

■ 彭俊生 罗永坤 彭地 编著

结构动力学、抗震计算

与

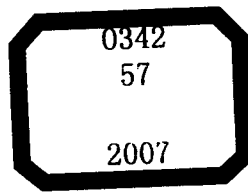
SAP2000 应用

JIEGOU DONGLIXUE KANGZHEN JISUAN
YU SAP2000 YINGYONG

SAP2000



西南交通大学出版社
[Http://press.swjtu.edu.cn](http://press.swjtu.edu.cn)



结构动力学、抗震计算 与 SAP 2000 应用

彭俊生 罗永坤 彭地 编著

西南交通大学出版社
· 成 都 ·

内 容 简 介

本书是一本理论、应用和实践相结合的教材。全书分为四个部分：第一部分为结构动力学基本理论；第二部为通用结构分析软件 SAP 2000 在结构动力分析中的使用；第三部分为结构抗震计算，它包括反应谱和时程分析；第四部分为基础隔震计算。

全书共分为 18 章，1~7 章阐述动力学基础，它包括单、多、无限自由度体系的振动；8~9 章为动力分析的数值方法及模型的建立；10~16 章为抗震计算及计算机程序的实践；17 章为基础隔震计算；18 章为频域分析。

本书可作为高等院校结构动力学课程教材，也可作为部分专业本科生和研究生的选修教材，还可作为土木工程、水利、机械工程等有关工程技术人员的参考书。

图书在版编目 (CIP) 数据

结构动力学、抗震计算与 SAP 2000 应用 / 彭俊生, 罗永坤, 彭地编著. — 成都: 西南交通大学出版社, 2007.2

ISBN 978-7-81104-449-2

I. 结... II. ①彭... ②罗... ③彭... III. ①结构动力学—应用软件, SAP 2000—高等学校—教材②抗震结构—计算方法—应用软件, SAP 2000—高等学校—教材 IV. ①0342②TU352

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2006) 第 110671 号

结构动力学、抗震计算与 SAP 2000 应用

彭俊生 罗永坤 彭地 编著

*

责任编辑 张波

封面设计 本格设计

西南交通大学出版社出版发行

(成都二环路北一段 111 号 邮政编码: 610031 发行部电话: 028-87600564)

<http://press.swjtu.edu.cn>

四川森林印务有限责任公司印刷

*

成品尺寸: 185 mm × 260 mm 印张: 20.375

字数: 509 千字 印数: 1—3 000 册

2007 年 2 月第 1 版 2007 年 2 月第 1 次印刷

ISBN 978-7-81104-449-2

定价: 29.50 元

图书如有印装问题 本社负责退换
版权所有 盗版必究 举报电话: 028-87600562

前 言

本书是根据土木、水利结构动力学、结构抗震设计课程的要求而编写的，将理论、应用和实践有机结合在一起的教材。

本书具有两方面的突出特点：

- (1) 将结构动力学基本理论与工程应用（即抗震、隔震）相结合；
- (2) 理论与实践（计算机应用）相结合。

全书共分为 18 章。第 1 章介绍结构动力分析的目的、动力荷载类型、结构动力计算特点、结构离散方法。第 2 章介绍建立运动方程的三种方法，即达朗贝尔原理、虚功原理和哈密顿原理。第 3、4、5 章分别具体分析单、多自由度和无限自由度体系振动力学问题。第 6 章介绍工程上常用的频率、振型实用计算方法。为了应用计算机计算动力问题，第 7、8、9 章介绍了动力有限元法、方程的数值解法和动力计算模型的建立。有限元数值方法的重点在于实践，于是在第 10、11 章介绍了通用结构分析软件 SAP 2000 自由振动和强迫振动的操作和算例。学习动力学理论的目的是为了解决具体的工程问题，第 12 章介绍了地震作用计算的反应谱和时程分析方法。在第 13、14 章应用 SAP 2000 完成了框架结构的反应谱和时程分析算例以及桥梁结构的多点地震反应输入示例。由于很多振动是非线性的，实际上，线性是相对的，非线性是绝对的。因此，在第 15、16 章中介绍了非线性时程分析及算例。有了非线性振动的理论基础，第 17 章讨论了隔震原理并给出了橡胶支座、摩擦支座隔震装置的算例。以上的振动均是限于时域内的求解响应，但对于诸如机械振动、声波、海洋波和风振，则在频域内求解其响应是更为有效的。因此，在第 18 章介绍了频域分析多线性的弹塑性分析。

本书在内容和选材上是一次新的尝试，但限于时间、条件和水平，书中难免存在不当与不足之处，恳请同行与读者不吝赐教指正。

本书在编写过程中，得到了本教研室同行的支持，研究生苏小勇、赵伟等参与了文本的整理工作，在这里对他（她）们表示衷心感谢。同时也感谢北京金土木软件技术有限公司在软件、文本资料使用方面的支持。

作 者

2006 年 8 月

目 录

第 1 章 结构动力学概述	1
1.1 结构动力学研究对象与研究目的	1
1.2 结构动力学的任务和研究内容	3
1.3 结构动力分析中体系的自由度	5
1.4 结构的动力特性	8
思考题与习题	10
第 2 章 体系运动方程的建立	12
2.1 按达朗贝尔原理建立运动方程	12
2.2 单自由度运动方程的建立	12
2.3 重力对运动方程的影响	15
2.4 支座移动的运动方程	16
2.5 多自由度体系运动方程的建立	17
2.6 虚功原理	22
2.7 Hamilton 原理	24
思考题与习题	26
第 3 章 单自由度体系的振动	29
3.1 无阻尼的自由振动	29
3.2 单自由度体系的频率计算举例	33
3.3 有阻尼体系的自由振动	36
3.4 无阻尼体系的强迫振动	40
3.5 有阻尼体系的强迫振动	45
3.6 在任意动力荷载下的强迫振动	48
思考题与习题	50
第 4 章 多自由度体系的振动	53
4.1 无阻尼自由振动 (柔度法)	53
4.2 无阻尼自由振动 (刚度法)	61
4.3 振型的正交性及其利用	66
4.4 无阻尼强迫振动 (简谐荷载)	68
4.5 振型分解法	73
4.6 振动的定性分析	82

思考题与习题	85
第 5 章 无限自由度体系的振动	88
5.1 梁的横向弯曲自由振动	88
5.2 考虑轴力、剪力和转动影响时梁的弯曲振动方程	92
5.3 杆的剪切、轴向和扭转自由振动	97
5.4 振型的正交性	99
思考题与习题	101
第 6 章 频率和振型的实用计算方法	102
6.1 能量法求频率	102
6.2 矩阵迭代法	109
6.3 子空间迭代法	114
6.4 振动的定性分析	118
思考题与习题	120
第 7 章 结构动力有限元法	121
7.1 单元集中质量矩阵	121
7.2 整体质量矩阵的组集	124
7.3 单元一致质量矩阵	127
7.4 整体坐标系下的单元质量矩阵	130
7.5 整体质量矩阵的组集	131
思考题与习题	134
第 8 章 动力方程的数值解法	136
8.1 数值解法的增量方程	136
8.2 线性加速度法	138
8.3 Newmark 法	139
8.4 Wilson- θ 法	141
8.5 Hilber-Hughes-Taylor α (HHT) 方法	142
8.6 直接积分法的选择	142
第 9 章 动力分析及其模型的建立	144
9.1 动力分析的求解方法	144
9.2 有限元分析过程中的特征建模	147
9.3 动力分析模型的分类及特征模型	148
9.4 双塔结构分析模型	151
9.5 有顶塔多层建筑的地震反应分析	151
9.6 有限元分析建模的操作内容	152
9.7 SAP 2000 模型建立的操作	153

第 10 章	SAP 2000 频率与振型计算	157
10.1	引 言	157
10.2	质量矩阵的形成	157
10.3	振型 (模态) 分析	158
10.4	频率与振型的算例	163
第 11 章	SAP 2000 强迫振动计算	175
11.1	引 言	175
11.2	动荷载时程分析的操作	175
11.3	简谐与突加荷载算例	182
11.4	斜坡荷载算例	189
11.5	多自由度体系强迫振动算例	194
第 12 章	地震作用计算	197
12.1	引 言	197
12.2	单质点水平地震作用及反应谱	197
12.3	多质点体系地震作用计算	203
12.4	SAP 2000 地震反应谱分析操作	211
12.5	有关反应谱应用的讨论	214
12.6	地震作用的时程分析	216
12.7	SAP 2000 时程分析	217
12.8	SAP 2000 地震波使用	218
12.9	时程分析结点反应谱曲线的生成	223
第 13 章	SAP 2000 静动力分析算例	226
13.1	二维框架静动力分析	226
13.2	三维有侧移框架的反应谱分析	233
13.3	框架剪力墙结构的反应谱分析	235
13.4	25 层框架结构的地震反应分析	238
第 14 章	多支座地震输入分析	239
14.1	多支座地震输入分析的目的	239
14.2	多点地震输入的分析方法	240
14.3	多点地震输入时程法的基本方程	241
14.4	时程法进行多点地震输入分析的一般步骤	242
14.5	多点地震输入的影响	243
14.6	多点地震输入工程实例	244
第 15 章	非线性时程分析	247
15.1	引 言	247

15.2	具有非线性单元的结构	247
15.3	基本平衡方程	248
15.4	变换到模态坐标及方程的解	249
15.5	非线性单元	251
15.6	连接单元类型及指定	254
15.7	SAP 2000 非线性模态时程分析	257
15.8	SAP 2000 非线性直接积分时程分析	260
第 16 章	非线性时程分析算例	263
16.1	单自由度体系的非线性算例	263
16.2	二维三层抗弯框架的非线性算例	267
16.3	高层结构的地震反应非线性分析	277
第 17 章	基础隔震计算	278
17.1	引言	278
17.2	单质点隔震体系的动力分析	278
17.3	能量表达式	281
17.4	橡胶隔震支座算例	283
17.5	摩擦隔震支座算例	285
第 18 章	频域分析及多线性弹塑性算例	292
18.1	频域分析	292
18.2	频域分析步骤	295
18.3	功率谱密度分析	295
18.4	两端固定梁的稳态分析	296
18.5	连接单元多线性分析	298
18.6	连接单元塑性分析	300
18.7	动态塑性连接单元分析	303
	思考题释疑与习题解答	306
	参考文献	318

第1章 结构动力学概述

研究结构在动荷载作用下的响应规律的学科称为结构动力学。

结构动力学着重研究结构对于动荷载的响应（如位移、内力、速度、加速度等的时间历程），以便确定结构的承载能力和动力学特性，或为改善结构的性能提供依据。结构动力学既是抗震设计的基础，也是减震、隔震措施的理论依据。

1.1 结构动力学研究对象与研究目的

在动力作用下，结构产生振动，即结构在静平衡位置附近往返地运动（振动）。振动的产生，有的是结构本身固有的原因引起的，如转动机器转子的偏心所引起的振动；有的是外界干扰所引起的，如地震作用、风荷载作用、爆炸荷载的作用、车辆行驶中由于路面不平顺引起的车辆及车辆引起的路面的振动等。因此，结构动力学的研究对象正是工程结构的各种振动问题。而结构动力学的研究目的就是要认识和了解工程结构的振动规律，并据此指导工程结构的设计实践及其他有关工作。有效地减轻以致避免有害振动给工程结构造成的破坏，从而为人类社会带来更多的福利，就是结构动力学研究的目的和意义所在。

1.1.1 动荷载的定义

作用在结构上的荷载是由3个因素确定的，即大小、方向和作用点。如果这些因素不随时间变化或随时间缓慢变化，则在求解结构的响应时，可把荷载作为静荷载处理以简化计算，这是结构静力学的范畴。如果荷载的大小、方向和作用点随时间变化，使得质量运动加速度所引起的惯性力与荷载相比大到不可忽视时，则把这种荷载称为动荷载。

应当说明，静与动和加载慢与快是相对的，它与结构自振周期有密切关系，若荷载从零增至最大值的加载时间远大于结构自振周期，例如，前者为10s，后者为1s，则加载过程可认为是缓慢的，可作为静荷载对待。但是若荷载从零增至最大值的加载时间接近或小于自振周期，则加载过程应认为是快速的，这种荷载应作为动荷载来处理。

由动荷载的定义可引申到其他间接作用，如引起基础运动的地震作用等。其中，地震作用引起的地面运动通过基础传给上部结构，使之产生惯性力，而此惯性力往往可以达到较高的水平。因此，地震作用为典型的动力作用。

1.1.2 动荷载的分类

动荷载是时间的函数，根据动荷载随时间变化的规律，可以分为确定性荷载与非确定性荷载两大类。

1. 确定性荷载

如果荷载的变化是时间的确定性函数，则称此类荷载为确定性荷载，常见的确定性荷载有以下类型：

- **简谐周期荷载** 荷载随时间作周期性变化，是周期荷载中最简单也是最为重要的一种荷载 [见图 1.1 (a)]，可用 $F(t)=A\sin\theta t$ 或 $F(t)=A\cos\theta t$ 来表示它的变化规律。

- **非简谐周期荷载** 荷载随时间作周期性变化，是时间 t 的函数，但不能简单地用三角函数来表示。例如，平稳情况下波浪对堤坝的动水压力；轮船螺旋桨产生的推力 [见图 1.1 (b)] 等。

- **冲击荷载** 荷载的幅值（大小）在很短的时间内急剧增大或急剧减小。例如，爆炸引起的冲击波 [见图 1.1 (c)]、突加重量等。

对于图 1.1 (d)、(e) 已记录到的地震波和脉动风引起的作用于建筑结构的地震作用或风荷载，尽管它随时间的变化规律比较复杂，但其大小、方向是给定的。因此，当用于结构动力响应分析时，它属于确定性荷载。

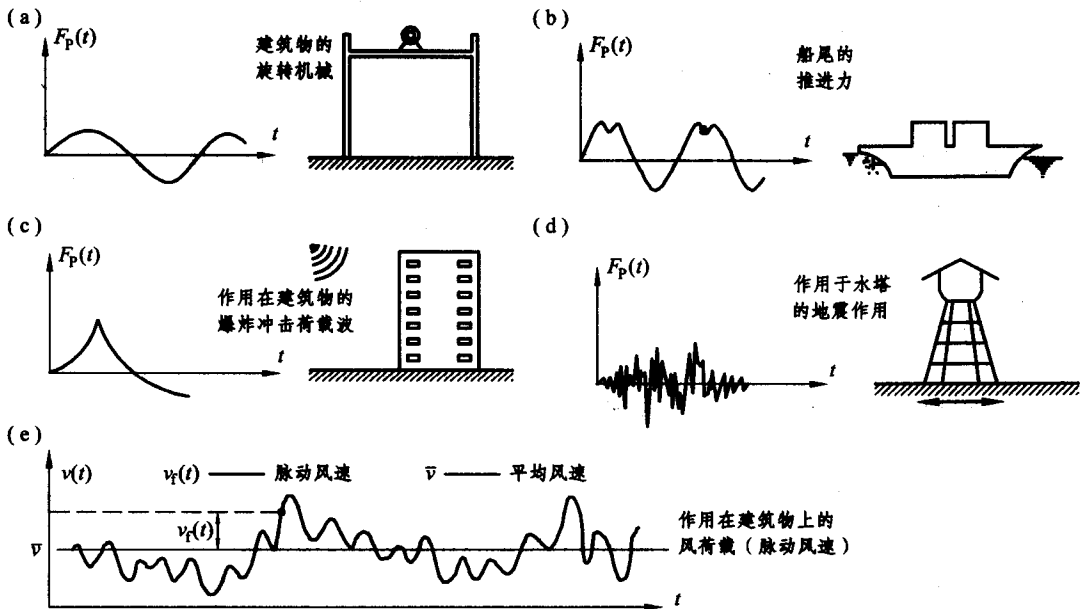


图 1.1 确定性荷载的特点及来源

2. 非确定性荷载

如果荷载随时间的变化不能用确定的时间函数来描述，则此类荷载为非确定性荷载。随机荷载是一种非确定性荷载，在任一时刻荷载的大小是随机变量。例如，建筑物未来遭遇的地震作用、风荷载是未知的，在将来任意一段时间内的确切量值是无法事先确定的，它属于

随机荷载。结构在随机荷载作用下的响应，称为结构的随机振动分析。

对于地震作用和风荷载而言，一个确定的记录相当于随机事件的一个样本，每一个具体的样本都是确定性的，但大量样本的集合可以反映出事件的随机规律。由此可知，虽然非确定性荷载不能用时间 t 的确定性函数来描述，但它服从统计规律。

1.2 结构动力学的任务和研究内容

结构动力学的基本任务在于分析结构振动的固有力学特性，分析在动力载荷下结构位移和内力等，以使设计时能满足刚度和强度的要求，或采取减震或隔震的措施，为改善工程结构体系在动力环境中的安全性和可靠性提供理论基础。在进一步的研究中，还要满足动力稳定性的要求。因而在振动情况下的刚度、强度和稳定性是振动力学研究的基本内容。

1.2.1 结构动力问题的基本特点

首先，结构动力学与结构静力学相比，有以下几方面的不同。

第一个不同点，数学处理更复杂。结构动力分析时要考虑结构因振动而产生的惯性力（见图 1.2）和阻尼力，而惯性力涉及位移对时间的二阶导数，这样需按牛顿运动定律建立微分方程；而对结构静力学的线弹性问题，平衡方程为线性方程。另外，有关阻尼作用的机理，目前尚未完全清楚，只能在数学上做一些假设进行处理，结构静力学则不存在此类问题。

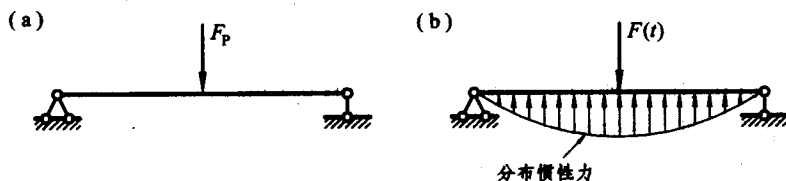


图 1.2 静荷载与动荷载的区别

第二个不同点，由于荷载和响应随时间而变化，显然动力问题不像静力问题那样具有单一解，而必须建立与时间有关的一系列解答，因此动力分析比静力分析更复杂且更耗时间。

第三个不同点，结构的动力响应不仅与荷载如何随时间变化有关，还与结构的刚度分布、质量分布、能量耗散等情况有关。

其次，说明结构的动力计算与静力计算的区别。根据达朗贝尔原理，动力计算问题可以转化为静力平衡问题来处理。但是，这是一种形式上的平衡，是一种动平衡，是在引进惯性力的条件下的平衡。换句话说，在动力计算中，虽然形式上仍是在列平衡方程，但是这里要注意两个特点：第一，在所考虑的力系中要包括惯性力这个新的力；第二，这里考虑的是瞬时的平衡，荷载、内力等都是时间的函数。

1.2.2 结构动力学的任务

结构动力学的任务可归纳为以下 4 个方面：

- (1) 提供对结构进行动力响应分析的方法；
- (2) 确定结构的固有动力特性，并建立结构的固有动力特性、动荷载和结构的动力响应三者之间的相互关系；
- (3) 计算结构的动力响应，以确定结构受到的动荷载或振动的能量水平，从而提供对结构进行动力可靠性设计的依据；
- (4) 为结构抗震设计的减震、隔震措施提供理论依据。

1.2.3 结构动力学的研究内容

结构动力学的研究内容包括理论研究和实验研究两个方面。

1. 理论研究

在结构动力分析中，通常把所研究的对象（如结构或机器）都称为振动体系（也称系统）；把外界对体系的作用或引起体系运动的力称为激励或输入（激励是对动荷载、地震作用等影响的统称）；把结构或机器在激励作用下产生的动态行为称响应或输出。由此可知，结构动力学的理论研究内容是：体系、激励（输入）和响应（输出）之间的关系，理论上讲，只要知道两者就可以确定第三者。因此，结构动力学所要解决的问题可归纳为三类：

- (1) 响应分析。已知体系结构的动力特性和输入（动荷载），求体系的响应，包括位移、速度、加速度和内力的响应。这为确定结构的强度、刚度、允许的振动能量水平提供了依据。
- (2) 体系的设计。已知体系动荷载（输入）和所要满足的动态响应（输出）的要求，设计合理的体系参数。对结构或机器而言，这个问题更为重要。通常结构或机器的设计要依赖响应的分析，所以在实际工作中，这两个问题是交替进行的。
- (3) 体系参数识别。已知振动体系的动荷载（输入）和响应（输出），求结构的动力特性（系统）参数或数学模型。体系参数识别包括物理参数识别（质量、刚度、阻尼等）和模态参数识别（固有频率、振型）。

这三者就构成了振动分析的三要素。综合输入、体系和输出的全部信息，对体系进行环境预测和控制，即结构振动控制问题，结构振动控制还分为被动控制、主动控制和混合控制。

2. 实验研究

实验研究不仅为理论分析奠定了基础，而且是解决实际工程问题的主要手段。例如，材料性能和结构阻尼特性的测定、振动环境试验（即在现场或实验室模拟振动环境，检验产品在振动环境中工作的可靠性）等工作，就是主要依靠实验研究。结构实验是检验数学模型的正确性、为理论计算提供确切数据的重要途径。重要结构的动力研究常常需要将数值计算和实验结合起来：一方面利用数值计算为结构实验提供依据；另一方面，根据实验结果，不断修正模型，以便数学模型能更好地反映实际情况。

1.3 结构动力分析中体系的自由度

在动力分析中, 惯性力是使结构产生动力响应的本质因素, 而惯性力的产生又是由结构的质量所引起的。也就是说在振动过程中, 结构上凡有质量处均会产生惯性力。因此, 对结构中质量位置及其运动的描述是结构振动分析中的关键。在结构动力学中, 要得到一个实际结构体系在数学上的合理解, 需要一个理想化或简化的数学模型, 体系的自由度便是模型建立过程中要研究的一个重要问题。

1.3.1 体系的动力自由度

在结构振动过程中的任一时刻, 确定体系全部质量位置或变形状态所需的独立几何参数的个数, 称为体系的动力自由度, 简称自由度。

这些独立的参数是动力分析的基本未知量, 它们是线位移或角位移。按照体系的自由度的数目, 将结构体系分为单自由度体系 (即 1 个自由度)、多自由度体系 (自由度等于 2 或大于 2) 及无限自由度体系。

由于实际结构的质量都是连续分布的, 因此任何一个实际结构都可以认为是具有无限个自由度的体系。如果所有结构都按无限个自由度来分析计算, 不仅十分困难, 而且实践证明也没有必要。因此, 通常对计算模型加以简化, 一般称之为结构的离散化 (或动力计算简图的确定)。离散化方法也就是把无限自由度问题转化为有限自由度问题的过程。动力分析中常用的结构离散方法有集中质量法、广义坐标法和有限元法。

1. 集中质量法

所谓的集中质量法, 是将结构的分布质量按一定规则集中到结构的某个或某些位置上, 成为一系列离散的质点或块, 使其余位置上不再存在质量, 从而将无限自由度体系简化为有限自由度体系。例如在分析图 1.3 (a) 所示分布质量的梁振动, 根据计算精度的要求, 可采用图 1.3 (b)、(c)、(d) 所示的计算简图。图中每一个质量的位置只需一个竖向位移参数便可确定。图 1.3 (a) 为无限自由度体系; 图 1.3 (b) 为单自由度体系; 图 1.3 (c)、(d) 为多自由度体系。又如对于图 1.4 (a) 所示多层房屋框架结构, 由于楼面的刚度和质量较大, 在作水平方向振动分析时可假定横梁是无限刚性的, 并将柱子和楼板的质量集中到柱两端的横梁上, 采用图 1.4 (b) 所示的动力计算简图。

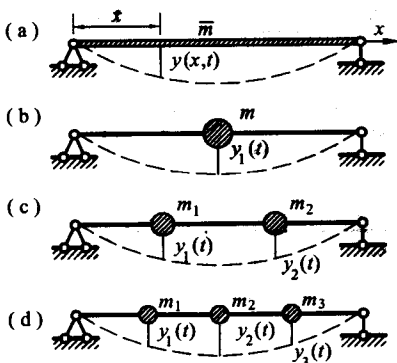


图 1.3 梁式结构

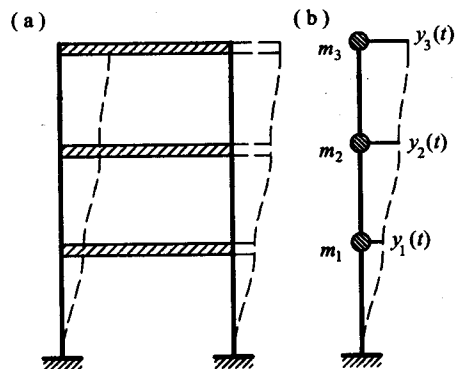


图 1.4 框架结构

(1) 关于“质量”的说明。在这里的质量是指质点，即只有质量而没有大小的物体。因此，它的运动只有线位移而无角位移，所以在平面问题中一个质点一般有两个自由度，而在空间问题中则一个质点一般有三个自由度。当为一质量块时，除线位移自由度外还需考虑转角自由度的影响。

(2) 关于“约束”的说明。注意在振动分析中的约束与通常的力学常识中的“约束”的区别，如“弹性约束”在振动分析中就不属于约束。因为这种约束并不成为限制质点运动的装置。例如图 1.5 (a) 所示体系的自由度为 2，图 1.5 (b) 自由度为 1。

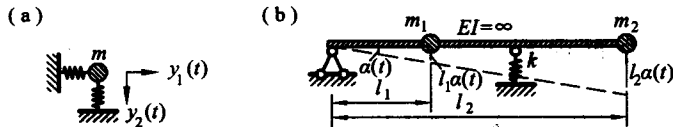


图 1.5 两个自由度体系

2. 广义坐标法

所谓广义坐标法（即独立坐标），是通过对体系运动的位移形态从数学的角度施加一定内在的约束，从而使体系的振动由无限自由度转化为有限自由度。这种约束位移形态的数学表达式称为位移函数（形函数），其中所含的独立参数便称为广义坐标。例如对于图 1.6 (a) 所示的分布质量简支梁，可假定其竖向振动的位移形态为正弦曲线 [见图 1.6 (b)]，即取位移函数为 $y = a_1(t) \sin \frac{\pi x}{l}$ ，系数 $a_1(t)$ 就称为广义坐标。因仅 $a_1(t)$ 一个参数便可确定全梁上所有质量的位置，所以体系的振动就转化为单自由度的振动。为了满足计算精度的要求，将它用一簇位移函数的线性和表示，即将图 1.6 (b)、(c)、(d) 相加，其表达式为

$$y(x, t) = \sum_{i=1}^n a_i(t) \varphi(x) \tag{1.1a}$$

式中 $\varphi(x)$ —— 满足位移边界条件的给定位移函数，可称为形状函数；
 $a_i(t)$ —— 待定参数，亦称为广义坐标。

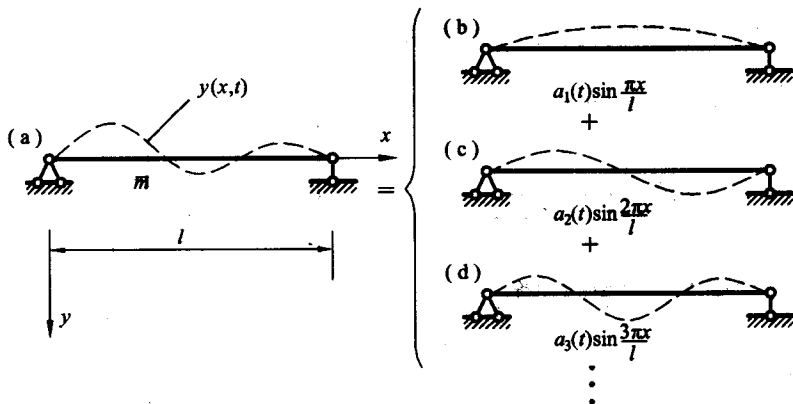


图 1.6 广义坐标的函数

此时,体系的位移形态 $y(x, t)$ 将由 n 个广义坐标确定,称为 n 个自由度的振动问题。对图 1.6 取前三项叠加,则体系的位移形态为

$$y(x, t) = a_1(t) \sin \frac{\pi x}{l} + a_2(t) \sin \frac{2\pi x}{l} + a_3(t) \sin \frac{3\pi x}{l} \quad (1.1b)$$

这样就将无限个自由度体系简化为三个自由度体系。

有些具有分布质量的体系,质量所在部位的刚度远比其他部位大,作为广义坐标法的特例,可以将质体视作刚体(一种特殊的质点系)。例如在分析图 1.7 (a) 所示弹性地基上的设备基础的振动时,可以将基础视作刚体。当考虑基础在平面内的振动时,体系共有三个自由度,即水平位移 x 、竖向位移 y 和角位移 φ [见图 1.7 (b)];当仅考虑基础在竖直方向的振动时,则只有一个 y 方向的自由度 [见图 1.7 (c)]。图 1.8 所示体系若将分布质量段的刚度视作无限大,则有两个自由度。

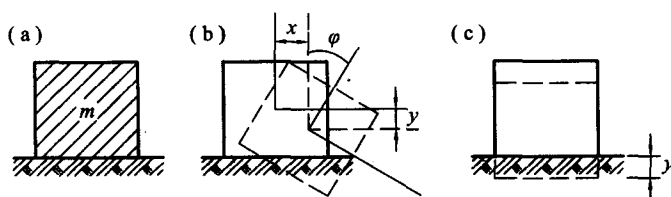


图 1.7 基础振动计算模型

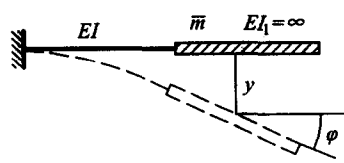


图 1.8 具有刚体段的振动

3. 有限单元法

该法是将有限单元法的思想用于解决结构的动力计算问题。对分布质量的实际结构,体系的自由度数为单元结点可发生的独立位移未知量的总个数,如图 1.9 所示。其要点是先把结构划分成适当数量的单元,然后对每个单元采用广义坐标法,通常取单元的若干个几何特征点处的广义位移作为广义坐标,并对每个广义坐标建立相应的位移函数,这样无限自由度的体系就被简化为有限个自由度的体系。

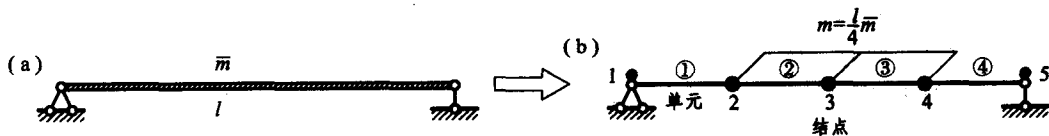


图 1.9 简支梁单元与结点(质点)的划分示意图

一般的说,有限单元法综合了集中质量法和广义坐标法的某些特点,是非常灵活有效的离散化方法,它提供了既方便又可靠的理想化模型,并特别适合于用电子计算机进行分析,是最为有效的数值计算方法。用有限单元法编制的通用结构分析程序,例如 SAP 2000、ANSYS、ADINA 和 ABAQUS 等均有十分强大的瞬态、稳态、谱分析以及随机的动态分析功能。

1.3.2 体系自由度的确定

对于广义坐标法或有限元法,体系的自由度就等于广义坐标数或独立结点的位移数目。

对于集中质量法简化后得到的有限自由度体系，在确定结构的动力自由度数目时应注意以下几点：

(1) 平面问题，一个质点有 2 个独立自由度（水平和竖向位移），而质量块有 3 个独立自由度（水平和竖向位移及转动）；空间问题，一个质点有 3 个独立自由度，而质量块有 6 个独立自由度。

(2) 结构动力自由度的数目与质量数目无关。

(3) 结构动力自由度的数目与结构是否静定及结构的超静定次数无关。

(4) 一般受弯结构的轴向变形忽略不计。

(5) 结构动力自由度的数目与计算假定有关。一般来说，自由度数目越多，就越能反映结构的实际动力特性，但计算工作量也越大。

根据上述几点说明，图 1.10 给出了平面结构体系自由度的确定示例。

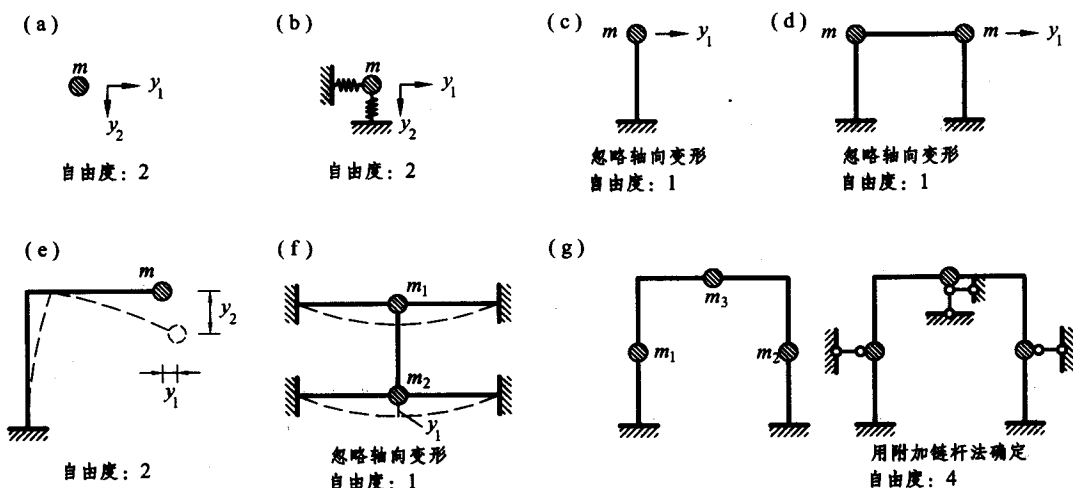


图 1.10 自由度数的确定示例

对于较复杂的体系，可采用在集中质量处附加刚性链杆以限制质量运动的方法来确定振动自由度数目。此时，体系振动的自由度数就等于约束所有质量的运动所需增加的最少链杆数目。例如图 1.10 (g) 所示体系有 4 个振动自由度。

1.4 结构的动力特性

结构在动荷载下的响应规律，与结构的质量、刚度分布和能量耗散等有关。由它们导出的表征结构动力响应特性的一些固有量，称为结构动力特性。

对于不同的结构，只要它们的动力特性相同，则在相同的动荷载作用下它们的动力响应（位移、速度、加速度等）的规律都是一样的，这和静力分析是不同的。因此，结构动力特性是结构动力分析的重要内容。

结构的动力特性包括结构的自振频率、结构的振型和结构的阻尼 3 个方面。

1.4.1 结构的自振频率

当结构受到某种外界干扰后产生位移或速度而偏离平衡位置，但外界干扰消失后结构将在其平衡位置附近继续振动，这种振动就称为自由振动。

- 自振频率。结构在自由振动时的频率称为结构的自振频率或固有频率，用 ω 表示。自振频率的个数与结构的自由度相等。

- 频率谱。结构的自振频率按由小到大的顺序排列称为结构的频率谱，不同类型的结构具有不同的频率谱特征，其中频率间隔较大的可称稀疏型频率谱，如单跨梁、悬臂梁和不考虑扭转振动的房屋建筑等结构，其频率谱为稀疏型频率谱；频率间隔较小的称为密集型频率谱，如连续梁、板、空间结构和考虑扭转振动的房屋建筑等结构，其频率谱为密集型频率谱。频率谱中最小的频率称为结构的基本频率，简称基频（或第1阶频率），记为 ω_1 ，其余依次记为 $\omega_2, \omega_3, \dots, \omega_n$ ，相应地称为第2阶频率、第3阶频率……第 n 阶频率。

1.4.2 结构的振型

当结构按频率谱中某一自振频率做自由振动时，其变形形状保持不变（即振动过程中各个质量的位移之比保持一个确定的关系），这种变形形状称为结构的主振型（或固有振型），简称振型。结构按基频做自由振动时的振型称为结构的基本振型，其余依次称为第2阶振型、第3阶振型……第 n 阶振型，如图 1.11 所示。

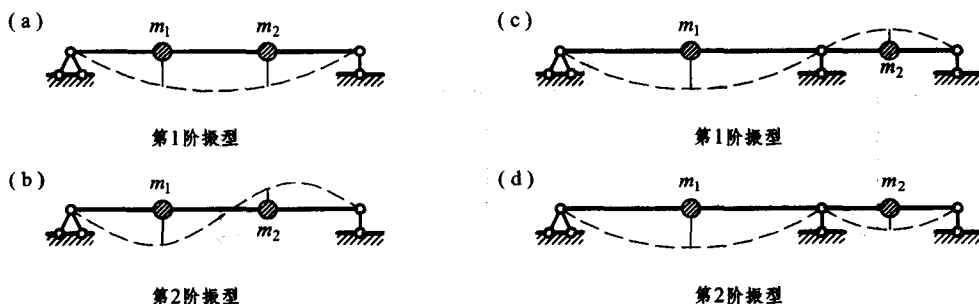


图 1.11 两个自由度体系的振型

1.4.3 结构的阻尼

结构的自由振动过程其实是势能与动能相互转化的过程。如果在这一过程中没有能量的耗散，则根据能量守恒定律，自由振动将永远保持由初始条件决定的振幅，并持续运动下去。但实际上，结构自由振动的振幅都会随时间而衰减，经过一定时间后会停止振动，这是因为系统的能量因某些原因而消耗。这种能量的耗散作用称为阻尼，由于阻尼使振动衰减的系统称为有阻尼系统。

通常认为，产生能量耗散的原因有结构材料的内摩擦（或黏性）、构件连接处的摩擦、周围介质（如空气、建筑物地基）的阻力影响等。但有关阻尼的作用机理，目前尚未完全研究清楚。为了从数学上便于处理，目前通常进行一些假定，采用等效黏滞阻尼理论，即不计空