac{3ab}{a^3-b^3} - \frac{b-a}{a^2+ab+b^2} + \frac{1}{a-b} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$5. \text{若 } \frac{1}{2x^2+3x+7} = \frac{1}{8}, \text{ 则 } \frac{1}{4x^2+6x-9} = \underline{\hspace{2cm}}$$

6. 分式 $\frac{x-1}{x^2+x-6}, \frac{2}{x^2-9}, \frac{x+2}{x^2+5x+6}$ 的最简公分母是

7. 先化简,再求值:

$$\frac{x}{x^2-2xy+y^2} \cdot \frac{x^3-y^3}{x^2+xy+y^2} + (\frac{2x+2}{x-y} - 2)$$

其中 x, y 满足条件 $\begin{cases} x+2y=3 \\ x-y=-2 \end{cases}$.

8. 已知 $\frac{x}{x^2-x+1} = \frac{1}{3}$, 求 $\frac{x^2}{x^4+x^2+1}$ 的值.

能力提高

9. 若 $\frac{4x+1}{(x-2)(x-5)} = \frac{A}{x-5} + \frac{B}{x-2}$, 则 ()

- A. $A=7, B=-3$ B. $A=-7, B=3$
C. $A=7, B=3$ D. $A=-7, B=-3$

10. 若 $x + \frac{1}{x} = a$, 则 $x^2 + \frac{1}{x^2} =$ _____

11. 如果 $x < y < 0$, 那么 $\frac{|x|}{x} + \frac{|xy|}{xy}$ 化简的结果为 ()

- A. 0 B. -2
C. 2 D. 3

12. 化简求值 $\frac{2x}{x^2-x-2} \div (1 - \frac{x}{x+1}) - (\frac{x^2+2x}{x^2-4})$, 其中 $x=5$.

13. 甲、乙两位采购员同去一家建材商店购买两次防水涂料. 两次涂料的价格有变化, 两位采购员的购货方式也不同, 其中, 甲每次购买 1000 千克, 乙每次用去 800 元, 而不管购买多少涂料.

- (1) 甲、乙所购涂料的平均单价各是多少?
(2) 谁的购货方式更合算?

14. 请你仔细阅读下列计算过程, 再回答提出的问题:

$$\frac{x-3}{x^2-1} - \frac{3}{1-x} = \frac{x-3}{(x+1)(x-1)} - \frac{3}{x-1} \quad (A)$$

$$= \frac{x-3}{(x+1)(x-1)} - \frac{3(x+1)}{(x+1)(x-1)} \quad (B)$$

$$= x-3-3(x+1) \quad (C)$$

$$= -2x-6 \quad (D)$$

① 上述计算过程中, 从哪一步开始出现错误 _____;

② 从 (B) 到 (C) 是否正确 _____; 若不正确, 错误的原因是 _____.

③ 请你正确解答.

15. 观察下列计算过程:

$$\frac{1}{1 \times 2} = \frac{1}{1} - \frac{1}{2}, \frac{1}{2 \times 3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}, \frac{1}{3 \times 4} = \frac{1}{3} - \frac{1}{4},$$

$$\frac{1}{4 \times 5} = \frac{1}{4} - \frac{1}{5} \dots$$

猜想 $\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \dots + \frac{1}{2004 \times 2005}$
+ $\frac{1}{2005 \times 2006}$ 与 1 的大小关系, 并尝试说明理由.

16.2.3 整数指数幂

目标领悟

1. 数学中规定: 一般地, 当 n 是正整数时, $a^{-n} =$ _____ ($a \neq 0$). 这就是说, a^{-n} ($a \neq 0$) 是 a^n 的 _____.

2. $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ 这条性质对于 m, n 是任意 _____ 的情形仍然适用.

3. 负数的引入可以使减法转化为加法, 即 $x-y = x +$ _____; 负指数幂的引入可以使除法转化为幂的乘法, 即 $\frac{x}{y} = x \cdot$ _____.



【例1】 当 $a \neq 0$ 且 $b \neq 0$ 时,下列各式中正确的个数是 ()

- ① $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ (m, n 是整数)
 ② $(a^m)^n = a^{mn}$ (m, n 是整数)
 ③ $(ab)^n = a^n \cdot b^n$ (n 是整数)
 ④ $a^m \div a^n = a^{m-n}$ (m, n 是整数)
 ⑤ $(\frac{a}{b})^n = \frac{a^n}{b^n}$ (n 是整数)

- A. 2个 B. 3个
C. 4个 D. 5个

【分析】 当 m, n 是正整数时,这恰好是正整数指数幂的运算性质,它们都是成立的.当我们规定了 a^{-n} 是 a^n 的倒数之后,这五条运算性质中的关于 m, n 为正整数的限制都可以扩充到整数,同时,由于倒数的使用, a 和 b 都需要限制不为零.

【解】 选D

【说明】 ①数学中的规定必须是正确的,而且是容易理解的.例如:规定 $a^0 = 1$ ($a \neq 0$);规定 $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ ($a \neq 0, n$ 为正整数).②上述五条运算性质可以利用负整数指数概念,逐条验证.

【例2】 计算 $[\frac{(a+b)^{-3}(a-b)^5}{(a-b)^{-2}(a+b)^4}]^{-2}$

【分析】 可根据负整数指数概念和整数指数运算性质进行计算,方法不惟一.

【解】 方法一:将负指数逐步转化为正指数计算

$$\begin{aligned} [\frac{(a+b)^{-3}(a-b)^5}{(a-b)^{-2}(a+b)^4}]^{-2} &= [\frac{(a-b)^2(a-b)^5}{(a+b)^3(a+b)^4}]^{-2} \\ &= [\frac{(a-b)^7}{(a+b)^6}]^{-2} \\ &= [\frac{(a+b)^6}{(a-b)^7}]^2 = \frac{(a+b)^{12}}{(a-b)^{14}} \end{aligned}$$

方法二:直接利用整数指数运算性质计算.

$$[\frac{(a+b)^{-3}(a-b)^5}{(a-b)^{-2}(a+b)^4}]^{-2} = \frac{(a+b)^6(a-b)^{-10}}{(a-b)^6(a+b)^{-8}} = \frac{(a+b)^{12}}{(a-b)^{14}}$$

【说明】 从方法一和方法二对比可以看出,直接利用整数指数幂运算比较简洁.

基础训练

1. 下列运算中,正确的是 ()

- A. $-(a^2)^3 = a^6$ B. $a^3 \div a^{-2} = a^5$
 C. $\frac{-a+b}{a+b} = -1$ D. $\frac{1}{2a} - \frac{1}{a} = \frac{1}{a}$

2. 已知 $ab \neq 0, a+b \neq 0$,则 $(a^{-1}+b^{-1})^{-1}$ 等于()

- A. $a+b$ B. $\frac{1}{ab}$
 C. $\frac{ab}{a+b}$ D. $\frac{a+b}{ab}$

3. 下列说法正确的个数是 ()

- ① $a^0 = 1$ ② $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$
 ③ $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ ④ $(a^m)^n = a^{m+n}$
 A. 3个 B. 2个
 C. 1个 D. 0个

4. 生物学家发现一种新病毒的长度约为0.000043 mm,用科学记数法表示0.000043的结果为_____.

5. $(3x^3y^2z^{-1})^{-2}(5xy^{-2}z^3)^2 =$ _____

6. 一个黄金饰品标明纯度为0.9999,它精确到_____位,有_____个有效数字,用科学记数法记作_____.

7. 用四舍五入法对0.003014取近似值,保留3位有效数字的结果是_____.

8. $(a^5)^{-3} \cdot (a^{-2})^4 \div (a^{-4})^3 \div (a^2)^{-5} =$ _____

能力提高

9. 若 $(2y-3x)^0 = 1$ 成立,则 x, y 满足的条件是()

- A. $x \neq \frac{3}{2}y$ B. $x \neq \frac{2}{3}y$
 C. $x = \frac{3}{2}y$ D. $x \neq 0$ 且 $y \neq 0$

10. 若 $(a^{m+1} \cdot b^{n+2}) \cdot (a^{2n-1} \cdot b^{2m}) = a^5b^3$,则 $m+n$ 的值为 ()

- A. 1 B. 2
 C. 3 D. 4