全国优秀畅销书

根据新课标编写　适用各种版本

数学培优
新帮手
SHUXUE PEIYOU XINBANGSHOU

黄东坡　著

培优新帮手

升级版

- 帮助家长辅导
- 帮助学生自学
- 帮助教师培优

数学

七年级

湖北长江出版集团
崇文书局

培优新帮手 满分我做主

培优新帮手

PEIYOU XINBANGSHOU

全国优秀畅销书

- 数学培优新帮手小学一年级
- 数学培优新帮手小学二年级
- 数学培优新帮手小学三年级
- 数学培优新帮手小学四年级
- 数学培优新帮手小学五年级
- 数学培优新帮手小学六年级
- 语文培优新帮手小学三年级
- 语文培优新帮手小学四年级
- 语文培优新帮手小学五年级
- 语文培优新帮手小学六年级
- 英语培优新帮手小学四年级(带CD)
- 英语培优新帮手小学五年级(带CD)
- 英语培优新帮手小学六年级(带CD)
- 数学培优新帮手七年级
- 数学培优新帮手八年级
- 数学培优新帮手九年级
- 语文培优新帮手七年级
- 语文培优新帮手八年级
- 语文培优新帮手九年级
- 英语培优新帮手七年级
- 英语培优新帮手八年级
- 英语培优新帮手九年级
- 物理培优新帮手八年级
- 物理培优新帮手九年级
- 化学培优新帮手九年级

策　　划：丁 渝
责任编辑：丁 渝
封面设计：問藝工作室 WYGZS

ISBN 7-5403-0373-5
01>
9 787540 303730

ISBN 7-5403-0373-5(01)
G · 530　定价：14.00元

数学培优
新帮手
SHUXUE PEIYOU XINBANGSHOU

黄东坡 著

全国优秀畅销书

根据新课标编写 适用各种版本

培优新帮手

PEIYOU XINBANGSHOU

数学

升级版

七年级

湖北长江出版集团
崇文书局

（鄂）新登字 07 号

培优新帮手数学七年级

编　　著：©黄东坡
责任编辑：丁　渝
封面设计：问艺工作室
出版发行：崇文书局
　　　　（武汉市雄楚大街 268 号 B 座　430070　027－87679710）
印　　刷：湖北科学技术出版社黄冈印刷厂
　　　　（黄冈市黄州区宝塔大道 89 号　438000　0713－8691794）
经　　销：新华书店
开　　本：787×1092　　1/16
插　　页：1
印　　张：12
版　　次：2001 年 1 月第 1 版
　　　　2006 年 6 月第 2 版
印　　次：2006 年 6 月第 1 次印刷
字　　数：150 千字
印　　数：00001—10000 册
定　　价：14.00 元
ISBN 7-5403-0373-5(01)/G·530

修订说明

《数学培优新帮手》自出版以来，因其反映数学教育新理念的前瞻性与学生学习发展同步的实用性、运用开放互动写作方式的独创性而深受全国各地读者的普遍欢迎，发行数十万册，成为广大教师、学生教学与学习的“好帮手”，先后被评为“湖北省最有影响的十本书”、“全国优秀畅销书”。

近年来，随着《义务教育国家课程标准》的颁布，人们对数学教育的认识、对数学学习的认识都在发生着显著的变化，课程改革与考试命题正处在一个重要的变革时期，广大师生十分关注的问题是：新增的内容怎样考？与保留的传统内容有怎样的联系？新中考的命题立意、情境设计、设问方式有什么新的特点？为了反映这种变化，让《数学培优新帮手》更好地服务于教师的教学、促进学生数学素养的提高，编者对本套书从以下两个方面进行了修订。

1. 反映新的课程标准理念

在修订过程中，以《义务教育国家课程标准》为指南，力图凸现数学教育、数学学习的新理念，即数学为其他科学提供语言、思想和方法；数学在提高人的推理能力、抽象思维能力、想像力和创造力等方面有独特的作用；数学学习的内容是现实的、有意义的、富有挑战性的，有效的数学学习活动不能单纯地依赖模仿与记忆，动手实践、自主探索与合作交流是学习数学的重要方式。

2. 更换了部分例习题

在修订过程中，对原有的例习题进行了筛选，以新颖性、启发性和导向性为原则，补充了近年以来全国各地的优秀竞赛试题、中考试题，如倡导数学应用的情境题、留给学生主动思考空间的开放题、引导学生探究的探索题、考查学生发展潜能的创新题、注重综合能力培养的跨学科问题等，它们从一个侧面反映了考试命题的新特点，折射着课程改革的新理念。

经过如此修订，编者相信本套书一定会成为你教学、学习的“好帮手”。

黄东坡

2006 年 5 月

于湖北省水果湖第二中学

序

黄东坡，这是一个我们大家都非常熟悉的名字．我们熟悉他，并不是他的“特殊职位”，也不是他的“荣誉称号”，这些身外之物，他都没有．但他有另外两样东西，一是培优经验，二是他写的书．也许，这也是身外之物，但足以证明了他的价值．在水果湖——这个我省政治、文化中心，人们都争相把孩子送到他的门下，他所任的班通常被称为“实验班”或者“杯班”，这种班的学生都有一种在数学竞赛中展现才能的愿望，也只有高素质的教师才能满足这批学生的需要．正因为如此，他写的书才有一种真实性——培优过程的真实，材料运用的真实，训练方法的真实和学生发展的真实．1995年，他的第一本书《初中数学一题多解》（湖北教育出版社）出版，以后又相继出版了《初中数学解题讲座》（湖北辞书出版社）和《数学中考综合题解题讲座》（湖北辞书出版社）等，这些，都真实地反映了一个耕耘者为启迪学生心智、探索培优方案所作出的努力．在我的书架上，就有上述三本书．这，既是我女儿初中学习的纪念，也是我从事教学活动的参考，今天，又成了我乐意为新作写序的原因．

还有一个原因，就是我对作者治学精神的钦佩．一般说来，当一个人写了几本有影响的书，赢得了众多读者，往往就会被一群人拥为“主编”，当“主编”的好处是不能向外人道的．黄东坡的书足以奠定了他享有“主编”之尊的地位，但他没有这样做，甘愿在艰辛的道路上跋涉．这样，才有了今天的力作《数学培优竞赛新帮手》．这套书在保持真实性风格的同时集中表现了创新的特色，其中包括内容的创新，解题方法的创新和写作方式的创新．全书的每一课，都提供了阅读材料，每一道例题都提供了解题思路．作者希望学生思考的地方，都留下了空白，作者对数学的体验、见解和感悟，都可见诸于旁批．这种作者与读者通过对话达到心灵沟通的形式，也许是作者的首创．近年来的课堂教学中，我们特别强调学生参与的原则，今天，这一原则终于被作者迁移到了著书立说领域．看来，一个教书，一个写书，原来是一回事．

诚然，任何一本书，都很难适合每一个人的口味．比如，对数学爱好者而言，只要适当点拨就够了，他们需要一个思考的空间，但对另一些读者，可能会要求作者同时提供一个详尽解答．对作者的方案，我是赞成的，因为这一方案可以用建构主义的观点来解释．至于效果，我们现在只能说它在水果湖中学这一实验基地是成功的．推广后的情况如何？那就得等待读者诸君用实践来回答了．

裴光亚
2000年12月于汉口杨汉湖

新世纪 新思考 新探索

——写在前面

当本套书出版的时候，我们已跨入新的21世纪，新世纪充满着新的机遇与挑战，也孕育着新的思想与新的观念.

在世纪之交的关键时期，数学教育思想与观念、教育方法与手段已发生巨大而深刻的变化. 培养学生创造精神、创新意识，注重学生探索能力、实践能力的提高，成为新世纪数学教育的主题.

本套书的编著宗旨为“立足培优，面向竞赛”，为此，将初中数学剖分组织为84个专题讲座形式，配合教学进度，顺应学习过程，为教师提供一种崭新的指导思路，为学生提供一种科学的训练方法，在编著过程中，力求突出以下几点：

1. 反映新的大纲精神

本套书以义务教育阶段《国家数学课程标准》为背景，以最新修订后的《初中数学教学大纲》、《初中数学竞赛大纲》为指南，力图反映新的大纲精神，即：培养学生的科学精神和创新思维习惯，激发学生独立思考和创新意识.

2. 探索新的解题方法

本套书以近年全国各地中考试题、全国各级数学竞赛试题为编选范围，以启发性、新颖性和导向性为原则，收集了从1997～2000年全国各地中考、各级竞赛中的典型问题，集中反映新中考新竞赛的新特点，如：由知识立意转向能力立意，在知识的交会点上命题，强调应用意识的培养，倡导问题的开放性、探索性，等等.

3. 追求新的写作形式

本套书运用“开窗式”写作方法，例题只给出提示性的解题思路，留给学生充分的思维空间、思考时间和解答空隙，疑难之处或需升华之处均以旁批的形式提醒读者，其内容包含“数学历史、数学最新进展、解题技巧、数学思想方法、问题推广与引申”等丰富知识，旨在营造一种数学文化氛围，让读者在有限的篇幅内获得数学文化的熏陶和创造机智的启蒙.

愿本套书成为你学习中的“好帮手”.

多年来，武汉市教研室裴光亚先生给予我悉心的关怀、鼓励与帮助，又在百忙中为本书作序，在此表示诚挚的谢意；感谢本书重印时，陈迪春、龙艳、朱洁华、黄泽群、孙银枝给予的帮助.

黄东坡
二〇〇二年二月
于湖北省水果湖第二中学

目　录

知识篇

方法篇

1 质数与合数

阅读与思考

一个大于1的自然数如果只能被1和本身整除，就叫做质数(也叫素数)如果能被1和本身以外的自然数整除，就叫做合数.自然数1既不是质数也不是合数，叫做单位数，于是自然数可以分为三类:质数、合数和单位数.

关于质数、合数有下列重要性质:

1. 质数有无穷多个，最小的质数是2，但不存在最大的质数，最小的合数是4;

2. 在所有质数中，只有2这个偶数，其余均为奇数;

3. 算术基本定理:任意一个大于1的整数N能唯一地分解成k个质因数的乘积(不考虑质因数之间的顺序关系):

$N=P_1^{\alpha_1}P_2^{\alpha_2}\cdots P_k^{\alpha_k}$，这里$P_1$、$P_2\cdots$，$P_k$为不同的质数，$\alpha_1$、$\alpha_2$，$\cdots\alpha_k$为自然数.

定理说明，如果不计质因数的次序，只有一种方法可以把一个合数分解成质因数的连乘积.

自然数的奥秘源于素数，如同化学中的元素是构成一切物质的基本单元一样，“单细胞”的素数是生产一切数的原料，几千年来，历代数学家都有一个梦想，期盼找到一个数学公式，把全部素数都表示出来.

十七世纪费马希望$2^{2^n}+1$，$n=0,1,2,3,\cdots$都是素数，但当$n=5$时，$2^{32}+1$就不是素数;

十八世纪，欧拉发现了当时最大的素数$2^{31}-1$;

二十世纪末，人类借助超级计算机，发现了最大的素数$2^{859433}-1$.

例题与求解

例1 已知三个质数a、b、c满足$a+b+c+abc=99$，那么$|a-b|+|b-c|+|c-a|$的值等于____________.

(2002年江苏省初一年级数学竞赛题)

解题思路 运用质数性质，结合奇偶性分析，推出a、b、c的值.

例 2 若 p 为质数，p^3+5 仍为质数，则 P^5+7 为（　　）.

（湖北省黄冈市竞赛题）

(A) 质数　　(B) 可为质数也可为合数

(C) 合数　　(D) 既不是质数也不是合数

解题思路 从简单情形入手，实验、归纳与猜想.

例 3 求这样的质数，当它加上 10 和 14 时，仍为质数.

（上海市竞赛题）

解题思路 由于质数的分布不规则，不妨从最小的质数开始进行实验，这样的质数是否唯一？需按剩余类加以深入讨论.

实验只是探索解题思路的一种手段，不能代替证明，要证明一个正整数是不是质数，其基本原则就是设法指出它的一个异于 1 及自身的正约数，因数分解是最基本的方法.

例 4 在 1，0 交替出现且以 1 打头和结尾的所有整数（如 101，10101，1010101……）中有多少质数？并请证明你的论断.

（2001 年北京市竞赛题）

解题思路 101 是质数，对于 $n\geqslant 2$，这串数形如 $A=\underbrace{1010101\cdots01}_{2n+1\text{位}}$ 的这串数中还有没有质数？关键是对 A 进行拆分变形，运用质数合数定义判断.

例 5 41 名运动员所穿运动衣号码是 1,2,…40,41 这 41 个自然数,问:

(1) 能否使这 41 名运动员站成一排,使得任意两个相邻运动员的号码之和是质数?

(2) 能否让这 41 名运动员站成一圈,使得任意两个相邻运动员的号码之和都是质数?

若能办到,请举一例;若不能办到,请说明理由.

(北京市竞赛题)

解题思路 要使相邻两数的和都是质数,显然它们只能都是奇数.运用奇偶数性质分析.

两数互质是指两数无 1 以外的公约数,不可与质数混淆.

能力训练

A 级

1. 若 a、b、c、d 为整数,$(a^2+b^2)(c^2+d^2)=1997$,则 $a^2+b^2+c^2+d^2=$________.

2. 在 1,2,3,…n 这 n 个自然数中,已知共有 p 个质数,q 个合数,k 个奇数,m 个偶数,则$(q-m)+(p-k)=$________.

3. 设 a,b 为自然数,满足 $1176a=b^3$,则 a 的最小值为______.

(“希望杯”邀请赛试题)

4. 已知 p 是质数,并且 p^6+3 也是质数,则 $p^{11}-48$ 的值为______.

(北京市竞赛题)

5. 任意调换 12345 各数位上数字的位置,所得的五位数中质数的个数是(　　).

(A) 4　　(B) 8　　(C) 12　　(D) 0

6. 所有形如 $\overline{abcabc}$ 的六位数,(a,b,c 分别是 0～9 这 10 个数之一,可以相同且 $a\neq 0$)的最大公约数是(　　).

(A) 1001　　(B) 101　　(C) 13　　(D) 11

7. 当整数 $n>1$ 时,形如 n^4+4 的数是(　　).

(A) 质数　　(B) 合数

(C) 合数且为偶数　　(D) 完全平方数

8. 设 x 是正数,$\langle x\rangle$ 表示不超过 x 的质数的个数,如 $\langle 5.1\rangle=3$,即不超过 5.1 的质数有 2,3,5 共 3 个,那么 $\langle\langle 19\rangle+\langle 93\rangle+\langle 4\rangle\times\langle 1\rangle\times\langle 8\rangle\rangle$ 的值是(　　).

(A) 12　　(B) 11　　(C) 10　　(D) 9

9. 是否存在两个质数,它们的和等于数$\underbrace{11\cdots11}_{20个1}$?若存在,请举一例;若不存在,说明理由.

10. 写出十个连续的自然数,使得个个都是合数.

(上海市竞赛题)

11. 在黑板上写出下面的数 2,3,4,…1994,甲先擦去其中的一个数,然后乙再擦去一个数,如此轮流下去,若最后剩下的两个数互质,则甲胜;若最后剩下的两个数不互质,则乙胜,你如果想胜,应当选甲还是选乙?说明理由.

(五城市联赛题)

B 级

1. 若质数 m、n 满足 $5m+7n=129$,则 $m+n$ 的值为____.

2. 已知 p、q 均为质数,并且存在两个正整数 m,n 使得 $p=m+n$,$q=m\times n$,则$\frac{p^p+q^q}{m^n+n^m}$的值为______.

3. 自然数 a、b、c、d、e 都大于 1,其乘积 $abcde=2000$,则其和 $a+b+c+d+e$ 的最大值为______,最小值为______.

(第 13 届"五羊杯"竞赛题)

4. 由超级计算机运算得到的结果 $2^{859433}-1$ 是一个质数,则 $2^{859433}+1$ 是________数.(填"质"或"合")

5. 已知自然数 m、n 满足 $1^2+9^2+9^2+2^2+m^2=n^2$,则 $n=$________.

(上海市竞赛题)

6. 机器人对自然数从 1 开始由小到大按如下的规则进行染色:凡能表示为两个合数之和的自然数都染成红色,不合上述要求的自然数都染成黄色,若被染成红色的数由小到大数下去,则第 1992 个数是________.

(北京市"迎春杯"竞赛题)

7. 若三个不同的质数 a,b,c 满足 $ab^bc+a=2000$,则 $a+b+c=$________.

8. 设 a、b、c、d 是自然数,并且 $a^2+b^2=c^2+d^2$,证明 $a+b+c+d$ 一定是合数.

9. 请同时取六个互异的自然数,使它们同时满足:

(1) 6 个数中任意两个都互质;

(2) 6 个数任取 2 个、3 个、4 个、5 个、6 个数之和都是合数,并简述选择的数合乎条件的理由.

10. 已知正整数 p、q 都是质数,并且 $7p+q$ 与 $pq+11$ 也都是质数,试求 p^q+q^p 的值.

(湖北省荆州市竞赛题)

2 数的整除性

阅读与思考

设 a、b 是整数，$b\neq 0$，如果一个整数 q，使得 $a=bq$，那么称 a 能被 b 整除，或称 b 整除 a，记作 $b|a$，又称 b 为 a 的约数，而 a 称为 b 的倍数，解与整数的整除相关问题常用到以下知识：

1. 数的整除性常见特征

对于具有某个条件的整数都能被整数 b 整除，而不具备这个条件的整数就不能被整数 b 整除，这种条件就叫做能被整数 b 整除的特征.

① 若整数 a 的个位数是偶数，则 $2|a$；

② 若整数 a 的个位数是 0 或 5，则 $5|a$；

③ 若整数 a 的各位数字之和是 3(或 9)的倍数，则 $3|a$(或 $9|a$)；

④ 若整数 a 的末二位数是 4(或 25)的倍数，则 $4|a$(或 $25|a$)；

⑤ 若整数 a 的末三位数是 8(或 125)的倍数，则 $8|a$(或 $125|a$)；

⑥ 若整数 a 的奇数位数字和与偶数位数字和的差是 11 的倍数，则 $11|a$.

2. 整除的常用性质

设 a、b、c、d 都是整数，有

① 若 $b|a$，$c|b$，则 $c|a$；

② 若 $c|a$，$c|b$，则 $c|(a\pm b)$；

③ 若 $b|a$，$c|a$，则 $[b,c]|a$；

④ 若 $b|a$，$c|a$，且 b 与 c 互质，则 $bc|a$.

对于整数 a 和 b($b\neq 0$)，存在唯一的整数 q 和 r，使得等式 $a=bq+r$ ($0\leqslant r<b$) 成立，这个等式叫余数公式.

(1) 若 $r=0$，则称 $b|a$；

(2) 若 $r\neq 0$，则称 $b\nmid a$.

在余数公式中，r 可取 $0,1,2,\cdots q-1$ 这 q 个值，这样我们可以把整数按余数来分类，特别地，奇数和偶数实际上就是将所有整数按被 2 除时的余数为 1 或是为 0 这个标准分成的两类.

例题与求解

例 1 在 $1,2,3\cdots,2000$ 这 2000 个自然数中，有______个自然数能同时被 2 和 3 整除，而且不能被 5 整除.

(第 13 届"五羊杯"竞赛题)

解题思路 自然数 n 能同时被 2 和 3 整除，则 n 能被 6 整除，从中剔除能被 5 整除的数，即为所求.

例 2 盒中原有 7 个球，一位魔术师从中任取几个球，把每一个小球都变成 7 个小球，将其放回盒中，他又从盒中任取一些小球，把每一个小球又都变成 7 个小球后放回盒中，如此进行，到某一时刻魔术师停止取球变魔术时，盒中球的总数可能是下面的(　　).

（“祖冲之杯”邀请赛试题）

(A) 1990 个　(B) 1991 个　(C) 1992 个　(D) 1993 个

解题思路 先从简单情形实验，探寻盒中球的总数变化的规律，这是解本例的突破口.

从简单情形入手，从特殊情况着手，从中观察、归纳，猜想出一般结论，是探寻解题思路的重要策略.

例 3 已知整数$\overline{13ab456}$能被 198 整除，求 a、b 的值.

（2002 年江苏省初一数学竞赛题）

解题思路 $198=2\times9\times11$，整数$\overline{13ab456}$能被 9、11 整除，运用整除的相关特性建立 a、b 的等式，求出 a、b 的值.

运用与整除相关知识，建立关于数字谜中字母的方程、方程组，是解数字谜问题的常用技巧.

例 4 已知两个三位数$\overline{abc}$与$\overline{def}$的和$\overline{abc}+\overline{def}$能被 37 整除，证明：六位数$\overline{abcdef}$也能被 37 整除.

（“缙云杯”邀请赛试题）

解题思路 因已知条件的数是三位数，而$\overline{abcdef}$是六位数，故设法把$\overline{abcdef}$用三位数的形式表示，以沟通已知与未知的联系.

例 5 求所有满足下列条件的四位数：能被 111 整除，且除得的商等于该四位数的各位数字之和.

（2000 年上海市竞赛题）

解题思路 设这个四位数$\overline{abcd}$，而 $111\mid\overline{abcd}$，且其商为 $a+b+c+d$，从而可得关于 a、b、c、d 的等式，又因 a、b、c、d 是一个四位数的各位数字，从中可分析求出其值.

根据已知条件来确定自然数，是数字竞赛中常见的一种题型，解这类问题常用到以下知识方法：

(1) 先定首位数字；

(2) 借助末位数字；

(3) 利用整除性质特征；

(4) 设数求解；

(5) 分析讨论检验；

(6) 简单不等式估计等.

能力训练

A 级

1. 某班学生不到 50 人，在一次测验中，有$\frac{1}{7}$的学生得优，$\frac{1}{3}$的学生得良，$\frac{1}{2}$的学生得及格，则有______人不及格.

2. 从 1 到 10000 这 1 万个自然数中，有______个数被 5 或能被 7 整除.

（上海市竞赛题）

3. 一个五位数$\overline{3ab98}$能被 11 与 9 整除，这个五位数是______.

4. 在小于 1997 的自然数中，是 3 的倍数而不是 5 的倍数的数的个数是（　　）.

(A) 532　　(B) 665　　(C) 133　　(D) 798

5. 能整除任意三个连续整数之和的最大整数是（　　）.

(A) 1　　(B) 2　　(C) 3　　(D) 6

（第十五届江苏省竞赛题）

6. 如果 a、b、c 是三个任意整数，那么$\frac{a+b}{2}$，$\frac{b+c}{2}$，$\frac{c+a}{2}$（　　）.

(A) 都不是整数　　(B) 至少有两个整数

(C) 至少有一个整数　　(D) 都是整数

（2001 年 TI 杯全国竞赛题）

7. 一个五位数，若前三个数字表示的三位数与后两个数字表示的两位数的和能被 11 整除，判断这个五位数能否被 11 整除，并说明理由.

8. 将一个三位数的数字重新排列所得的最大三位数减去最小的三位数正好等于原数，求这个三位数.

（江苏省竞赛题）

9. 1，2，3，4，5，6 每个使用一次组成一个六位数字$\overline{abcdef}$，使得三位数$\overline{abc}$，$\overline{bcd}$，$\overline{cde}$，$\overline{def}$能依次被 4，5，3，11 整除，求这个六位数.

（上海市竞赛题）

10. 173□是个四位数字，数学老师说：“我在这个□先后填入 3 个数字，所得到的 3 个四位数，依次可被 9、11、6 整除”. 问：数学老师先后填入的 3 个数字的和是多少？

（“华罗庚金杯”邀请赛试题）

B 级

1. 若一个正整数 a 被 2,3,…9 这八个自然数除,所得的余数都为 1,则 a 的最小值为______,a 的一般表达式为______.

(第十三届"希望杯"邀请赛试题)

2. 一个 101 位的自然数 $A=\underbrace{88\cdots88}_{50\text{个}}\square\underbrace{99\cdots99}_{50\text{个}}$ 能被 7 整除,则□盖住的数字是______.

(北京市竞赛题)

3. 一个六位数 $\overline{x1989y}$ 能被 33 整除,这样的六位数中最大是______.

4. 有以下两个数串

1,3,5,7 …1991,1993,1995,1997,1999

1,4,7,10…1987,1990,1993,1996,1999

同时出现在这两个数串中的数的个数共有(　　)个.

(A) 333　　(B) 334　　(C) 335　　(D) 336

5. 一个六位数 $\overline{a1991b}$ 能被 12 整除,这样的六位数共有(　　)个.

(A) 4　　(B) 6　　(C) 8　　(D) 12

6. 若 1059,1417,2312 分别被自然数 n 除时,所得的余数都是 m,则 $n-m$ 的值为(　　)

(A) 15　　(B) 1　　(C) 164　　(D) 174

7. 某中学原有教室若干个,每个教室有相等数量的课桌,总课桌数为 539 个.今年学校新盖教学楼增加教室 9 个,全校课桌数增至 1080 个,此时每个教室的课桌数仍然相等,且每个教室的课桌数都比以前增多,问现有教室多少个?

(太原市竞赛题)

8. 某商场向顾客发放 9999 张购物券,每张购物券上印有一个四位数的号码,从 0001 到 9999 号,如果号码的前两位数字和等于后两位数字的和,则称这张购物券为"幸运券",试证明:这个商场所发的购物券中,所有幸运券的号码之和能被 101 整除.

("祖冲之杯"邀请赛试题)

9. 一个六位数,如将它的前三位数字与后三位数字整体互换位置,则所得的新六位数恰为原数的 6 倍,求这个六位数.

("五羊杯"竞赛题)

10. 一个四位数,这个四位数与它的各位数字之和为 1999,求这个四位数,并说明理由.

(1999 年重庆市竞赛题)