



专升本  
教育部师范教育司组织编写  
中学教师进修高等师范本科(专科起点)教材

# 中学数学教学与实践研究

李玉琪 主编



高等教育出版社

教育部师范教育司组织编写  
中学教师进修高等师范本科(专科起点)教材

# 中学数学教学与实践研究

李玉琪 主编

高等教育出版社

## **图书在版编目 (CIP) 数据**

中学数学教学与实践研究/李玉琪主编. —北京: 高等教育出版社, 2001 (2002 重印)

中学教师进修高等师范本科 (专科起点) 教材

ISBN 7-04-009514-9

I. 中… II. 李… III. 数学课-教学研究-中学-师范大学-教材 IV. G633. 602

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2001) 第 025367 号

**中学数学教学与实践研究**

李玉琪 主编

---

出版发行	高等教育出版社	购书热线	010—64054588
社址	北京市东城区沙滩后街 55 号	免费咨询	800—810—0598
邮政编码	100009	网 址	<a href="http://www.hep.edu.cn">http://www.hep.edu.cn</a>
传 真	010—64014048		<a href="http://www.hep.com.cn">http://www.hep.com.cn</a>

经 销 新华书店北京发行所  
排 版 高等教育出版社照排中心  
印 刷 高等教育出版社印刷厂

---

开 本	850×1168 1/32	版 次	2001 年 6 月第 1 版
印 张	10. 375	印 次	2002 年 9 月第 3 次印刷
字 数	260 000	定 价	10. 80 元

---

## 内 容 提 要

本书从 20 世纪国内外中学数学课程的演进出发,运用现代教育教学思想,对中学数学的教学目的、教学原则、教学模式、教学评价以及创新教育等进行了专题研究,并对数学教育论文写作、微格教学和计算机辅助教学作了简略介绍。

本书可以作为高等师范院校数学与应用数学专业本科教材,高等师范自学考试数学与应用数学专业本科教材,以及中学数学教师继续教育和高中骨干教师培训的教材,也可供中学数学教学研究人员和数学教师参考。

## 前　　言

中学数学教学与实践研究是高等师范数学专业与应用数学专业本科一门重要的专业基础课,是师范专科数学教材教法课的后继课程。本课程的内容主要有三个部分:其一,中学数学改革,包括中外数学课程的历史演进与改革的趋向;其二,高中数学教学理论,包括数学教学目的、教学原则、教学模式、创新教育与教学评价等;其三,数学教学实践研究,包括微格教学、计算机辅助教学、数学教育科研方法与论文写作等。

本课程的目标是:使学员深入了解国内外中学数学发展的趋向,树立现代教育观念与教学思想;掌握现代数学教学理论,明确高中数学的教学目的、教学原则、教学模式与评价方法,提高教育教学能力;掌握教育科研的基本方法和数学教育论文写作的基础知识,提高教育科研能力。

本书是依据教育部师范教育司1999年11月颁布的《中学教师进修师范本科(专科起点)教学计划(试用)》编写的。作为本科阶段中学数学教学与实践研究课程的教材,本书在内容上力求反映“专升本”教育的性质和任务,体现学生的成人性、师范性和在职业等特点,坚持教材的科学性与实践性相结合,注重体现时代精神和教材的先进性。

本书第1、2、3、4、7章由李玉琪撰写,第5、6章由邱忠华撰写,第8、9、10章由郑强撰写。全书由李玉琪策划、修改和定稿。

在本书的编写过程中参阅了许多专家学者的著作和研究成果,谨向有关作者表示诚挚的谢意。本书的写作还得到北京教育学院方金秋教授和高等教育出版社李陶同志的热情帮助,在此也

一并致谢。由于水平有限，时间仓促，书中缺点错误在所难免，恳请广大读者批评指正。

编者

2000.10

# 目 录

<b>第一章 中学数学课程改革 .....</b>	<b>1</b>
第一节 国外中学数学课程的改革 .....	2
第二节 我国中学数学课程的改革.....	10
第三节 《国家数学课程标准》简介.....	22
思考题一.....	29
<b>第二章 中学数学教学目的 .....</b>	<b>30</b>
第一节 我国中学数学教学目的的演变.....	31
第二节 我国中学数学教学目的研究.....	43
第三节 国际数学教学目的观的比较.....	59
思考题二.....	74
<b>第三章 创新教育与数学创造性思维能力的培养 .....</b>	<b>76</b>
第一节 实施创新教育的必要性.....	77
第二节 创新教育的内涵.....	82
第三节 创新教育下基础教育改革的趋向.....	92
第四节 培养数学创造性思维能力.....	95
第五节 培养观察、实验与猜想能力.....	113
思考题三 .....	126
<b>第四章 数学思想方法及其教学 .....</b>	<b>128</b>
第一节 中学数学思想方法 .....	128
第二节 数学思想方法的教学原理 .....	155
思考题四 .....	163
<b>第五章 数学教学原则与教学模式 .....</b>	<b>164</b>
第一节 数学教学原则 .....	165
第二节 现代教学思想 .....	175
第三节 数学教学模式 .....	184
思考题五 .....	195

<b>第六章 教案设计</b>	197
第一节 备课与数学教案的设计	198
第二节 典型课例与教案研究	207
第三节 说课与说案研究	220
思考题六	230
<b>第七章 数学教学评价</b>	232
第一节 课堂教学的基本原理	233
第二节 数学课堂教学的评价标准	236
第三节 数学课堂教学评价的方法	253
思考题七	259
<b>第八章 数学教育研究与论文写作</b>	260
第一节 教育研究的基本方法	260
第二节 数学教育论文的选题	271
第三节 数学教育论文的写作	278
思考题八	283
<b>第九章 教学技能与微格教学</b>	285
第一节 教学技能及其分类	285
第二节 微格教学及其设计	293
第三节 微格教学的评价与反馈	299
思考题九	305
<b>第十章 计算机辅助教学</b>	306
第一节 计算机辅助教学概述	306
第二节 多媒体技术简介	313
思考题十	320
<b>主要参考文献</b>	321

# 第一章 中学数学课程改革

## 本章纲目

### 第一节 国外中学数学课程的改革

- 一、数学课程改革的必然性
- 二、克莱因—贝利运动
- 三、数学教育现代化运动

### 第二节 我国中学数学课程的改革

- 一、我国古代的数学课程
- 二、我国近代数学课程的变迁
- 三、我国现代数学课程的发展
- 四、关于中学数学课程改革的调查
- 五、中学数学课程内容改革的趋向

### 第三节 《国家数学课程标准》简介

- 一、基本理念
- 二、课程目标
- 三、数学课程内容
- 四、教材的编写与试验

二战以来，现代科学技术的革命性进步不仅促进了世界经济的巨大发展，而且掀起了全球性国际竞争的新浪潮。在关系到未来和发展的世界性竞争的严峻挑战面前，各国不仅把教育视为第一战略产业，而且视其为竞争的有力武器和未来发展的重要关键，教育在经济发展中的战略地位更加突出。更新教育观念，构建新

的教育理论,探索 21 世纪未来教育和教学的新模式,已成为当今世界教育改革的潮流。在这种形势下,国内外各种教育流派和教育思潮如雨后春笋纷呈迭起,以课程、教材和教法为中心的各种教育实验竞相启动,世界性的教育改革呈现出一派繁花似锦的生动景象。

纵观 20 世纪各个领域的教育改革,数学教育无疑是最活跃的学科之一。无论 20 年代波及世界的教育改革运动,还是 50 年代末至今传遍全球的课程改革运动,在近百年来世界性的教育现代化运动中,中小学数学课程始终处于改革的中心地位。在本章中,将对国内外中学数学课程的历史发展与改革的趋向进行讨论。

## 第一节 国外中学数学课程的改革

### 一、数学课程改革的必然性

#### 1. 社会发展的需要

自 19 世纪末、20 世纪初以来,人类社会的进步和科学技术的发展出现了明显的加速趋势。据美国技术预测专家詹姆斯·马丁测算,人类的知识总量在 19 世纪时每 50 年增加一倍,20 世纪 50 年代时每 10 年增长一倍,80 年代以来则每 7~8 年就翻一番。在这个意义上,一个现代人一生中所经历的社会演变相当于过去人类的几千年。美国广播教学专家希列德指出:如果人类的知识以现有的速度增长的话,那么今天出生的孩子长到 50 岁时,他所学习的知识将有 97% 是他出生后才由人类发现的。鉴于此,如何按照时代发展的需求设计中小学的课程和教材,在 20 世纪已成为世界教育改革的中心议题。

另一方面,当代科学发展的重要标志之一,是各门科学的数学化趋势日益增强。如果说 19 世纪物理科学大量运用数学的知识、语言、符号和数学的思想与方法,率先开始了数学化的话,那么 20

世纪以来包括生物学、医学、经济学、法律和语言科学在内的几乎所有的科学都在最大限度地应用数学的知识和方法，同样实现或开始了数学化进程。以至运用数学知识的多寡，已成为一门科学成熟与否的分水岭。纵观当今的时代，数学的进步不仅推动着整个科学的迅速发展，而且人类活动的各个领域和社会生产的所有部门对数学的需求都在空前增长。正如华罗庚先生指出的：“宇宙之大，粒子之微，火箭之速，化工之巧，地球之变，生物之谜，日用之繁，无处不用数学。”为了适应现代科学技术和社会生产发展对人才的需求，改造中小学数学课程，用现代数学武装学生已成为当代教育改革的重要内容。

现行中小学数学课程和内容体系是第一次工业革命时期确立的，反映了 19 世纪前知识领域与学科的划分，也适应了蒸汽机时代社会对数学的需求。在当今的计算机时代，剔除数学课程中陈旧落后的部分，把现代数学成果纳入中学数学内容体系，尽力缩小数学课程与现代科学技术间的差距，不仅已成为 20 世纪世界性中小学数学课程改革的强劲动力，也是实现教育现代化的必然进程。

## 2. 数学科学发展的需要

与 19 世纪相比较，20 世纪的数学领域发生了革命性的变化，这些变化突出表现在三个方面：第一，纯粹数学转向研究基本的数学结构。20 世纪 30 年代，法国布尔巴基 (Bourbaki) 学派推出了“数学是关于结构的科学”的观点，认为整个数学的大厦可以在彻底公理化的基础建立起来，大厦的地基是集合论，大厦的骨架是三种最基本最普通的数学结构，这就是代数结构、顺序结构与拓扑结构。这三种结构被称为数学的母结构，加入新的公理后母结构便派生为子结构，不同的结构融合在一起，可以形成复合结构。由此出发，布尔巴基学派认为纯数学是研究已有结构并产生新的结构的学问，数学可以在这种认识下统一为一个整体。布尔巴基学派的结构主义观点在全世界产生了巨大影响，不仅为数学研究提供了有力的工具，使纯粹数学转向了数学结构的研究，而且提出了

改造中小学数学课程体系的必然要求。

第二,由于20世纪数学应用范围的迅速扩大,新的数学理论、数学分支和数学方法不断产生。例如,把数理统计方法应用于信息处理和信息传递,产生了信息论;把运筹学的原理和方法应用于企业的组织管理,产生了规划论、排队论、线性规划、非线性规划和动态规划等许多数学分支;在解决系统规划和最优化问题中又建立了图论网络理论等。数学研究需要熟悉现代数学的新型人才,数学应用也需要熟悉现代数学的新型人才,在这两个重要方向上同时提出了改造中小学特别是中学数学课程,使之适应数学现代化的紧迫性问题。

第三,20世纪电子计算机的出现不仅大大增加了对数理逻辑与算法语言知识的需求,而且为离散数学的应用开辟了广阔的前景。适应数学与计算机迅猛发展的需要,调整中学数学课程内容、研制具有时代性和超前性的数学课程体系已迫在眉睫,因而中学数学课程的改革成为20世纪数学发展的必然趋势。

### 3. 基础教育发展的需要

随着20世纪科学技术的飞速发展,世界的教育已经发生了深刻的变革。在基础教育的目标方面,传统观念强调知识与技能的传授,致力于培养继承性人才。从现代化大生产的需要出发,20世纪50年代以来这种观念已经发生了根本性的变化,人们已经抛弃了“封闭式”与“仓库理论”等旧的陈腐观念,转而注重智能的发展和人脑资源的开发,为新时代培养创造性人才已成为现代基础教育的根本目标。

现代社会的基本特征之一,就是知识与智力在生产过程中的作用更加突出。据统计,在人类机械化的初期阶段,体力劳动与智力劳动的需求比是9:1,中级阶段为6:4,而在自动化阶段二者的比例则变为1:9。随着新能源、新材料和新技术领域的不断开发,不仅产业的这种知识化比例迅速增大,而且管理知识化的程度也在大大提高,因而人们把未来的知识经济社会称之为高级知识社

会或智力社会。在即将到来的知识经济时代,包括工人、农民在内的各级各类工作人员不仅需要具备丰富的生产经验和岗位技能,更需要有相应的科学文化素质和创造才能。为了适应现代社会对人才素质要求不断提高的新形势,20世纪以来世界各国在逐步延长义务教育年限的同时,不断开展了以中小学数学课程为中心的研究与改革。显然,这既是时代对人才培养的需求,也是基础教育自身发展的需要。

## 二、克莱因－贝利运动

20世纪上半叶传统的中学数学课程存在着许多弊端,严重制约着基础教育与高等教育的发展,也影响了新时代人才的培养。例如,把数学划分为算术、代数、几何、三角等彼此独立的学科,割裂了数学的整体性和内在的联系,不利于学生把握数学的全貌;传统的教学内容基本上是17世纪前的常量数学,而且由于过分强调运算技巧而失之于繁琐,使学生不仅无法了解近现代数学的发展,而且陷于死记和模仿之中,不能理解数学的实质及数学应用等等。

从革新传统中学数学内容出发,以德国数学家克莱因(F. Klein)和英国数学家贝利(J. Beili)为代表,于20世纪20年代—30年代倡导发起了一场教育改革运动,称为克莱因－贝利运动。改革的基本宗旨是实现数学课程的近代化和教学方法的心理化,实现数学各学科的统一以及理论与实践的统一。改革的基本内容有四个方面:第一,改造传统的几何课程,使之脱离欧几里得《几何原本》的形态,用实验方法和变换方法处理几何内容,强化几何的实用部分。第二,把代数、几何、物理统一起来,沟通数学、物理与生活的联系。第三,把函数观念作为中学数学的核心,用函数思想把代数、几何、三角、解析几何统一为一个整体,成为现代的综合性数学。第四,认为数学教学不应过分强调“形式陶冶”,即数学在训练学生思维方面的作用,而“应置重心于应用方面”,强调理论与实际的结合。

克莱因－贝利运动的重点是数学教学内容的改革，对中学数学课程产生了深远的影响。不仅初等函数由此进入了中学数学课程，而且不少国家先后把解析几何与微积分引入了中学数学，有些国家还用变换方法对传统几何教材进行了处理。虽然克莱因－贝利运动的方向是正确的，有些很有价值的实验也取得了明显的成果，但由于第一、二次世界大战相继爆发等原因，运动没能进行到底。尽管如此，克莱因－贝利运动毕竟冲破了传统中学数学课程的体系，为 50 年代后期在世界范围内兴起的数学教育现代化运动奠定了基础。

### 三、数学教育现代化运动

#### 1. 历史背景

1945 年二战结束后，世界上虽然仍有时断时续的局部战争，但绝大部分国家得以集中精力发展自己的经济，并取得了显著的成就。于是，从 20 世纪 50 年代末起世界便进入了以原子能技术、电子技术和计算机为特征的第三次科技革命新时代。新的时代不仅提出了数学科学的现代化问题，而且新的发展趋势从不同的角度冲击着教育，对教育提出了新的挑战和新的要求。为新时代培养新型的人才，这就是新时代赋予教育的新的使命。所以，从 20 世纪 50 年代末起，“改革教育，改造中学课程内容，提高教育质量”便成为世界各国普遍关注的重大课题，这就是 20 世纪 50 年代末到 60 年代世界各大国先后掀起教育改革浪潮的历史背景。

#### 2. 数学教育现代化运动的兴起

1957 年 10 月 4 日，前苏联第一颗人造地球卫星发射成功，引起了全世界特别是美国的强烈震动。早在二战中美国的许多将军就发现自己军队中的大学生数理化基础很差，不能适应军事科学技术发展的需要，他们曾为此大声疾呼并受到社会各界的关注。一些美国议员在 20 世纪 50 年代中期考察前苏联的教育改革后也指出：“教育已成为冷战的特征之一，俄国的教室、图书馆和教学

法,对我们的威胁可能比我们的氢弹还要厉害”,这些舆论更引起了美国上下的重视。恰逢此时前苏联的人造卫星发射升空,使美国极为震惊,认为这是“科学技术上的珍珠港事件”,他们立即采取各种措施,开展了新的教育改革。

1958年,美国国会通过了《国防教育法》,规定由国家拨出巨款发展科学和教育事业,并强调加强数学、理科和外语等“新三艺”的教学。1958年,在美国数学协会(MAA)和全美数学教师联合会(NCTM)的倡导以及政府的资助下成立了“学校数学研究组”(SMSG),全面负责全美的中学数学教材研究和实验。美国的改革在20世纪60年代很快波及到西方所有国家,各国纷纷编写新的数学教材,形成了声势浩大的数学教育现代化运动,即新数学运动。

### 3. 新数学运动的发展

1959年11月,欧洲共同市场(OECD)在法国的罗瓦奥蒙召开了数学教育改革研讨会,出席会议的有美、英、法、西德等17个国家的代表。美国芝加哥大学的斯通(M. H. Stone)在开幕词中指出:“多年来很少有所变化的数学课程,现在正面临着重大的根本性的转变,对中学和大学低年级的数学内容有必要重新进行认识。”这次会议肯定了中学数学课程改革的必要性,并提出了许多改革的方案。会议之后,共同市场组织一大批专家编写了理科的《中学数学现代化大纲》,西方各国纷纷建立了中学数学课程的专门研究机构,迅速掀起了遍及整个西方的大规模的数学教育现代化运动。

1960年4月,英国在南安普顿召开了数学新教材编写会议。剑桥大学出版社于1961年出版了由数十名数学教育专家拟定的《学校数学设计》,并出版了相应的中学数学课本,简称SMP教材,对中学数学课程进行了重大改革。在此后的十几年间,英国出版了包括中学数学课本、教师参考书、学生参考书与家长参考书在内的数十种SMP书籍和教材,在世界产生了广泛的影响,SMP组织

也成为英国从事中学数学教材编写工作的最大的机构。与英国的 SMP 教材相呼应,美国的“学校数学研究组”也于 1962 年编写出了新的中学数学教材,并进行了大规模试验。

1961 年 12 月,在哥伦比亚首都圣菲波哥大召开了美洲国家数学教育会议,几乎全部美洲国家都派代表参加了会议。在这次会议的推动下,数学教育现代化运动在美洲迅速兴起并蓬勃开展起来。

1962 年 8 月,联合国科教文组织下属的国际数学联盟(IMU)在瑞典召开了国际数学会议。受国际数学联盟委托,美国的凯梅尼(J. G. Kemeny)向会议报告了 21 个国家中学数学课程改革的情况,引起了世界各国的普遍重视。1962 年 8 月,在国际数学会议之后,联合国科教文组织在匈牙利的布达佩斯召开了美、英、苏、法、日本等 17 个国家参加的国际数学教育会议,交流各国数学课程改革的情况。同一个时间,国际数学教育委员会(ICME)在斯德哥尔摩召开了更大规模的会议,21 个国家介绍了本国数学课程改革的进展。在上述会议的推动下,世界性的中学数学课程改革在 60 年代形成了高潮。

从 1962 年到 1970 年,世界各国竞相实施数学课程的改革,范围不仅从中学扩展到大学和小学以及幼儿园,而且从美国扩展到欧洲、美洲和整个世界。例如,1964 年召开了东南亚数学教育改革会议,1967 年前苏联公布了《新数学教学大纲》,1968 年—1970 年日本陆续颁布了小学、初中和高中的《新数学教学大纲》,这些国家都依据新大纲编写了新的中小学数学教材,对数学课程内容进行了根本性变革。

1969 年 8 月,国际数学教育委员会在法国里昂召开了有 37 个国家参加的会议,主题是数学教育的广泛改革。会议认为,数学教育改革不仅包括数学课程内容方面,还应扩展到教学方法方面;数学课程的改革也不应局限于中小学,而应扩大到大学和师范院校。在会议精神的推动下,数学教育改革运动的范围不断扩大,形

成了全球性数学教育现代化运动的高潮。

#### 4. 对新数学运动的评价

1980年8月，国际数学教育委员会在美国的伯克利举行了第四次会议，会议对新数学运动进行了分析总结和评价。

(1)新数学运动的成绩 20世纪20年代—30年代开展的克莱因—贝利运动和50年代—70年代兴起的新数学运动，核心都是中学数学课程的改革。如果说克莱因—贝利运动为新数学运动奠定了基础，新数学运动则是克莱因—贝利运动的延伸和发展，目的都是实现中学数学课程的现代化，其改革的方向无疑是正确的。

新数学运动实现了中学数学课程内容的深刻变革，这种变革主要表现在三个方面：第一，增加了近现代数学的内容，缩小了中学数学与现代数学之间的距离。不仅集合论、数理逻辑、近世代数、微积分、概率统计、计算机等学科的初步知识开始进入中学数学教材，而且多数国家在加强数学基础和数学应用的结合上实现了对中学数学课程的改造。

第二，精简和改造了中学数学的传统内容，特别是欧几里得几何。在1959年11月欧洲共同市场于罗瓦奥蒙举行的数学教育研讨会上，法国数学家迪厄多内(J. Dieudonne)提出了“欧几里得滚蛋”的主张，尽管在取消还是保留欧氏几何的问题上新数学运动并未取得一致的意见，但世界各国却有着精简和改造欧氏几何的共同意向。例如，法国基本废弃了欧氏几何，改用线性代数方法处理几何内容；西德取消了欧氏几何，代之以变换几何；美国虽然基本保留欧氏体系，但引入了伯克霍夫—比尔泰公理体系对欧氏几何进行改造；前苏联也基本保留欧氏体系，但引入了变换和向量的方法。

第三，用结构主义观点处理中学数学的体系，把代数、几何、三角等组成统一的数学课程。

(2)新数学运动的缺点 其一，过多地增加近现代数学的内容，过分强调抽象概念和抽象理论，导致了学生学习的困难和过重