

人教新课标

易错题

易错题案例剖析与整合集训

九年级

数学

一所诊断易错题的数学“医院”

一本把脉新课程的必备用书



湖北长江出版集团
崇文书局

人教新课标

易错 易

——易错题案例剖析与整合集训

九年级

数学

主 编 张文军 筱 彬
编 委 胡国喜 鲁光明 冉瑞洪
胡细桃 帅维勇 丁 晖
本册主编 丁 晖 鲁光明 帅维勇

湖北长江出版集团
崇文书局

(鄂)新登字 07 号

图书在版编目 (CIP) 数据

扫错风暴. 数学. 九年级: 易错题案例剖析与整合集训 / 筱彬, 张文军主编. — 武汉: 崇文书局, 2006.7

ISBN 7-5403-1040-5

I. 扫… II. ①筱…②张… III. 数学课 - 初中 - 教学参考资料 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2006) 第 085196 号

选题策划: 查 丹

丛书主编: 张文军 筱 彬

出版发行: 崇文书局

(武汉市武昌雄楚大街 268 号 B 座 430070)

印 刷: 武汉凯威印务有限公司

(武汉市蔡甸区蔡甸街正街 313 号 430100)

开 本: 787 × 1092 1/16

印 张: 12

版 次: 2006 年 9 月第 1 版

印 次: 2006 年 9 月第 1 次印刷

字 数: 298 千字

印 数: 0 001—6 000 册

定 价: 14.50 元



《扫错风暴》——

横扫易错题

本丛书是崇文新课程教学研究中心联合一批工作在教改最前沿的特、高级教师,通过近十年的市场调研与实验论证而强力推出的又一研究成果——《扫错风暴》。

本丛书以中小学各科课程标准中的基本理念为指导思想,以新课标教材为蓝本,具备以下强势特点:

一、“临床诊断”的理念

“会学”当然是学习的最高境界。本丛书将每单元中最容易出错的知识点在警示的基础上以实例加以剖析诊断,强调易错点,扫清学习中各个知识环节中的易错障碍,是一所名副其实的“专家坐诊”的教学医院,相信本丛书将是引导你走向“会学”这种境界的指向标。

二、学练整合的模式

本丛书的四大版块——单元精点、实例追踪、错题演练、探究冲刺学练整合,既对易错知识点提出警示,又能以典型案例举一反三,同时解答各类易错题进行巩固与提高,宛然一部汇集各类易错题的宝典。

三、人文互动的风格

一改以往的严肃与枯燥,丛书洋溢着亲切互动的风格。恰到好处的提示,让你不再感觉学习是“孤军奋战”;活泼轻松的插图与文字泡泡,让你的学习又多了几分亲切与乐趣。

相信本丛书的面世,一定能横扫你学习中的易错障碍,在你学习的旅途中成为你的良师益友!

编者

2006年7月



目 录

上 学 期

| | |
|----------------------------|----|
| 第二十一章 二次根式 | 1 |
| 21.1 二次根式 | 2 |
| 21.2 二次根式的乘除 | 6 |
| 21.3 二次根式的加减 | 11 |
| 第二十二章 一元二次方程 | 17 |
| 22.1 一元二次方程 | 18 |
| 22.2 降次——解一元二次方程 | 22 |
| 22.3 实际问题与一元二次方程 | 28 |
| 第二十三章 旋转 | 35 |
| 23.1 图形的旋转 | 36 |
| 23.2 中心对称 | 43 |
| 23.3 课题学习 图案设计 | 48 |
| 第二十四章 圆 | 54 |
| 24.1 圆 | 55 |
| 24.2 与圆有关的位置关系 | 61 |
| 24.3 正多边形和圆 | 67 |
| 24.4 弧长和扇形面积 | 72 |
| 第二十五章 概率初步 | 78 |
| 25.1 概率 | 78 |
| 25.2 用列举法求概率 | 83 |
| 25.3 利用频率估计概率 | 90 |
| 25.4 课题学习 键盘上字母的排列规律 | 90 |

下 学 期

| | |
|-------------------------|-----|
| 第二十六章 函数 | 95 |
| 26.1 二次函数 | 95 |
| 26.2 用函数观点看一元二次方程 | 102 |
| 26.3 实际问题与二次函数 | 108 |
| 第二十七章 相似 | 116 |
| 27.1 图形的相似 | 117 |
| 27.2 相似三角形 | 122 |
| 27.3 位似 | 129 |
| 第二十八章 三角函数与解直角三角形 | 133 |
| 28.1 锐角三角函数 | 133 |
| 28.2 解直角三角形 | 140 |



| | |
|------------------------|-----|
| 第二十九章 投影与视图 | 147 |
| 29.1 投影 | 148 |
| 29.2 三视图 | 155 |
| 29.3 课题学习 制作立体模型 | 162 |
| 参考答案 | 168 |

上学期

第二十一章 二次根式

单元重点知识

直击目标

本单元在数的开方的知识基础上,比较系统地探究了二次根式的概念、性质和运算,是学习一元二次方程和三角函数等必备的基础知识;另外,对几何课、物理课以及高中所学函数内容等,也是必备的基础知识.本单元的主要内容是二次根式的运算,而二次根式的运算是以二次根式的概念和性质为基础的,对于整式和分式运算的基本法则、定理、公式、技巧适用于二次根式的运算.但它比整式、分式的运算更具有复杂性、技巧性、灵活性.因此,同学们在学习本单元知识时,除了课前认真预习,课中认真听课,课后认真练习巩固外,还要注意综合运用多种数学思想和方法解题.比如配方法、换元法、待定系数法、类比法、数形结合法、分析法.通过本章的学习,我们应达到如下几个方面的要求:

1. 掌握二次根式、最简二次根式、同类二次根式等概念,会辨别最简二次根式和同类二次根式;
2. 能够运用二次根式的性质,熟练地化简二次根式;
3. 能够运用二次根式的运算法则,熟练地进行运算;
4. 能够运用二次根式的知识解决一些简单的实际问题.

学法警示

1. 正确区别 $(\sqrt{a})^2=a(a\geq 0)$ 和 $\sqrt{a^2}=|a|$. 因为 \sqrt{a} 是 a 的算术平方根,所以 $a\geq 0$,而 $\sqrt{a^2}$ 是 a^2 的算术平方根, a 可为任意实数,因此 $\sqrt{a^2}=|a|$.

2. 二次根式的变形. 利用二次根式的基本性质 $(\sqrt{a})^2=a(a\geq 0)$ 对二次根式可以进行以下变形:① 因式的内移和外移,即 $m\sqrt{a}=\sqrt{am^2}(m\geq 0)$, $\sqrt{a^2m}=a\sqrt{m}(a\geq 0)$;② 分母有理化,即 $\sqrt{\frac{a}{b}}=\sqrt{\frac{a\cdot b}{b\cdot b}}=\frac{\sqrt{ab}}{b}(a\geq 0, b>0)$, $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\frac{\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}}{\sqrt{b}\cdot\sqrt{b}}=\frac{\sqrt{ab}}{b}(a\geq 0, b>0)$.

3. 进行二次根式的变形,请同学们务必注意如下事项:① 教材指出“在本单元,如果没有特别说明,所有字母表示正数”,但离开本章,字母的范围就会发生变化,这就要求我们还应掌握字母为负数时的各种变形;② 因式内移时,若 $m<0$,负号留在根号外,即 $m<0, m\sqrt{a}=-\sqrt{m^2a}$;③ 因式外移时,若没有给出字母的取值范围,要进行讨论;④ 要注意挖掘题目的隐含条件,如化简 $\sqrt{-\frac{1}{x}}$ 时,因为式子有意义,知 $x<0$,所以原式 $\sqrt{-\frac{1}{x}}=-\frac{\sqrt{-x}}{x}$.

4. 二次根式的化简贯穿始终,进行二次根式的化简与运算时,在强调结果化简的同时,要注意先将所给的二次根式适当化简,例如:在进行二次根式的除法运算中,适当化简可以用约分使运算简化.

5. 在进行二次根式的混合运算中,应注意与多项式、分式运算相比较,有时利用因式分解、乘法公式、约分、通分等方法,可以使运算大大简化.



21.1 二次根式



例1 下列各式中： $\sqrt[3]{8}$ ， $\sqrt[3]{-27}$ ， $\sqrt{-4}$ ， $\sqrt{a^2}$ ， $\sqrt{6}$ ， $\sqrt{a^2+2a+1}$ ， $\sqrt{2a-1}$ ($a < \frac{1}{2}$)， $\sqrt{a^2+2}$ ，是二次根式的有_____。

思路导析 题目要求判断哪些是二次根式，必须看这个式子是否具有以下两个特征：一是有没有二次根号“ $\sqrt{\quad}$ ”；二是被开方数是否非负。

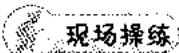
解： $\because \sqrt[3]{8}$ ， $\sqrt[3]{-27}$ ， $\sqrt[3]{a^2}$ 的根指数不是2， \therefore 它们不是二次根式； \because 在 $\sqrt{-4}$ 中， $-4 < 0$ ，

$\therefore \sqrt{-4}$ 不是二次根式；在 $\sqrt{2a-1}$ 中， $a < \frac{1}{2}$ ， $2a-1 < 0$ ， $\therefore \sqrt{2a-1}$ ($a < \frac{1}{2}$)不是二次根式；

\because 在 $\sqrt{6}$ ， $\sqrt{a^2+2}$ 和 $\sqrt{a^2+2a+1}$ 中， $6 > 0$ ， $a^2+2a+1 = (a+1)^2 \geq 0$ ， $a^2+2 > 0$ ，

$\therefore \sqrt{6}$ ， $\sqrt{a^2+2}$ ， $\sqrt{a^2+2a+1}$ 是二次根式。

错思清扫 本题的易错点是忽视二次根式中被开方数是非负数的隐含条件，注意这个隐含条件是本题的解题关键。



1. 判断下列各式中哪些是二次根式：

- (1) $\sqrt{-25}$ ； (2) $\sqrt{x^2-6x+9}$ ；
 (3) $\sqrt{-m}$ ($m \leq 0$)； (4) $\sqrt[4]{-8x}$ 。

是的请将序号写在横线上_____。

2. 请写出6个带根号的式子，并判断哪些是二次根式，哪些不是二次根式。将你的理由与同学们进行交流。



例2 x 为何值时，下列各式在实数范围内有意义。

- (1) $\sqrt{1-3x}$ (2) $\sqrt{(x-5)^2}$ (3) $\frac{1}{\sqrt{x+2}}$

思路导析 根据二次根式的定义只要被开方数大于或等于零(即为非负数)即可，式子就有意义。

解：(1) 由 $1-3x \geq 0$ ，得 $x \leq \frac{1}{3}$ 。

∴ 当 $x \leq \frac{1}{3}$ 时, $\sqrt{1-3x}$ 有意义.

(2) ∵ x 不论取何实数, 总有 $(x-5)^2 \geq 0$,

∴ x 为任意实数, $\sqrt{(x-5)^2}$ 有意义.

(3) 由二次根式与分式的定义可知:

$$x+2 > 0, \therefore x > -2.$$

当 $x > -2$ 时, $\frac{1}{\sqrt{x+2}}$ 有意义.

❗ 错思请扫 抓住二次根式的定义是关键. (2) 中易错点是 $(x-5)^2$ 本身是非负数这一隐含条件. (3) 中不仅要二次根式有意义, 而且分式也要有意义, 整个式子才有意义!

现场操练

当 x 是什么实数时, 下列各式在实数范围内有意义?

- (1) $\sqrt{3-4x}$; (2) $\frac{\sqrt{x-2}}{x-5}$; (3) $\sqrt{a^2+3}$.

例 3 化简: (1) $\sqrt{(-300) \times (-48)}$; (2) $\sqrt{\frac{-x^3}{(x-1)^2}}$;

(3) $\sqrt{a} \times \sqrt{a^{6n+1}b^8} (a \geq 0, b \geq 0)$; (4) $\sqrt{(\sqrt{2}-\sqrt{3})^2}$.

🔄 思路导航 二次根式化简的目的, 一是把被开方数中可开得尽方的因数或因式开出来; 二是化去被开方数中的分母, 而化简的依据则是二次根式的性质.

解: (1) $\sqrt{(-300) \times (-48)} = \sqrt{300 \times 48}$
 $= \sqrt{3 \times 10^2 \times 4^2 \times 3} = 3 \times 10 \times 4 = 120.$

(2) ∵ $\sqrt{\frac{-x^3}{(x-1)^2}}$ 有意义, ∴ $\frac{-x^3}{(x-1)^2} \geq 0$ 且 $(x-1)^2 \neq 0$.
 ∴ $x \leq 0$.

∴ 原式 = $\frac{\sqrt{x^2} \cdot \sqrt{-x}}{\sqrt{(x-1)^2}} = \frac{-x \cdot \sqrt{-x}}{1-x} = \frac{x}{x-1} \sqrt{-x}.$

(3) $\sqrt{a} \times \sqrt{a^{6n+1}b^8} = \sqrt{a} \times \sqrt{(a^{3n})^2 \cdot ab^8}$
 $= \sqrt{a} \times a^{3n} \times b^4 \times \sqrt{a} = a^{3n+1}b^4.$

(4) $\sqrt{(\sqrt{2}-\sqrt{3})^2} = |\sqrt{2}-\sqrt{3}| = -(\sqrt{2}-\sqrt{3}) = \sqrt{3}-\sqrt{2}.$

❗ 错思请扫 化简时一定要注意二次根式性质的条件, 对于 $\sqrt{a^2}$ 不能简单的得出 $\sqrt{a^2} = a$ 的结论, 要注意 a 是否是非负数.

现场操练

1. 化简下列各式:

(1) $\sqrt{-ab^3}$ ($a < 0$); (2) $\sqrt{x^2y}$ ($xy < 0$);

(3) $\frac{1}{a}\sqrt{-a^2b}$ ($a < b$); (4) $\sqrt{\frac{2x^2}{x^2-2x+1}}$ ($x > 1$).



充分利用 $\sqrt{a^2}$ 的化简性质

$$\sqrt{a^2} = |a| = \begin{cases} a & (a > 0) \\ 0 & (a = 0) \\ -a & (a < 0) \end{cases} \text{去化简!}$$

2. 设 $ab > 0$, 化简二次根式 $b\sqrt{\frac{-a^2}{b}}$.



1. 数学宫里学问多.

(1) 下列各式: $\sqrt[3]{8}$, $\sqrt[3]{-27}$, $\sqrt{-4}$, $\sqrt[4]{a^2}$, $\sqrt{4}$, $\sqrt{a^2+2a+1}$, $\sqrt{2a-1}$ ($a < \frac{1}{2}$), $\sqrt{a^2+2}$ 中是二次根式的有_____.

(2) 式子 $(\sqrt{a})^2 = a$ 成立的条件是_____.

(3) $\sqrt{(-\frac{1}{3})^2} =$ _____; $(-\sqrt{\frac{1}{3}})^2 =$ _____; $(\sqrt{3x-1})^2$ ($x \geq \frac{1}{3}$) =_____.

(4) 把下列非负数写成一个数的平方的形式.

① $0.5 = (\quad)^2$; ② $\frac{2}{3} = (\quad)^2$; ③ $10 = (\quad)^2$;

④ $3a$ ($a \geq 0$) = $(\quad)^2$; ⑤ $1-2x$ ($x \leq \frac{1}{2}$) = $(\quad)^2$;

(5) 当 x _____ 时, $(\sqrt{x-1})^2 = 1-x$.

2. 火眼金睛我来选.

(1) 把 $4\frac{1}{4}$ 写成一个正数的平方形式().

A. $(2\frac{1}{2})^2$

B. $(2\frac{1}{2})^2$ 或 $(-2\frac{1}{2})^2$



C. $(\sqrt{\frac{17}{4}})^2$

D. $(\frac{17}{2})^2$ 或 $(-\frac{17}{2})^2$

(2) 若 $\sqrt{\frac{a}{b}}$ 是二次根式, 则应满足的条件是().

A. a, b 均为非负数

B. $a \geq 0$ 且 $b > 0$

C. $\frac{a}{b} > 0$

D. $\frac{a}{b} \geq 0$

(3) 若 $m < 0, n < 0$, 则 $(\sqrt{-m})^2 + (\sqrt{-n})^2$ 的值是().

A. $m-n$

B. $-m-n$

C. $m+n$

D. $-m+n$

(4) 能使式子 $-\sqrt{-(x-2)^2}$ 有意义的实数 x 有().

A. 0 个

B. 1 个

C. 2 个

D. 无数个

(5) 已知 $-1 \leq a \leq 1$ 在实数范围内有意义的式子是().

A. $\sqrt{\frac{1-a}{1+a}}$

B. $\sqrt{\frac{a-1}{a+1}}$

C. $\sqrt{1-a^2}$

D. $\sqrt{1-\frac{1}{a}}$

能力拓展练

1. 要在一个半径为 3m 的圆形木板上, 截出一块面积最大的正方形, 正方形的边长是多少?

2. $\sqrt{20-n}$ 是整数, 求自然数 n 的值.

名师经典例题

1. $\sqrt{27n}$ 是整数, 求正整数 n 的最小值.

2. 已知 a, b 为实数, 且满足 $a = \sqrt{b-3} + \sqrt{3-b} + 2$. 试求 $\sqrt{ab} \cdot \sqrt{\frac{ab-1}{a+b}}$ 的值.

3. 在实数范围内, 设 $a = \left(\frac{3x}{x+1} - \frac{\sqrt{|x|-2} + \sqrt{2-|x|}}{|2-x|} \right)^{2006}$. 请你确定 a 的个位数字是多少?

提示: 注意题中隐含了 $|x|-2 \geq 0$, $2-|x| \geq 0$, 且 $2-x \neq 0$ 等条件, 先确定 x 的值即可!



21.2 二次根式的乘除

易错案例追踪

例1 计算下列各题.

(1) $\sqrt{49 \times 144}$;

(2) $\sqrt{36^2 + 48^2}$.

思路导析 (1) 利用公式 $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ ($a \geq 0, b \geq 0$) 计算; (2) 先提取被开方数的公因数, 化为积的形式, 再利用公式.

解: (1) $\sqrt{49 \times 144} = \sqrt{49} \times \sqrt{144} = 7 \times 12 = 84$

(2) $\sqrt{36^2 + 48^2} = \sqrt{12^2(3^2 + 4^2)} = \sqrt{12^2 \times 5^2} = 12 \times 5 = 60$

错思清扫 本题的易错点是易将(2)题错写成 $\sqrt{36^2 + 48^2} = \sqrt{36^2} + \sqrt{48^2} = 36 + 48 = 84$, 不能想当然随便无根据地推理, 数学是要有理有据的哟!

现场操练

化简下列各式:

(1) $\sqrt{29^2 - 21^2}$;

(2) $\sqrt{9 \times 16 \times 25}$;

(3) $\sqrt{50x^4yz^2}$ ($x > 0, y > 0, z > 0$).

例2 把下列各式中根号外的因式适当改变后移到根号内:

(1) $2\sqrt{0.5}$; (2) $-7\sqrt{\frac{2}{5}}$; (3) $2x\sqrt{\frac{2}{x}}$.

思路导析 此题关键是当把因式从根号里移到根号外时,指数是除以了2,且是一个非负的数,因此从根号外移到根号内的必须数是非负数,且要平方即指数乘以2.注意:二次根式 \sqrt{a} 中, $a \geq 0$,且 $\sqrt{a} \geq 0$,具备双重非负的性质.

解: (1) $2\sqrt{0.5} = \sqrt{2^2 \times 0.5} = \sqrt{4 \times 0.5} = \sqrt{2}$;

(2) $-7\sqrt{\frac{2}{5}} = -\sqrt{7^2 \times \frac{2}{5}} = -\sqrt{\frac{98}{5}}$;

(3) $\because \frac{2}{x} > 0, \therefore x > 0, \therefore 2x > 0$.

$\therefore 2x\sqrt{\frac{2}{x}} = \sqrt{(2x)^2 \cdot \frac{2}{x}} = \sqrt{4x^2 \times \frac{2}{x}} = \sqrt{8x}$.

继续请扫 只有非负数才能从根号外移到根号内,且要平方并与原被开方数相乘,同时也只有非负数才能从根号内开平方移到根号外与其他式子相乘!如(3),一定要先判断 x 的正负再移.

现场操练

把下列各式中根号外的因式适当改变后移到根号内:

(1) $-6\sqrt{\frac{2}{3}}$; (2) $-x\sqrt{-\frac{1}{x}}$; (3) $(x-1)\sqrt{\frac{2}{x-1}}$.

例3 计算下列各式:

(1) $(2\sqrt{6}-3\sqrt{3}) \times (-\sqrt{2})$; (2) $(2\sqrt{3}-\sqrt{5})(\sqrt{3}+\sqrt{2})$; (3) $(2\sqrt{6}+3\sqrt{2})(2\sqrt{6}-3\sqrt{2})$.

思路导析 (1) 类似于“多项式”与“单项式”的乘法,利用乘法分配律进行计算.(2)、(3) 类似于“多项式”与“多项式”相乘,能用乘法公式的尽量用公式进行计算:

解: (1) 原式 $= 2\sqrt{6} \times (-\sqrt{2}) - 3\sqrt{3} \times (-\sqrt{2})$

$= -2\sqrt{12} + 3\sqrt{6} = -4\sqrt{3} + 3\sqrt{6}$;

(2) 原式 $= 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} + 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{2} - \sqrt{5} \cdot \sqrt{3} - \sqrt{5} \cdot \sqrt{2}$

$= 6 + 2\sqrt{6} - \sqrt{15} - \sqrt{10}$;

(3) 原式 $= (2\sqrt{6})^2 - (3\sqrt{2})^2 = 24 - 18 = 6$.

继续请扫 本题的解题关键是运用二次根式的乘法法则计算,类似“整式的乘法”,注意运算时符号的变化,也要注意结果的化简.

现场操练

计算下列各式:

(1) $(3\sqrt{3}-2\sqrt{2}) \times (-\sqrt{3})$;

(2) $(3\sqrt{2}+2\sqrt{3})(\sqrt{2}+\sqrt{3})$;

$$(3) (2\sqrt{2}+1)(2\sqrt{2}-1);$$

$$(4) (\sqrt{3}-\sqrt{2})^2.$$

例4 计算:

$$(1) \sqrt{2\frac{34}{81}}; \quad (2) \sqrt{\frac{25x^4}{121y^2}}; \quad (3) \frac{\sqrt{48}}{\sqrt{3}}; \quad (4) \left(-\sqrt{1\frac{2}{3}}\right) \div \sqrt{\frac{5}{54}}.$$

思路导析 (1)、(2) 是运用商的算术平方根的性质计算, (3)、(4) 利用二次根式的除法法则, 注意带分数要化为假分数.

$$\text{解: (1) } \sqrt{2\frac{34}{81}} = \sqrt{\frac{196}{81}} = \frac{\sqrt{196}}{\sqrt{81}} = \frac{14}{9};$$

$$(2) \sqrt{\frac{25x^4}{121y^2}} = \frac{\sqrt{25x^4}}{\sqrt{121y^2}} = \pm \frac{5x^2}{11y};$$

$$(3) \frac{\sqrt{48}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{48}{3}} = \sqrt{16} = 4;$$

$$(4) \left(-\sqrt{1\frac{2}{3}}\right) \div \sqrt{\frac{5}{54}} = -\sqrt{\frac{5}{3} \div \frac{4}{54}} = -\sqrt{\frac{5}{3} \times \frac{54}{4}} = -\sqrt{18} = -3\sqrt{2}.$$

错思清扫 解答本题的关键是运用 $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ ($a \geq 0, b > 0$) 以及二次根式的除法法则 $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$ ($a \geq 0, b > 0$) 的规律进行化简, 进行计算时注意以上两式子的运用, 结果一定要化简!

现场操练

1. 化去二次根号内的分母:

$$(1) \sqrt{\frac{1}{2}};$$

$$(2) 4\sqrt{\frac{3}{8}};$$

$$(3) \sqrt{\frac{c}{a+b}} \quad (c \geq 0, a+b > 0).$$

基础达标

★ 基础达标

1. 数学宫里学问多.

(1) 已知 $ab < 0$, 化简 $\sqrt{ab^2} =$ _____.

(2) 把根号外的因式移到根号内: $(a-1)\sqrt{-\frac{1}{a-1}} =$ _____.

(3) $\sqrt{x^2-16} = \sqrt{x+4} \cdot \sqrt{x-4}$ 成立的条件是 _____.

(4) 当 a _____, b _____ 时, $\sqrt{\frac{a-2}{3-b}} = \frac{\sqrt{a-2}}{\sqrt{3-b}}$ 成立.

(5) 若 $b > a > 0$, 则 $\sqrt{\frac{b}{a} + \frac{a}{b}} - 2 =$ _____.

2. 火眼金睛我来选.

(1) 如果 $\sqrt{a^3+a^2} = -a\sqrt{a+1}$, 那么实数 a 的取值范围是().
 A. $a < -1$ B. $a > 0$ C. $0 < a \leq 1$ D. $-1 \leq a \leq 0$

(2) 化去式子 $x^2\sqrt{\frac{y}{x}}$ 根号内的分母, 结果为().
 A. $x\sqrt{xy}$ B. $-x\sqrt{xy}$ C. $-x\sqrt{-xy}$ D. $|x|\sqrt{xy}$

(3) 等式 $\sqrt{\frac{x+1}{x-2}} = \frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{x-2}}$ 成立的条件是().
 A. $x \geq -1$ B. $x > 2$ C. $x \geq 2$ D. $-1 \leq x < 2$

(4) 把 $\sqrt{\frac{y^3}{x^3} - \frac{y^2}{x^3}}$ 化成最简二次根式, 结果正确的是().
 A. $\frac{y}{x^2}\sqrt{x(y-1)}$ B. $\frac{y}{x^3}\sqrt{x(y-1)}$
 C. $\frac{1}{x^3}\sqrt{xy}$ D. $\frac{y}{x}\sqrt{xy}$

(5) 当 $a > 0, b < 0$ 时, 下列等式① $\sqrt{\left(\frac{a}{b}\right)^2} = \frac{a}{b}$; ② $\frac{\sqrt{a^2}}{\sqrt{b^2}} = \frac{a}{b}$; ③ $\sqrt{a^2b - 2ab^2 + b^3} = (b-a)\sqrt{b}$; ④

$\sqrt{\frac{-b}{a^2}} = \frac{1}{a}\sqrt{-b}$ 中成立的是().

- A. ①②③ B. ①② C. ③④ D. ④

3. 比较下列各组数里两个二次根式的大小.

(1) $2\sqrt{\frac{5}{3}}$ 和 $3\sqrt{\frac{3}{4}}$; (2) $-\sqrt{3\frac{3}{4}}$ 和 $-2\sqrt{0.85}$.

★ 能力拓展练

1. 化简:

$\frac{2}{b}\sqrt{ab^5} \cdot \left(-\frac{3}{2}\sqrt{a^3b}\right) \div \frac{1}{3}\sqrt{\frac{b}{a}} \quad (a > 0, b > 0).$

2. 计算:

$$(1) \sqrt{45} \div 3\sqrt{\frac{1}{5}} \times \frac{3}{2}\sqrt{2\frac{2}{3}};$$

$$(2) 3\sqrt{\frac{12}{x}} \cdot \frac{1}{2}\sqrt{\frac{3}{xy}} \div \left(-\frac{3}{4}\sqrt{\frac{18}{xy^3}}\right).$$

二次根式乘除混合运算可统一成乘法运算!



3. 已知 x 满足不等式 $3x+5 \leq 0$. 求下面等式中的代数式 M :

$$\frac{4}{15}\sqrt{\frac{3y}{2x}} \cdot M = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{xy}{2}}.$$

4. 已知 $\sqrt{2}=a$, $\sqrt{10}=b$. 试用含 a, b 的代数式表示:

$$(1) \sqrt{12.5}$$

$$(2) \sqrt{0.016}$$



实践探究冲刺

1. 已知正方形 A、矩形 B(长是宽的 2 倍)、圆 C 的面积均为 628cm^2 , 如果 π 取 3.14, 试比较它们的周长 L_A, L_B, L_C 的大小. 解完本题后, 你能得到什么启示?

2. 用长 3cm、宽 2.5cm 的邮票 30 枚摆成一个正方形, 这个正方形的边长是多少?

3. 用计算器计算: (1) $\sqrt{9 \times 9 + 19} =$ _____; (2) $\sqrt{99 \times 99 + 199} =$ _____;
 (3) $\sqrt{999 \times 999 + 1999} =$ _____; (4) $\sqrt{9999 \times 9999 + 19999} =$ _____. 观察上面几题的结果, 你能发现什么规律? 用你发现的规律直接写出下题的结果:

$$\sqrt{\underbrace{99 \dots 9}_{n \uparrow 9} \times \underbrace{99 \dots 9}_{n \uparrow 9} + \underbrace{199 \dots 9}_{n \uparrow 9}} =$$

21.3 二次根式的加减



例题分析

例 1 计算:

(1) $(7\sqrt{54} - 3\sqrt{21} + 4\sqrt{15}) \times \sqrt{3}$; (2) $(\sqrt{a^3b} - 3ab + \sqrt{ab^3}) \div \sqrt{ab} (a > 0, b > 0)$.

思路分析 可运用分配律进行计算.

解: (1) 原式 $= 7\sqrt{54} \times \sqrt{3} - 3\sqrt{21} \times \sqrt{3} + 4\sqrt{15} \times \sqrt{3}$
 $= 63\sqrt{2} - 9\sqrt{7} + 12\sqrt{5}$

(2) 原式 $= \frac{\sqrt{a^3b}}{\sqrt{ab}} - \frac{3ab}{\sqrt{ab}} + \frac{\sqrt{ab^3}}{\sqrt{ab}}$
 $= \sqrt{a^2} - 3\sqrt{ab} + \sqrt{b^2}$
 $= a - 3\sqrt{ab} + b$

与“多项式乘(或除)以单项式”进行比较, 你能发现什么规律.



错思辨析 本题实质是运用乘法分配律进行计算, 要注意每项的符号, 结果要化为最简二次根式!