

20 世纪经济学
经典译丛

博弈论 下册

与 经济行为

John Von Neumann and
Oskar Morgenstern

〔美〕冯·诺伊曼 摩根斯顿 著

王文玉 王宇 译

生活·读书·新知 三联书店

20 世纪经济学
经典译丛

下册

博弈论 与经济行为

〔美〕冯·诺伊曼 摩根斯顿 著
王文玉 王宇 译

生活·读书·新知 三联书店

图书在版编目(CIP)数据

博弈论与经济行为/(美)冯·诺伊曼、摩根斯顿著;王文玉,王宇译. - 北京:生活·读书·新知三联书店,2004.12
(2005.6重印)

(20世纪经济学经典译丛)

ISBN 7-108-02152-8

I. 博… II. ①摩… ②王… ③王… III. 对策论 - 应用 - 经济学 IV. F224.32

中国版本图书馆CIP数据核字(2004)第079489号

策划编辑 贾宝兰

责任编辑 薛松奎

封面设计 罗洪

出版发行 生活·读书·新知三联书店

(北京市东城区美术馆东街22号)

邮 编 100010

经 销 新华书店

排 版 北京京鲁创业图文设计有限公司

印 刷 北京京海印刷厂

版 次 2004年12月北京第1版

2005年6月北京第2次印刷

开 本 850毫米×1168毫米 1/32 总印张 33.375

字 数 660千字 图字 01-2000-0843

印 数 05,001-10,000册

定 价 50.00元(上、下册)

下册目录

第8章 关于 $n \geq 5$ 博弈的一些说明	505
39. 各类博弈的参数个数	505
39.1 $n = 3, 4$ 的情况	505
39.2 $n \geq 3$ 的情况	506
40. 对称五人博弈	508
40.1 对称五人博弈的形式体系	508
40.2 两种极端情况	509
40.3 对称五人博弈与 1、2、3 对称四人博弈 之间的关系	512
第9章 博弈的合成与分解	519
41. 合成与分解	519
41.1 全部解能够被决定的 n 人博弈	519
41.2 第一个类:合成和分解	520

41.3	严格定义	523
41.4	可分解性分析	526
41.5	修改的必要性	529
42.	理论的修改	530
42.1	零和条件的不完全放弃	530
42.2	策略等价:常数和博弈	530
42.3	新理论中的特征函数	534
42.4	新理论中的分配、占优和解	536
42.5	新理论中的本质性、非本质性和可分解性	538
43.	分解分析	541
43.1	裂集和成分博弈	541
43.2	全部裂集的系的性质	542
43.3	全部裂集的系的特征与分解分析	544
43.4	分解分析的性质	547
44.	可分解博弈:理论的进一步推广	550
44.1	一个可分解的博弈的解及其成分的解	550
44.2	分配和分配集的合成与分解	551
44.3	解的合成与分解:主要结果	554
44.4	理论的推广:外部来源	557
44.5	剩余	559
44.6	对剩余的限制:新结构中一个博弈的 非孤立特征	562
44.7	新结构 $E(e_0)$ 和 $F(e_0)$ 的讨论	563
45.	对剩余的限制和扩展的理论结构	566
45.1	剩余的下限	566

45.2	剩余的上限:独立分配和完全独立分配	567
45.3	关于两个界限的讨论:它们的比率	571
45.4	独立分配与各种解	575
45.5	定理证明	577
45.6	总结	583
46.	一个可分解的博弈全部解的决定	586
46.1	分解的基本性质	586
46.2	分解及其与解的关系:有关 $F(e_0)$ 的 初步结果	589
46.3	连续性	592
46.4	连续性	596
46.5	$F(e_0)$ 中的全部结果	599
46.6	$E(e_0)$ 中的完全结果	602
46.7	部分结果的图示	605
46.8	解释:正常区域和各种性质的遗传性	607
46.9	哑玩家	610
46.10	博弈的嵌入	611
46.11	正常区域的意义	615
46.12	转移现象的首次出现: $n=6$	618
47.	新理论中的本质三人博弈	619
47.1	讨论的必要性	619
47.2	预备性分析	619
47.3	六种情况讨论:情况(I)—(III)	624
47.4	情况(IV):第一部分	625
47.5	情况(IV):第二部分	629

47.6	情况(V)	635
47.7	情况(VI)	638
47.8	结果的解释:解中的曲线(一维部分)	640
47.9	连续性:解中的区域(二维组成部分)	642
第10章	简单博弈	644
48.	胜利联盟、失败联盟及其出现的博弈	644
48.1	41.1中的第二个类:联盟的决策	644
48.2	胜利联盟与失败联盟	646
49.	简单博弈的特征描述	649
49.1	胜利联盟与失败联盟的一般概念	649
49.2	一元集的特殊作用	653
49.3	实际博弈的 W/L 的特征描述	655
49.4	简单博弈的严格定义	658
49.5	简单博弈的一些基本性质	658
49.6	简单博弈及其 W/L :最小胜利联盟 W^m	659
49.7	简单博弈的解	661
50.	多数博弈和主解	663
50.1	简单博弈的例子:多数博弈	663
50.2	齐次性	667
50.3	分配的概念在求解中的更直接运用	669
50.4	直接方法	670
50.5	与一般理论的联系:严格阐述	673
50.6	结果的重新描述	677
50.7	结果解释	680
50.8	与齐次多数博弈的联系	682

51. 全部简单博弈的枚举方法	684
51.1 概论	684
51.2 饱和法:借助 W 来枚举	686
51.3 从 W 到 W^n 的理由:使用 W^n 的困难	689
51.4 改变后的方法:借助 W^n 的枚举	693
51.5 简单博弈与分解	697
51.6 非本质博弈、简单博弈和博弈的分解: 剩余的处理	700
51.7 W^n 意义上的可分解性准则	701
52. n 较小时的简单博弈	705
52.1 $n=1,2,3$ 的情况	705
52.2 $n \geq 4$ 时的二元集及其在 W^n 分类中的 作用	706
52.3 情况 C^* 、 C_{n-2} 和 C_{n-1} 的可分解性	708
52.4 (有哑玩家的)不同于 $[1, \dots, 1, l-2]_l$ 的 简单博弈: $C_k, k=0, 1, \dots, n-3$	712
52.5 $n=4,5$	713
53. $n \geq 6$ 的简单博弈及其新情况	715
53.1 $n < 6$ 时的有规律性	715
53.2 六个主要反例 ($n=6,7$)	717
54. 适宜博弈中全部解的确定	728
54.1 简单博弈不同于主解的解	728
54.2 全部解已知的博弈的枚举	729
54.3 分析简单博弈 $[1, \dots, 1, n-2]_n$ 的理由	731
55. 简单博弈 $[1, \dots, 1, n-2]_n$	732

55.1	准备性说明	732
55.2	占优和首要玩家:情况(I)和(II)	733
55.3	情况(I)的解决	735
55.4	情况(II): V 的确定	739
55.5	情况(II): \bar{V} 的确定	743
55.6	情况(II): B 和 S	747
55.7	情况(II')和(II''):(II')的解决	749
55.8	情况(II''): B 和 V' 占优	752
55.9	情况(II''): V' 的确定	754
55.10	情况(II')的解决	762
55.11	完全结果的重新阐述	766
55.12	结果的解释	769
第11章	一般非零和博弈	777
56.	理论的扩展	777
56.1	问题描述	777
56.2	虚构玩家:零和扩展 $\bar{\Gamma}$	779
56.3	有关 $\bar{\Gamma}$ 的特征的一些问题	781
56.4	$\bar{\Gamma}$ 的运用所受到的限制	784
56.5	两种可能的过程	788
56.6	有歧视的解	789
56.7	其他情况	791
56.8	新结构	793
56.9	Γ 是零和博弈情况的重新分析	796
56.10	占优概念分析	801
56.11	严格讨论	807

56.12 解的新定义	811
57. 特征函数及相关问题	813
57.1 特征函数:扩展型和受约束型	813
57.2 基本性质	814
57.3 全部特征函数的确定	817
57.4 可去除玩家集	821
57.5 策略等价:零和博弈与常数和博弈	825
58. 特征函数的解释	830
58.1 定义分析	830
58.2 获益欲与损人欲	831
58.3 讨论	833
59. 一般分析	836
59.1 方案讨论	836
59.2 简化型和不等式	837
59.3 各种各样的题目	841
60. $n \leq 3$ 一般博弈的解	845
60.1 $n = 1$ 的情况	845
60.2 $n = 2$ 的情况	846
60.3 $n = 3$ 的情况	848
60.4 与零和博弈的比较	854
61. $n = 1, 2$ 时结果的经济学解释	855
61.1 $n = 1$ 的情况	855
61.2 $n = 2$ 的情况:二人市场	855
61.3 二人市场及其特征函数的讨论	858
61.4 第 58 节中观点的正当理由	861

61.5	可分割的物品：“边际对”	862
61.6	价格	866
62.	$n = 3$ 时结果的经济学解释：特殊情况	869
62.1	$n = 3$ 时的特殊情况：三人市场	869
62.2	预备性讨论	871
62.3	解：第一种子情况	872
62.4	解：一般形式	876
62.5	结果的代数形式	877
62.6	讨论	879
63.	$n = 3$ 时结果的经济学解释：一般情况	882
63.1	可分物品	882
63.2	有关不等式的分析	885
63.3	准备性讨论	888
63.4	解	889
63.5	结果的代数形式	892
63.6	讨论	894
64.	一般市场	897
64.1	问题描述	897
64.2	一些特殊性质：垄断和买方垄断	899
第 12 章	占优与解的概念扩展	903
65.	扩展：特殊情况	903
65.1	问题描述	903
65.2	一般说明	905
65.3	排序、可递性和非周期性	906
65.4	对称关系和完备排序的解	910

65.5	半排序的解	912
65.6	非周期性和严格非周期性	915
65.7	对于一个非周期关系来说的解	921
65.8	解的惟一性、非周期性和严格非周期性	925
65.9	应用于博弈:离散性和连续性	929
66.	效用概念的推广	931
66.1	推广:理论描述的两个阶段	931
66.2	第一个阶段的讨论	932
66.3	第二个阶段的讨论	934
66.4	统一两个阶段的可取之处	937
67.	一个例子	938
67.1	描述	938
67.2	解及其解释	942
67.3	推广:不同离散效用刻度	946
67.4	有关讨价还价的结论	949
附录:	效用的公理化描述	951
A.1	问题描述	951
A.2	基于公理的推导	953
A.3	总结说明	969
人名索引		976
调条索引		979
译者后记		1017

第 8 章 关于 $n \geq 5$ 博弈的一些说明

39. 各类博弈的参数个数

39.1 $n = 3, 4$ 的情况

39.1 我们知道,本质博弈形成我们的真正问题,而且我们假设它们总是有简化型且 $\gamma = 1$ 。在这一表述中, 330
 恰恰存在一个三人零和博弈,而四人零和博弈形成一个三维流形。^① 我们还看到,(惟一的)三人零和博弈自然而然是对称的,而所有四人零和博弈的三维流形却恰好包含一个对称博弈。

我们也可以这样说,上述各种博弈中的每一个的维度是多少,即为了描述一类博弈中的一个,必须确定的未知

^① 关于一般说明,见 27.1.4 和 27.3.2;关于三人零和博弈,见 29.1.2;关于四人零和博弈,见 34.2.1。——330,①

参数有几个。图 65 给出了有关结果。^① 我们上面的说法重新出现在该表 $n=3, 4$ 栏中。

玩家个数	所有的博弈	对称博弈
3	0*	0*
4	3	0*
5	10	1
6	25	1
7	56	2
8	119	2
...
n	$2^{n-1} - n - 1$	$\frac{n+1}{2} - 2n$ 是奇数 $\frac{n}{2} - 2n$ 是偶数

* 表示该博弈惟一

图 65——本质博弈。(简化形式, 其中 $\gamma = 1$)

39.2 $n \geq 3$ 的情况

39.2.1 接下来, 我们确定全部 n 人博弈和对称 n 人零和博弈的参数个数。

特征函数是很多 $v(S)$ 的一个综合, 而 $v(S)$ 的个数就是 $I = (1, \dots, n)$ 的子集的个数, 即 2^n 个。这些数满足 25.3.1 的约束条件 $(25; 3; a) - (25; 3; c)$, 以及 27.2 中的 $(27; 5)$ 所表达的归于简化特征和正规化 $\gamma = 1$ 的条件。在这些条件中, $(25; 3; b)$ 使得, 每当 $v(S)$ 被给定, 那么,

^① 对于 $n=1, 2$, 不存在本质博弈! ——330, ^②

$v(-S)$ 就确定了,因此它使参数减少一半。^① 这样,我们有 2^{n-1} ,而不是 2^n 。接着,(25:3:a)确定其余 $v(S)$ 中的一个: $v(\ominus)$;(27:5)确定其余 $v(S)$ 中的 n 个: $v[(1)], \dots, v[(n)]$ 。因此,它们使参数个数减少 $n+1$ 个。^② 这样,我们有 $2^{n-1} - n - 1$ 个参数。最后,(25:3:c)不需要考虑,因为它仅仅包含不等式。

39. 2. 2 如果该博弈是对称的,那么, $v(S)$ 仅仅依赖于 S 的元素 p 的个数: $v(S) = v_p$,见 28. 2. 1。因此它是多个 v_p 的综合,而 $p = 0, 1, \dots, n$,即 $n+1$ 个。这些数服从 28. 2. 1的约束条件(28:11:a)——(28:11:c);这一简化特征是自动有的,而且我们还要求 $v_1 = -\gamma = -1$ 。当 v_p 给定时,(28:11:b)固定 v_{n-p} ,所以,对于 $n-p \neq p$,它使这些参数的个数减半。当 $n-p = p$ ^③,即 $n = 2p$ 时, n 必定是一个偶数,那么, $p = n/2$,(28:11:b)表明,这个 v_p 必定等于零。这样,当 n 是奇数时,我们有 $\frac{n+1}{2}$ 个参数;当 n 是偶数时,我们有 $\frac{n}{2}$ 个参数,而不是最初的 $n+1$ 个。接下来,(28:11:a)确定其余 v_p 中的一个: v_0 ; $v_1 = -\gamma = -1$ 确定了其余 v_p 中的另一个: v_1 ;它们使参数减少两个:^④这样,我们有 $\frac{n+1}{2} - 2$

① S 和 $-S$ 永远不会是相同的集合! ——330,③

② $S = \ominus, (1), \dots, (n)$ 互不相同且各自的分量都不相同。——330,④

③ 与第330页脚注③比较! ——331,①

④ $p = 0, 1$ 相互不同且不同于各自的 $n-p$ 。(后者只是因为 $n \geq 3$)——332,②

或 $\frac{n}{2} - 2$ 个参数。最后, (28:11:c) 不需要考虑, 因为它只包含不等式。

39.2.3 我们用图 65 概括这些信息。在图 65 中, 我们明确给出 $n = 3, 4, 5, 6, 7, 8$ 时的值——其中, 前面两个的值是我们过去提到过的。

如果需要的话, 图 65 左边一栏的迅速增加可以作为一个指数, 表明随着参与者人数增加, 博弈的复杂性如何增加。值得注意的是, 右边一列也在增加, 但增加得慢得多。

40. 对称五人博弈

40.1 对称五人博弈的形式体系

40.1.1 我们并不试图直接攻克五人零和博弈。系统化的理论还没有发达到允许我们这么做的程度, 而且对于描述性的方法和决疑法(如四人零和博弈分析使用的那样)来说, 10 个参数实在令人望而生畏。

然而, 研究对称的五人零和博弈还是可能的。其参数个数是 1, 小而不等于零, 而且是一个值得考虑的质的变化。对于 $n = 3, 4$, 仅仅存在一个对称博弈, $n = 5$ 时, 第一次出现了这样的情况, 即对称博弈的结构呈现出多种类型。

40.1.2 对称五人博弈由 28.2.1 的 $v_p, p = 0, 1, 2, 3, 4$,

5 刻画,服从那里给出的约束条件(28:11:a)—(28:11:c)。

(28:11:a)和(28:11:b)是说(在 $\gamma = 1$ 时)

$$(40:1) \quad v_0 = 0, v_1 = -1, v_2 = 1, v_3 = 0,$$

且 $v = -v_3$, 即

$$(40:2) \quad v_2 = -\eta, \quad v_3 = -\eta。$$

(28:11:c)是说,对于 $p + q \leq 5$, $v_{p,q} \geq v_p + v_q$, 而且我们能够使 p, q 进一步服从(28:12)的约束条件。所以, $p = 1$, $q = 1, 2$ ^①, 而且根据(40:1)和(40:2), 我们有

$$p = 1, q = 1: \quad -2 \leq -\eta;$$

$$p = 1, q = 2: \quad -1 - \eta \leq \eta;$$

即

$$(40:3) \quad -\frac{1}{2} \leq \eta \leq 2。$$

总之:

(40:A) 对称五人零和博弈由参数 η 借助(40:1)和(40:2)描述。 η 的变动范围是(40:3)。

40.2 两种极端情况

40.2.1 为上述对称博弈提供一个直接的描述也许是有意义的。让我们首先考虑区间(40:3)的两个端点:

$$\eta = 2, -\frac{1}{2}。$$

首先考虑 $\eta = 2$ 的情况:在这种情况下,对于每个二元 333

① 这可以轻易地从(28:12)或第 259 页脚注②中的不等式得到验证。这些结果给出 $1 \leq p \leq \frac{5}{3}$, $1 \leq q \leq 2$, 又因 p, q 是整数, 所以 $p = 1, q = 1, 2$ 。——332, ①