20世纪经济学
经典译丛

博弈论与经济行为 下册

John Von Neumann and
Oskar Morgenstern

〔美〕冯·诺伊曼 摩根斯顿 著
王文玉 王宇 译

生活·讀書·新知 三联书店

20世纪经济学经典译丛

下册

博弈论与经济行为

〔美〕冯·诺伊曼 摩根斯顿 著
王文玉 王宇 译

生活·讀書·新知 三联书店

图书在版编目(CIP)数据

博弈论与经济行为/(美)冯·诺伊曼、摩根斯顿著;王文玉,王宇译. -北京:生活·读书·新知三联书店,2004.12
(2005.6重印)
(20世纪经济学经典译丛)
ISBN 7-108-02152-8

Ⅰ.博… Ⅱ.①摩… ②王… ③王… Ⅲ.对策论-应用-经济学 Ⅳ.F224.32

中国版本图书馆CIP数据核字(2004)第079489号

策划编辑 贾宝兰
责任编辑 薛松奎
封扉设计 罗 洪
出版发行 生活·讀書·新知三联书店
(北京市东城区美术馆东街22号)
邮　　编 100010
经　　销 新华书店
排　　版 北京京鲁创业图文设计有限公司
印　　刷 北京京海印刷厂
版　　次 2004年12月北京第1版
2005年6月北京第2次印刷
开　　本 850毫米×1168毫米 1/32 总印张33.375
字　　数 660千字 图字01-2000-0843
印　　数 05,001-10,000册
定　　价 50.00元(上、下册)

下册目录

第 8 章　关于 $n \geqq 5$ 博弈的一些说明

39. 各类博弈的参数个数

39.1　$n=3,4$ 的情况

39.1　我们知道，本质博弈形成我们的真正问题，而且我们假设它们总是有简化型且 $\gamma=1$。在这一表述中，恰恰存在一个三人零和博弈，而四人零和博弈形成一个三维流形。① 我们还看到，(惟一的)三人零和博弈自然而然是对称的，而所有四人零和博弈的三维流形却恰好包含一个对称博弈。 *330*

我们也可以这样说，上述各种博弈中的每一个的维度是多少，即为了描述一类博弈中的一个，必须确定的未知

① 关于一般说明，见 27.1.4 和 27.3.2；关于三人零和博弈，见 29.1.2；关于四人零和博弈，见 34.2.1。——330，①

参数有几个。图 65 给出了有关结果。[①] 我们上面的说法重新出现在该表 n = 3,4 栏中。

玩家个数	所有的博弈	对称博弈
3	0*	0*
4	3	0*
5	10	1
6	25	1
7	56	2
8	119	2
...	...	...
n	$2^{n-1}-n-1$	$\frac{n+1}{2}-2n$ 是奇数 $\frac{n}{2}-2n$ 是偶数

* 表示该博弈惟一

图 65——本质博弈。(简化形式,其中 $\gamma=1$)

39.2 $n \geqq 3$ 的情况

39.2.1 接下来,我们确定全部 n 人博弈和对称 n 人零和博弈的参数个数。

特征函数是很多 $v(S)$ 的一个综合,而 $v(S)$ 的个数就是 $I=(1,\cdots,n)$ 的子集的个数,即 2^n 个。这些数满足 25.3.1的约束条件(25:3:a)—(25:3:c),以及 27.2 中的(27:5)所表达的归于简化特征和正规化 $\gamma=1$ 的条件。在这些条件中,(25:3:b)使得,每当 $v(S)$ 被给定,那么,

① 对于 $n=1,2$,不存在本质博弈!——330,②

$v(-S)$就确定了，因此它使参数减少一半。[1] 这样，我们有 2^{n-1}，而不是 2^n。接着，(25:3:a)确定其余 $v(S)$中的一个：$v(\ominus)$；(27:5)确定其余 $v(S)$中的 n 个：$v[(1)],\cdots,v[(n)]$。因此，它们使参数个数减少 $n+1$ 个。[2] 这样，我们有 $2^{n-1}-n-1$ 个参数。最后，(25:3:c)不需要考虑，因为它仅仅包含不等式。

39.2.2 如果该博弈是对称的，那么，$v(S)$仅仅依赖于 S 的元素 p 的个数：$v(S)=v_p$，见 28.2.1。因此它是多个 v_p 的综合，而 $p=0,1,\cdots,n$，即 $n+1$ 个。这些数服从 *331*
28.2.1的约束条件(28:11:a)—(28:11:c)；这一简化特征是自动有的，而且我们还要求 $v_1=-\gamma=-1$。当 v_p 给定时，(28:11:b)固定 v_{n-p}，所以，对于 $n-p\neq p$，它使这些参数的个数减半。当 $n-p=p$[3]，即 $n=2p$ 时，n 必定是一个偶数，那么，$p=n/2$，(28:11:b)表明，这个 v_p 必定等于零。这样，当 n 是奇数时，我们有$\frac{n+1}{2}$个参数；当 n 是偶数时，我们有$\frac{n}{2}$个参数，而不是最初的 $n+1$ 个。接下来，(28:11:a)确定其余 v_p 中的一个：v_0；$v_1=-\gamma=-1$ 确定了其余 v_p 中的另一个：v_1；它们使参数减少两个：[4]这样，我们有$\frac{n+1}{2}-2$

---

① S 和 $-S$ 永远不会是相同的集合！——330，③

② $S=\ominus,(1),\cdots,(n)$互不相同且各自的分量都不相同。——330，④

③ 与第 330 页脚注③比较！——331，①

④ $p=0,1$ 相互不同且不同于各自的 $n-p$。(后者只是因为 $n\geq 3$。)——332，②

或$\frac{n}{2}-2$个参数。最后,(28:11:c)不需要考虑,因为它只包含不等式。

39.2.3 我们用图65概括这些信息。在图65中,我们明确给出$n=3,4,5,6,7,8$时的值——其中,前面两个的值是我们过去提到过的。

如果需要的话,图65左边一栏的迅速增加可以作为一个指数,表明随着参与者人数增加,博弈的复杂性如何
332 增加。值得注意的是,右边一列也在增加,但增加得慢得多。

40. 对称五人博弈

40.1 对称五人博弈的形式体系

40.1.1 我们并不试图直接攻克五人零和博弈。系统化的理论还没有发达到允许我们这么做的程度,而且对于描述性的方法和决疑法(如四人零和博弈分析使用的那样)来说,10个参数实在令人望而生畏。

然而,研究对称的五人零和博弈还是可能的。其参数个数是1,小而不等于零,而且是一个值得考虑的质的变化。对于$n=3,4$,仅仅存在一个对称博弈,$n=5$时,第一次出现了这样的情况,即对称博弈的结构呈现出多种类型。

40.1.2 对称五人博弈由28.2.1的v_p,$p=0,1,2,3,4$,

5 刻画，服从那里给出的约束条件(28:11:a)—(28:11:c)。(28:11:a)和(28:11:b)是说(在 $\gamma=1$ 时)

(40:1) $$v_0=0, v_1=-1, v_4=1, v_5=0,$$

且 $v=-v_3$，即

(40:2) $$v_2=-\eta,\quad v_3=-\eta。$$

(28:11:c)是说，对于 $p+q \leqq 5$，$v_{p+q} \geqq v_p+v_q$，而且我们能够使 p、q 进一步服从(28:12)的约束条件。所以，$p=1$，$q=1,2$[①]，而且根据(40:1)和(40:2)，我们有

$$p=1, q=1:\quad -2 \leqq -\eta;$$

$$p=1, q=2:\quad -1-\eta \leqq \eta;$$

即

(40:3) $$-\frac{1}{2} \leqq \eta \leqq 2。$$

总之：

(40:A) 对称五人零和博弈由参数 η 借助(40:1)和(40:2)描述。η 的变动范围是(40:3)。

40.2 两种极端情况

40.2.1 为上述对称博弈提供一个直接的描述也许是有益的。让我们首先考虑区间(40:3)的两个端点：

$$\eta=2, -\frac{1}{2}。$$

首先考虑 $\eta=2$ 的情况：在这种情况下，对于每个二元 333

① 这可以轻易地从(28:12)或第 259 页脚注②中的不等式得到验证。这些结果给出 $1 \leqq p \leqq \frac{5}{3}$，$1 \leqq q \leqq 2$，又因 p、q 是整数，所以 $p=1, q=1,2$。——332，①