



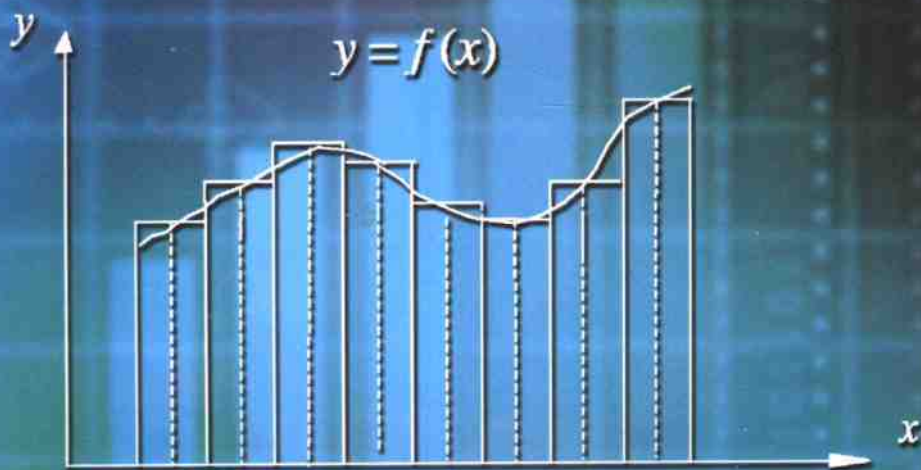
高等职业教育人才培养创新教材出版工程

高职高专基础课教材系列

高等数学基础

——内容·方法·应用

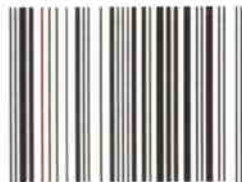
张秋光 汤悦林 编



科学出版社
www.sciencep.com

(O-2196.0101)

ISBN 7-03-015204-2



9 787030 152046 >

高职高专编辑部

咨询电话: (010)64034548

ISBN 7-03-015204-2

定价: 32.00 元

● 高等职业教育人才培养创新教材出版工程

高职高专基础课教材系列

高等数学基础

——内容·方法·应用

张秋光 汤悦林 编

内 容 简 介

本书是作者在数十年教学实践的基础上编写的,包括预篇(微积分常用的初等数学)、微积分引论、函数、极限、导数与微分、积分、常微分方程、级数、空间解析几何与矢量代数、偏导数、重积分、数学场论等内容.选材精炼,贯穿全书注意体现微积分的主导思想方法,特别重视提高应用微积分理论解决实际问题的能力.

本书叙述深入浅出,比较通俗易懂,可读性强,可作为高职高专学生的教材,并可作为本科学生的教学参考书,也可作广大青年和成人的自学读物.

图书在版编目(CIP)数据

高等数学基础:内容·方法·应用/张秋光,汤悦林编. —北京:科学出版社, 2005

(高等职业教育人才培养创新教材出版工程·高职高专基础课教材系列)

ISBN 7-03-015204-2

I. 高… II. ①张…②汤… III. 高等数学-高等学校:技术学校-教材 IV. O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2005) 第 038620 号

责任编辑:苏 鹏 刘 韩 贾瑞娜/责任校对:包志虹

责任印制:安春生/封面设计:陈 敬

科学出版社 出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

双青印刷厂印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2005年7月第 一 版 开本: B5 (720×1000)

2005年7月第一次印刷 印张: 30 1/4

印数: 1—4 000 字数: 575 000

定价: 32.00 元

(如有印装质量问题, 我社负责调换 (环伟))

《高等职业教育人才培养创新教材》 出版工程说明

一、特色与创新

随着高等教育改革的进一步深化,我国高等职业教育事业迅速发展,办学规模不断扩大,办学思路日益明确,办学形式日趋多样化,取得了显著的办学效益和社会效益。

毋庸置疑,目前已经出版的一批高等职业教育教材在主导教学方向、稳定教学秩序、提高教学质量方面起到了很好的作用。但是,有关专家也诚恳地指出,目前高等职业教育教材出版中还存在一些问题,主要是:教材建设仍然是以学校的选择为依据、以方便教师授课为标准、以理论知识为主体、以单一纸质材料为教学内容的承载方式,没有从根本上体现以应用性职业岗位需求为中心,以素质教育、创新教育为基础,以学生能力培养为本位的教育观念。

经过细致的调研,科学出版社和中国高等职业技术教育研究会共同启动了“高等职业教育人才培养创新教材出版工程”。在教材出版过程中,力求突出以下特色:

(1) 理念创新:秉承“教学改革与学科创新引路,科技进步与教材创新同步”的理念,根据新时代对高等职业教育人才的需求,策划出版一系列体现教学改革最新理念,内容领先、思路创新、突出实训、成系配套的高职高专教材。

(2) 方法创新:摒弃“借用教材、压缩内容”的滞后方法,专门开发符合高职特点的“对口教材”。在对职业岗位(群)所需的专业知识和专项能力进行科学分析的基础上,引进国外先进的课程开发方法,以确保符合职业教育的特色。

(3) 特色创新:加大实训教材的开发力度,填补空白,突出热点,积极开发紧缺专业、热门专业的教材。对于部分教材,提供“课件”、“教学资源支持库”等立体化的教学支持,方便教师教学与学生学习。对于部分专业,组织编写“双证教材”,注意将教材内容与职业资格、技能证书进行衔接。

(4) 内容创新:在教材的编写过程中,力求反映知识更新和科技发展的最新动态,将新知识、新技术、新内容、新工艺、新案例及时反映到教材中来,更能体现高职教育专业设置紧密联系生产、建设、服务、管理一线的实际要求。

二、精品与奉献

“高等职业教育人才培养创新教材出版工程”的启动,得到了教育部高等教育司高职高专处领导同志的认可,吸引了一批职业教育和高等教育领域的权威专家积极参与,共同打造精品教材。其实施的过程可以总结为:教育部门支持、权威专家指导、一流学校参与、学术研究推动。

国内的高等职业教育院校特别是北京联合大学、天津职业大学以及中国高等职业技术教育研究会的其他副会长、常务理事、理事单位等积极参加本教材出版工程,提供了先进的教学经验,在此基础上出版一大批特色教材。

在教材的编写过程中,得到了许多行业部委、行业协会的支持,对教材的推广起到促进作用。

先进的理念、科学的方法、有力的支持,必然导致精品的诞生。“高等职业教育人才培养创新教材出版工程”主要包括高职高专层次的基础课、公共课教材;各类紧缺专业、热门专业教材;实训教材、引进教材等特色教材;还包含部分应用型本科层次的教材。根据我们的规划,下列教材即将与读者见面:

(一) 高职高专基础课、公共课教材

(1) 基础课教材系列

(2) 公共选修课教材系列

(二) 高职高专专业课教材

(1) 紧缺专业教材

- 软件类专业系列教材
- 数控技术类专业教材
- 汽车类专业教材
-

(2) 热门专业教材

- 电子信息类专业教材
- 交通运输类专业教材
- 财经类专业教材
- 旅游类专业教材
- 生物技术类专业教材
- 食品类专业教材
- 精细化工类专业教材
- 广告类专业教材
- 艺术设计类专业教材
-

(三) 高职高专特色教材

- 高职高专院校实训教材
- 国外职业教育优秀教材

—————

(四) 应用型本科教材系列

欢迎广大教师、学生在使用中提出宝贵意见,以便我们改进教材出版工作、提高质量。

中国高等职业技术教育研究会

科学出版社

前 言

大学一年级的 $\frac{1}{x}$ 高等数学其实就是微积分。

就数学本身而论，微积分是继欧几里得几何之后的一个最大的创造，是人类智力的最高成就之一。如果没有微积分，三个多世纪以来许多科学发现和技术进步将是不可能的。学习微积分，就是要掌握这一科技工作者必备的工具，为人民造福。更广泛地说，微积分既是一门科学，也是一种文化，它的主要内容和思想方法已日益成为文化素质教育^①的重要组成部分之一。鉴于此，写一本既简明阐述微积分的基本理论又重视它的实际应用及其思想方法的书确有必要。

本书既是教材，又可作为数学爱好者的读物。为使更多的读者能用上微积分这把打开科技大门的钥匙，领略这门学科的奥妙，作者试将本书写成门坎低（但最终水准并不低）、可读性强的自学读物，行文尽可能通俗易懂、深入浅出，有些内容甚至读来趣味盎然。

实现上述目标的关键在于选材精当。我们的选材原则是：

第一，不平均使用内容。有所不为方能有所为，对核心内容着墨格外浓重。比如旅游，一般景点跑马观花，重点景区则流连忘返，细细品味。

第二，重视学以致用。本书精选了相当数量较典型的应用实例与习题，旨在展示微积分广泛应用之一角，提高读者分析解决问题的能力。

第三，着眼素质教育。微积分的主导思想方法贯穿全书；注意介绍有关的数学史和数学家生平并进行某些前瞻性引导，以期学生学习和汲取筚路蓝缕先行者的优秀品格和经验教训，逐步形成科学发展观；适度阐述与所论数学内容紧密相关的自然和人文学科知识以扩展学生视野。

关于选材，还需要作一点说明。不少人感到微积分难学，主要原因是他们的初等数学基础太差、底子较薄。为此，笔者用心写了一个较长的预篇置于书首，内容是微积分常用的初等数学。该篇不是公式的罗列，而是较系统的、相当有趣的陈述。虽然预篇主要为基础差的学生而写，相信基础好的学生亦可从中获益。

本书主要作为普通高等院校工科本科和高职、高专的教材（引论、第一篇必读，第二偏视专业要求可全学、选学或不学）；删去某些较深的理工内容，可作

^① 1946年华罗庚访问苏联时，看到乔治亚一所大学念数学的学生远比西南联大的多，于是问校方：“你们这么多数学学生，将来毕业后有什么出路呢？”对方答曰：“头脑受过数学训练的人，你担心他们会没有出路吗？”

为文科本科教材，亦可作为广大青年和成人的自学读物。

本书的出版，得到桂林工学院领导、数理系吴群英老师、教材科叶子裕同志等的大力支持。李永兴、梁艳同学校核了大部分习题答案。梅燕青同学将第6~10章的文字、公式初次输入电脑。在此，一并致以深切的谢意。

说来容易做来难。囿于水平和经验，作者自知与预设的目标还有距离，书中错误和缺点也一定不少，恳请广大教师和读者批评指正。

目 录

《高等职业教育人才培养创新教材》出版工程说明

前言

预篇 微积分常用的初等数学

第一部分 代数	3
一、数域漫游	3
二、用字母代数	4
三、方程	5
四、不等式	12
五、指数	13
六、对数	17
七、乘法公式	20
八、几个常用的 n 项和公式	21
第二部分 几何	24
一、圆	24
二、角的量度	25
三、直线的相交与平行	26
四、三角形	26
五、平行四边形	29
六、球	29
七、圆柱和圆锥	30
第三部分 解析几何	32
一、直角坐标系	32
二、两点距离公式及中点公式	33
三、曲线与方程	34
第四部分 三角	42
一、锐角三角函数	42
二、任意角三角函数	44
三、同角三角函数的内在联系	45

四、转化公式	45
五、三角函数的图像	47
六、加法公式与倍角公式	49
七、积化和差与和差化积公式	50
八、三角形的边角关系	51
九、反三角函数	53
十、极坐标系	55

微积分引论

一、微积分的研究对象	59
二、微积分的主导思想方法	60

第一篇 一元函数微积分

第1章 函数	69
1.1 变量与常量	69
1.2 相关变量的数值对应关系 (举例)	69
1.3 函数概念	71
1.4 函数符号	72
1.5 函数分类	74
1.6 反函数	77
1.7 复合函数	78
小结	81
第2章 极限	84
2.1 几类基本变量	84
2.2 函数的极限	92
2.3 极限存在的两个判别准则及两个著名的极限	99
2.4 无穷小的阶	105
2.5 函数的连续性	107
小结	111
第3章 导数与微分	113
3.1 导数的概念	113
3.2 导数的计算	122
3.3 微分中值定理	142

3.4 导数之应用	145
3.5 洛必达法则	163
3.6 微分	167
小结	178
第4章 积分	180
4.1 定积分的概念与性质	180
4.2 微积分学基本定理	190
4.3 不定积分的概念和性质	201
4.4 积分的计算	206
4.5 定积分的应用	226
小结	256
第5章 常微分方程	258
5.1 什么是微分方程	258
5.2 可分离变量的一阶微分方程	262
5.3 二阶常系数线性微分方程	271
5.4 二阶常系数线性微分方程之应用	280
5.5* 历史的回眸	289
小结	295
第6章 级数	297
6.1 常数项级数	297
6.2 函数项级数	315
6.3 幂级数	317
6.4 三角级数	332
小结	353

第二篇 多元函数微积分

第7章 空间解析几何	359
7.1 空间直角坐标系	359
7.2 空间矢量	362
7.3 二元函数与曲面	372
7.4 空间曲线	379
小结	385
第8章 偏导数	387
8.1 二元函数的极限和连续	387

8.2 偏导数	388
8.3 多元函数的极值	393
8.4 全微分	396
8.5 多元链导法	400
小结	405
第9章 重积分	407
9.1 从总质量问题谈起	407
9.2 重积分的定义和性质	408
9.3 二重积分的计算和应用	410
9.4 三重积分的计算和应用	416
小结	427
第10章 数学场论	429
10.1 场的形象表示	429
10.2 梯度	431
10.3 散度与高斯定理	438
10.4 旋度和斯托克斯定理	450
10.5 无旋场	463
小结	466
参考文献	469

预篇 微积分常用的初等数学

第一部分

代 数

一、数域漫游

数(shù)起源于数(shǔ). 数学家把计数的数 $1, 2, 3, \dots$ 称之为**自然数或正整数**. 现代数学的一个极其重要的分支——**数论**——就是专门研究自然数的, 而且一些有关自然数的基本问题, 如与素数^①有关的哥德巴赫(Goldbach, 1690~1764)猜想^②等, 至今仍未解决. 但是, 哥德巴赫猜想目前最佳的结论是中国数学家陈景润(1933~1996, 图 A1)于 1973 年证明的, 称为陈氏定理^③.



图 A1

自然数“不够减”怎么办? 作为自然数的对立物, 负自然数或负整数便应需要而出现. 正自然数、负自然数和零, 统称为**整数**.

整数“不够除”怎么办? 于是形如 $\frac{a}{b}$ (a, b 是整数, 且 $b \neq 0$) 的**分数或有理数**便应运而生. 将有理数化成小数时, 只可能出现两种情形: 一种是化为有限位的小数, 如 $\frac{3}{4} = 0.75$; 另一种是化作无限循环小数, 如 $\frac{12}{7} = 1.714\ 285\ 714\ 285\cdots$ (简记作 $1.\ 714\ 285$)^④. 反之, 任何有限小数或无限循环小数均为有理数.

有理数是否够用了? 我们知道, 将有理数进行加、减、乘、除, 其结果仍然是一

① 仅能被 1 和本身整除的自然数叫素数, 又称质数.

② 哥德巴赫猜想:

“每一个不小于 6 的偶数必为两个奇素数之和”,

“每一个不小于 9 的奇数必为三个奇素数之和”.

③ 陈氏定理:

“任何充分大的偶数都可以表示为两个数之和, 这两个数中的一个素数, 另一个则是不超过两个素数的乘积.”通常简述为“大偶数可表示为 $1+2$ 的形式”.

④ 其实, 有限小数亦可视为无限循环小数, 例如

$0.75 = 0.750\ 00\cdots = 0.749\ 99\cdots$,

$-2 = -2.000\ \cdots = -1.999\ \cdots$.

个有理数. 但有理数开方是否还是有理数? 可以证明^①, 2 的平方根(记作 $\sqrt{2}$)就不是有理数, 而是一个无限非循环小数, $\sqrt{2}=1.414\ 213\ 562\ 373\ 095\ 048\ 801\ 688\ 7\cdots$. 数学上将无限不循环小数叫做无理数. 除 $\sqrt{2}$ 外, 所有素数的平方根、圆周长与直径之比 π 等都是无理数.

有理数和无理数的全体称之为实数.

实数依然不够用. 例如, 求 (-1) 之类的负实数的平方根时, 还需要突破实数的领域, 因为找不到任何实数, 它的平方会等于 (-1) . 人们将 $\sqrt{-1}$ 记作 i , 称为虚数单位. i 的2倍、3倍、 $\cdots$ 分别记作 $2i, 3i, \cdots, 3+4i$ 或一般的 $a+bi$ (a, b 是实数)这类数, 称之为复数. “虚数”不虚, 它在科学技术中有着广泛的应用, 我们经常离不开它!

数的领域扩展到复数是否终止了? 否! 事实上, 不少新的数量概念不但已经产生, 而且也在广泛应用. 自然界总是不断发展的, 人们对于物质世界的量的方面的认识也是不断发展、深化、永远没有完结的.

二、用字母代数

代数, 顾名思义, 是以字母代表数字. 将具体的数字概括为抽象的字母, 这是数学的一个重大进步. 学代数, 须首先认识字母.

常用的字母有26个拉丁字母(同英文字母)和24个希腊字母. 希腊语时至今日虽然只有大约900万人使用, 但由于古希腊文化的影响, 其字母在数学和科技中仍广泛使用.

表 A1 希腊字母表(括号内为读音)

α ['ælfə]	β ['beɪtə]	γ ['gæmə] ^②
ξ ['ksai]	η ['eitə]	ζ ['zitə]
λ ['læmədə]	μ ['mjʊr]	ν ['njuː]
ϵ ['epsɪlən]	δ ['deltə]	
ρ ['rou]	θ ['θitə]	
ϕ ['fai]	ψ ['psai]	

① 如果 $\sqrt{2}$ 是有理数, 则它可写作 $\sqrt{2}=\frac{p}{q}$, 其中 p, q 为不可约的正整数. 两边平方, 有 $p^2=2q^2$, 可见 p 是偶数. 记 $p=2p'$, 代入上式, 得 $q^2=2p'^2$, 同样看出 q 也是偶数. 不可约的 p, q 不可能同为偶数, 这一矛盾便证明了 $\sqrt{2}$ 不是有理数.

② 有关宇宙起源的大爆炸学说的第一篇论文的作者署名为 Alpher-Bethe-Garnow, 实际上真正的作者是 Garnow 和他的学生 Alpher, Bethe 的名字是 Garnow 出于幽默加上去的, 三个人名的发音非常接近头三个希腊字母 α, β, γ , 以此来象征宇宙之始是再恰当不过的了. 因此, 也有人幽默地将 Garnow 的宇宙起源假说称之为“ $\alpha\beta\gamma$ ”假说.