

研究生教学用书

专业 课 系 列

宏观经济的随机模型

Stochastic Models in Macroeconomics

胡 适 耕 著

BOOKS FOR GRADUATE STUDENTS

华中科技大学出版社

研究生教学用书
专业课系列

宏观经济的随机模型

胡适耕 著

华中科技大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

宏观经济的随机模型/胡适耕 著

武汉:华中科技大学出版社,2006年8月

ISBN 7-5609-3704-7

I. 宏…

II. 胡…

III. 宏观经济-模型分析

IV. F015

宏观经济的随机模型

胡适耕 著

责任编辑:万亚军

封面设计:刘 卉

责任校对:朱 霞

责任监印:张正林

出版发行:华中科技大学出版社

武昌喻家山 邮编:430074 电话:(027)87557437

录 排:华大图文设计室

印 刷:湖北新华印务有限公司

开本:787×960 1/16

印张:20.5

字数:358 000

版次:2006年8月第1版

印次:2006年8月第1次印刷

定价:32.80元

ISBN 7-5609-3704-7/F·301

(本书若有印装质量问题,请向出版社发行部调换)

内 容 提 要

本书系统介绍了现代宏观经济理论中的随机模型方法,其基本内容分为两部分:离散时间随机模型与连续时间随机模型,以后者为主。主要论题如下:状态偏好分析;随机差分方程与离散宏观经济模型;随机分析导论;随机增长模型;消费最优化方法与财政政策;人力资本与技术进步;投资与货币政策;就业与劳务市场等。所有这些问题都在随机模型的框架内处理,并运用随机最优化与随机微分方程进行分析。书中包含不少新的结果与新的方法。它们涉及现代宏观经济分析的一些重要的热门课题。其中部分结果取自作者本人的研究。

本书可作为高等学校经济学或数学专业研究生的教材,亦可供宏观经济分析方面的研究工作者参考。

Abstract

The purpose of this book is to provide a systematical treatment for the stochastic model methods in modern macroeconomics. The book includes two parts: discrete time stochastic models and continuous time stochastic models, and the later is the main part. The main topics are as follows: state-preference analysis; stochastic difference equations and discrete macroeconomic models; introduction to stochastic analysis; stochastic growth models; consumption optimization methods and fiscal policies; human capital and technological progress; investment and monetary policies; employment and labour market, etc. All these issues are considered in the framework of stochastic models and are analyzed by using stochastic optimization and stochastic differential equations. The book contains many new results and new methods which are the subject of great importance and much activity in the modern macroeconomical analysis. Some new results are from the work of the writer.

The book can serve as textbook for graduate students in economic or mathematical department. It can also be consulted by researchers in macroeconomical analysis.

写在“研究生教学用书”出版15周年前岁

“接天莲叶无穷碧，映日荷花别样红。”今天，我国的教育正处在一个大发展的崭新时期，而高等教育即将跨入“大众化”的阶段，蓬蓬勃勃，生机无限。在高等教育中，研究生教育的发展尤为迅速。在盛夏已临，面对池塘中亭亭玉立的荷花，风来舞举的莲叶，我深深感到，我国研究生教育就似夏季映日的红莲，别样多姿。

党的十六大报告以空前的力度强调了“科教兴国”的发展战略，强调了教育的重大作用，强调了教育的基础性全局性先导性，强调了在社会主义建设中教育的优先发展的战略地位。从报告中，我们可以清楚看到，对高等教育而言，不仅赋予了重大的历史任务，而且更明确提出了要培养一大批拔尖创新人才。不言而喻，培养一大批拔尖创新人才的历史任务主要落在研究生教育肩上。“百年大计，教育为本；国家兴亡，人才为基。”国家之间的激烈竞争，在今天，归根结底，最关键的就是高级专门人才，特别是拔尖创新人才的竞争。由此观之，研究生教育的任务可谓重矣！重如泰山！

前事不忘，后事之师。历史经验已一而再、再而三地证明：一个国家的富强，一个民族的繁荣，最根本的是要依靠自己，要以“自力更生”为主。《国际歌》讲得十分深刻，世界上从来就没有什么救世主，只有依靠自己救自己。寄希望于别人，期美好于外力，只能是一种幼稚的幻想。内因是发展的决定性的因素。当然，我们决不应该也决不可能采取“闭关锁国”，自我封闭，固步自封的方式来谋求发展，重犯历史错误。外因始终是发展的必要条件。正因为如此，我们清醒看到了，“自助者人助”，只有“自信、自尊、自主、自强”，只有独立自主，自强不息，走以“自力更生”为主的发展道路，才有可能在向世界开放中，争取到更多的朋友，争取到更多的支持，充分利用好外部的各种有利条件，来扎扎实实地而又尽可能快地发展自己。这一切的关键就在于，我们要有数量与质量足够的高级专门人才，特别是拔尖创新人才。何况，在科技高速发展与高度发达，而知识经济已初见端倪的今天，更加如此。人才，

高级专门人才,拔尖创新人才,是我们一切事业发展的基础。基础不牢,地动山摇;基础坚牢,大厦凌霄;基础不固,木凋树枯;基础深固,硕果葱绿!

“工欲善其事,必先利其器。”自古凡事皆然,教育也不例外。教学用书是“传道授业解惑”培育人才的基本条件之一。“巧妇难为无米之炊”。特别是在今天,学科的交叉及其发展越来越多及越快,人才的知识基础及其要求越来越广及越高,因此,我一贯赞成与支持出版“研究生教学用书”,供研究生自己主动地选用。早在1990年,本套用书中的第一本即《机械工程测试·信息·信号分析》出版时,我就为此书写了个“代序”,其中提出:一个研究生应该博览群书,博采百家,思路开阔,有所创见。但这不等于他在一切方面均能如此,有所不为才能有所为。如果一个研究生的主要兴趣与工作不在某一特定方面,他也可选择一本有关这一特定方面的书作为了解与学习这方面知识的参考;如果一个研究生的主要兴趣与工作在这一特定方面,他更应选择一本有关的书作为主要的学习用书,寻觅主要学习线索,并缘此展开,博览群书。这就是我赞成要为研究生编写系列的“研究生教学用书”的原因。今天,我仍然如此来看。

还应提及一点,在教育界有人讲,要教学生“做中学”,这有道理;但须补充一句,“学中做”。既要在实践中学习,又要在学习中实践,学习与实践紧密结合,方为全面;重要的是,结合的关键在于引导学生思考,学生积极主动思考。当然,学生的层次不同,结合的方式与程度就应不同,思考的深度也应不同。对研究生特别是对博士研究生,就必须是而且也应该是“研中学,学中研”,在研究这一实践中,开动脑筋,努力学习,在学习这一过程中,开动脑筋,努力研究;甚至可以讲,研与学通过思考就是一回事了。正因为如此,“研究生教学用书”就大有英雄用武之地,供学习之用,供研究之用,供思考之用。

在此,还应进一步讲明一点。作为一个研究生,来读“研究生教学用书”中的某书或其他有关的书,有的书要精读,有的书可泛读。记住了书上的知识,明白了书上的知识,当然重要;如果能照着用,当然更重要。因为知识是基础。有知识不一定有力量,没有知识就一定没有力量,千万千万不要轻视知识。对研究生特别是博士研究生而言,最为重要的还不是知识本身这个形而下,而是以知识作为基础,努力通过某

种实践,同时深入独立思考而体悟到的形而上,即《老子》所讲的不可道的“常道”,即思维能力的提高,即精神境界的升华。《周易·系辞》讲了:“形而上谓之道,形而下谓之器。”我们的研究生要有器,要有具体的知识,要读书,这是基础;但更要有“道”,更要一般,要体悟出的形而上。《庄子·天道》讲得多么好:“书不过语。语之所贵者意也,意有所随。意之所随者,不可以言传也。”这个“意”,就是孔子所讲的“一以贯之”的“一”,就是“道”,就是形而上。它比语、比书,重要多了。要能体悟出形而上,一定要有足够数量的知识作为必不可少的基础,一定要在读书去获得知识时,整体地读,重点地读,反复地读;整体地想,重点地想,反复地想。如同韩愈在《进学解》中所讲的那样,能“提其要”,“钩其玄”,以达到南宋张孝祥所讲的“悠然心会,妙处难与君说”的体悟,化知识为己之素质,为“活水源头”。这样,就可驾驭知识,发展知识,创新知识,而不是为知识所驾驭,为知识所奴役,成为计算机的存储装置。

这套“研究生教学用书”从第一本于1990年问世以来,到明年,就经历了不平凡的15个春秋。从研究生教育开始以来,我校历届领导都十分关心研究生教育,高度重视研究生教学用书建设,亲自抓研究生教学用书建设,饮水思源,实难忘怀!“逝者如斯夫,不舍昼夜。”截至今天,“研究生教学用书”的出版已成了规模,蓬勃发展。目前已出版了用书69种,有的书发行了数万册,有22种分别获得了国家级、省部级教材奖、图书奖,有数种已为教育部列入向全国推荐的研究生教材,有20种一印再印,久销不衰。采用此书的一些兄弟院校教师纷纷来信,称赞此书为研究生培养与学科建设做出了贡献。我们深深感激这些鼓励,“衷心藏之,何日忘之?!”没有读者与专家的关爱,就没有我们“研究生教学用书”的发展。

唐代大文豪李白讲得十分正确:“人非尧舜,谁能尽善?”我始终认为,金无足赤,物无足纯,人无完人,文无完文,书无完书。“完”全了,就没有发展了,也就“完”蛋了。江泽民同志在党的十六大报告中讲得多么深刻:“实践没有止境,创新也没有止境。”他又指出,坚持“三个代表”重要思想的关键是与时俱进。这套“研究生教学用书”更不会例外。这套书如何?某本书如何?这样的或那样的错误、不妥、疏忽或不足,必然会有。但是,我们又必须积极、及时、认真而不断地加以改进,与时俱进,奋发前进。我们衷心希望与真挚感谢读者与专家不吝指教,及时批

评。当局者迷,兼听则明;“嚶其鸣矣,求其友声。”这就是我们肺腑之言。当然,在这里,还应该深深感谢“研究生教学用书”的作者、审阅者、组织者(华中科技大学研究生院的有关领导和工作人员)与出版者(华中科技大学出版社的编辑、校对及其全体同志);深深感谢对“研究生教学用书”的一切关心者与支持者,没有他们,就决不会有今天的“研究生教学用书”。

我们真挚祝愿,在我们举国上下,万众一心,在“三个代表”重要思想的指引下,努力全面建设小康社会,加速推进社会主义现代化,为实现中华民族伟大复兴,“芙蓉国里尽朝晖”这一壮丽事业中,让我们共同努力,为培养数以千万计高级专门人才、特别是一大批拔尖创新人才,完成历史赋予研究生教育的重大任务而做出应有的贡献。

谨为之序。

中国科学院院士

华中科技大学学术委员会主任

杨叔子

2003年7月于喻园

前 言

今天,人类比以往任何时候都在更快地创造与积累着财富.与此同时,与财富相关联的人类生活的方方面面,比以往任何时候都更加错综复杂,更难理出头绪.这就使得经济学这门受人膜拜的大学问面临前所未有的严峻挑战.说来几乎令人难以置信,远在一个(甚至两个)世纪之前,人们就声称终于发现了经济学的真谛;然而,正当人们将那些被认定要永远主宰人类社会的经济法则供奉于科学殿堂,并告诫未来的经济学家只需对已有的信条作出诠释与应用之际,伴随着现代产业狂潮,无数新的经济事实与经济问题汹涌而来,使人们重新陷入迷茫.需要解答的问题是如此之多,以至人们感到经济学已经解决的问题相形见绌.

人类能怀疑自己的经济学能力吗?难道人类不是天生的经济学家,对于事关衣食利禄的问题有着近乎本能的正确判断吗?人们岂能不懂得,财富永远来自于有效的人类活动,更多的产出必定有赖于更多的投入;人们岂能不知晓,为增加供应所必要的努力应当来自需求的驱动;人们岂能不同意,技术进步乃为加快经济增长所必需,而教育又是持续推进技术所不可缺少的.不可否认,我们确实不缺乏诸如此类的知识,因为所有这些都不过是常识而已,而每个人绝不会怀疑自己作出常识判断的能力.如果常识足以解释一个复杂的世界,那么经济学就无所为用了.问题恰恰在于,常识从来都止于事物的表象,深入的理解往往超出常识之外.用人力资本替换一部分物质资本一定可行吗?对教育的投入是否应优先于对科技开发的投入?一个经济体所能承受的外来资本的最佳比例是多少?一个较高的经济增长率总胜过一个较低的增长率吗?这些问题多半难以立即作出判断,甚至经过一番思索之后仍然难于判断.否则,经济学家就不至于有那么多歧见与争论了.应当承认,许多看来平常的问题,实际上既超出常识判断之外,也超出肤浅的经济理论所能解答的范围之外.

那么,问题的症结何在呢?

首先,与现代经济生活相关的问题更多地带有定量性质,因而人们(尤其是经营者与决策者)更希望有一个定量的解答.能有效地解答定量问题的经济学首先要将自己提升为一门定量的科学,具有如同数理科学一般的精确性,而这恰恰是传统经济学所无法达到的,更不必说日常观察的精确性了.

其次,经济学要成为精密的定量科学,除依赖于模型外别无他途.任何定量科学无论多么高深莫测,其实只是揭示互相依存的变量之间的联系规律而已.从根本上说,定量科学只能处理相对简单的理想系统,或者已经在某种简化处理中

充分理想化了的实际系统.而问题在于,无论用什么标准来衡量,令人眼花缭乱的现实经济系统都太复杂了,它们包含的变量太多,人们在试图将其作某种简化时,常不免陷于茫然失措.现代理论经济学家必定会固执地坚持自己的理念:他们将只是分析一个充分理想化的经济,而不是直接分析某个现实的经济原型,除非完全放弃定量分析的要求.在经济学家工具箱中,并无同时对付无限多个变量的有效工具,而未经简化的现实经济系统本质上包含有无限多个变量.这就注定了现代经济学家在分析一个经济系统之前,首先要将其转化为某个高度理想化的模型.

即使在一个充分简化的模型之内,诸变量之间的因果关系也往往隐蔽难寻,非直接观察所能发现.如果变量 A 通过变量 $A_1, A_2, \dots$ 这一长长的逻辑链条而最终作用于变量 B , 那么 A 与 B 之间的逻辑关系就完全消失在纷繁的表象中,几乎不在经验归纳所及的范围内留下什么踪迹,因而必然逸出常识审察的视野之外.这就决定了主要依赖于经验归纳的传统方法不足以解决现代经济学的问题.经济学能成为一门精确的定量科学,在很大程度上在于它决然地使用科学演绎法;而循这一途径趋于极致,最终就将自己变成了一门数理科学,变成了一门依据定义、命题、证明、推论这一套标准程序展开的学科.今天,经济学如此深地陷入数学化的旋涡是经济学的先行者们始料未及的.经济学家能抱怨这一现状吗?经济学毕竟是极大的受益者,它比以往任何时候都更方便地利用数学方法的权威性,利用人们对数学真理性的近乎绝对的信任.

此时此刻就要小心了.无论数学方法如何完美无缺,都不足以保证以数学为工具的经济学免于出错.不过,就是在这一点上,数学方法仍然具有无与伦比的优势:它能准确地告诉你,如果某条经过证明的经济学命题与现实不符,那么为此该承担责任的并不是数学推理过程,而是推理所依据的假设.经济学家之间常常因彼此不认同对方的结论而争论不休,但很少会质疑他人用了错误或精确的推理,而通常只是批评他人用了不现实的假定,或者用了不合理的模型,或者用了有疑问的数据.而这种批评唯有促使经济学家更谨慎地选择自己的模型与假定,而不是整个地抛弃自己的方法.不同意我的结论吗?那很好,且让大家一起来探讨一下我的结论据以推出的模型与假设该如何修改.这就使经济学获得了一种前所未有的自我更新与自我完善机制.仅仅这一点,现代经济学就值得给予高度肯定了.今天,经济学比以往任何时候都更生机勃勃,几乎每天都在改变面貌.它已不再将一些来自直接归纳的结论宣布为绝对真理,只承认“在某个条件下必有某个结论”这样的相对真理;它也不再在今天自诩为伟大发现而明天就被判定为过时,承认自己远未完善,仍处于不断更新之中.没有哪一条现代经济学结论值得奉为金科玉律.但用方程与公式表达的经济学命题将越来越准确地刻画现实的经济关系,有越来越可信的预报力,完全可以抱有信心,而这也足够了.

如果说现代经济学将数学方法作为不可缺少的工具已经没有疑义,那么需要明确指出的只是,仅当经济系统纳入到一个用数学语言与数学公式表达的系统之内时,数学的分析方法才有用武之地。这就是说,数学方法的运用必须以建立数学模型为其前提。这就触及了本书的主题。经济系统建立数学模型并非经济学的目的,而只是获得所需结论的手段。手段是可作不同选择的,经济模型也就必然多种多样。但有一类模型,即本书要详细论述的动态随机模型,近年来获得了异乎寻常的重要性;它所呈现的强大生命力似乎预示着,在未来一段时间内,它将是现代经济学的一个不可或缺的有力工具。

动态随机模型出现的历史并不长,有关它的最早一批文献与 Merton, Brock, Lucas, Eaton, Gertler, Grinols, Turnovsky 等人的名字联系在一起。作为一种发展过程,经济系统必然在其运行中表现出自身的规律性。因此,经济系统按其本性而言必然是一个动态系统,这是不言而喻的。至于经济系统的随机性或不确定性,则是一个更复杂的问题,只是近几十年来才受到足够的注意。其实,不确定性并不远离我们的常识。在日常经验中,我们所体验到的不确定性一点也不比确定性少。我们无法确知,某一商品在明天的价格是多少;我们也不完全知道,投向市场的每一分钱未来将得到什么样的回报。正因为如此,我们才感到市场充满了不测,才认为市场是一种无法驾驭的、令人生畏的力量。人们不免会问:市场何以不确定?如果事实总逃不过因果法则,那么在一定条件下市场不应有由因果律决定的确定轨道吗?在我们看来的不确定实际上也许仅仅是不能确知而已。对于未来事物的无法确知,也许仅仅是我们缺少关于某些隐蔽因素的信息;随着我们拥有信息的增加,本来认为不确定的东西将逐步加入到确定事物的行列中来,在我们深入探索的行进中,不确定性或许会不断退缩以至消失;或许我们会终于发现,不确定性原不过是认知上的一种错觉,是人类在知识欠缺的无奈中的一种托词——无论事实是否如此,有一点是肯定的:我们永远无法把握一个系统的方方面面,因而注定无法完全摆脱不确定性。对于我们来说,重要的是如何估计不确定性并指明其后果,而不是去论证不确定性的本原,那该是哲学家的话题。

显然充满不确定性的经济系统,在很长时间内一直被当作确定性系统加以研究,并非出于误解,而是分析工具的局限所致。正是因为忽略了不确定性,经济学家们才能运用他们所熟悉的微分方程、最优控制等数学工具对之进行分析。因此,直至上世纪中叶,经济模型还主要是确定性模型。处理不确定性所需要的数学理论,首先是概率论与数理统计,已有很长的历史。但将概率论与动态系统理论结合起来的随机微积分、随机微分方程及随机最优化,或者如通常所简称的随机分析,则是较晚近才出现的。这一新的数学工具一出现,就立即被一些经济学家用来研究经济与金融理论中的复杂问题,且获得了出人意外的成功,因而吸引了愈来愈多经济学家的注意。或许,在经济学家看来,随机分析正是他们期待已

久而终于发现的分析工具。时至今日,虽然尚不能说随机分析已成为多数经济学家手中得心应手的工具,但应用随机分析的经济学文献确已多到无法统计的地步。

随机微积分、随机微分方程及随机最优化这样一些经济学家曾经感到陌生的概念,实际上不过是对应的确定性概念的某种自然推广。在最简单的意义上可以说,附加某个随机扰动项,就从传统的分析概念过渡到了与之对应的随机分析概念;而依问题的实际背景,对于扰动项可作出自然的直观解释。从确定性到随机性,这一初看起来难以逾越的鸿沟,就这样一跨而过了,似乎并没有人们想像的那么困难。这种印象并不准确,但有其好处,也许只有这样,新方法才更容易被人接受。但如果新方法并不能带来令人震撼的新结果,其价值就可疑了。因而我们将特别关注这样的问题:随机扰动的加入在多大程度上及以何种方式改变了系统的性质?显然,这也是经济系统的观察者与监控者力图了解的问题。本书提供的材料表明,这方面不乏颇具吸引力的结果。

本书的大多数模型都具有如下标准形式:决策者(代表性个体、决策部门或虚拟的社会计划者)在其预算约束条件下最大化其目标值,而目标值通常是无限时间跨度内的期望折现效用或折现利润。这样的模型通常称为跨时最优决策模型,它已成为动态宏观经济模型的标准形式。从具体操作的角度考虑,随机模型方法的具体实施由以下三个步骤组成。

(i) 建模,即建立解决给定问题所需要的随机模型。在这一点上,文献中已有许多出色的模型可资借鉴,其中一些具有基本价值的著名模型,今天仍然是人们研究并力图加以发展的对象。如已提及的,一个成功的模型建立在对系统适当简化的基础上。一个自然的问题是,我们如何知道所作的简化是否过了头?可以想见,建模时的斟酌必定大费思量。而且也不要指望所建立的模型能达到理想中的完善,任何模型都只是兼顾简单性与现实性的一个折衷结果,它永远留有改进的余地。

(ii) 解模型。就一个跨时最优决策模型而言,从字面上看,所谓解模型,是指求出问题的最优控制函数与状态变量的最优轨道。可惜,即使对于不很复杂的模型,这件事也未必能准确做到。这就使得对“解模型”这一任务有一个更现实的理解。本书涉及的模型大多是为解释宏观经济系统的长期趋势而设计的,因而我们真正关注的是那些刻画系统长期趋势的数量指标,这些指标通常称为均衡值,它们应当能由模型确定得出来。在大多数情况下,解模型的主要任务就是求出这些均衡值;至少,求出这些均衡值所满足的尽可能简单的方程,从而有可能运用这些方程去分析均衡值的性质或近似地算出均衡值。

(iii) 参数分析与政策分析。均衡值依赖于外生地给定的模型参数;模型参数反映了经济系统的结构、市场条件与政府的政策选择,为决策者与研究者所密

切关注。阐明参数对于均衡值的作用,是模型分析的基本目的,甚至是主要目的。可以考虑三类结论:均衡值与参数关系的性质(正相关性或负相关性);均衡值对参数变化的敏感程度;确定参数的最优值。政策参数的最优值反映了政策制定者的最优选择,其价值是不言而喻的。

一般而言,从模型分析的结论中能否得到所关注的问题的答案,正是对模型成功与否的一个检验。模型分析的结论并非都是有价值的,其中必然包含了大量虽然正确但属平凡的结论,这类结论即使从常识看来也确定无疑,因而不使人感兴趣。显然,一个结论愈超出人们的预想,就愈有吸引力;如果提不出充分的理由来否定它,那么它很有可能被证实为是一个富有价值的正确结论。当然,结论的真实性最终依赖于实证资料的检验。一个富有启发性的模型结论即使尚未被最终证实,也可看作是一个有意义的成果,因为它毕竟为进一步探讨提供了一个参照点。对于一个人期待答案的问题,如果能通过模型分析得到某种明确的结论,我们就有理由相信,通过进一步完善模型,一定能得到一个尽可能正确的结论。

经济学(或者更窄一点,宏观经济学)领域宽广而思想深邃,既令人神往,又令人敬畏。本书作者并不自认通晓经济学。但在这个鼓励探索的时代,一个多少熟悉分析工具而又热衷于经济问题的学者,如果不决然深入这一奇妙领域,作一番惬意的漫游与不无艰辛的探索,那就是最大的遗憾。

与本书内容相关联的文献甚多,已择其主要者集录在相关章节之末,以便于读者参考。本书的大多数模型包含了作者本人及作者所在的“宏观经济分析讨论班”成员的工作,其中可能的错误则由作者负责。作者对华中科技大学研究宏观经济分析的博士生讲授过书中的大部分内容,其间作者接受了不少修正意见,在此,对所有建议者表示衷心的感谢。

在本书的写作过程中得到了华中科技大学研究生院的鼓励与支持,谨表深切谢意。

作者

2004年10月

记号与约定

A : 生产力参数, 技术水平.

a. s. = 几乎必然.

B, b : 政府债券.

β : 折现系数(用于离散模型).

C, c : 消费, 成本.

cov: 协方差; cov_t : t 期条件协方差.

CARA = 常数绝对风险厌恶.

CRRA = 常数相对风险厌恶.

dR_x : 资产 x 的随机回报率.

du_x : 对变量 x 的随机扰动.

$\Delta x_t = x_t - x_{t-1}$: 一阶差分.

δ : 折旧率; 外面性指标.

E : 数学期望; E_t : t 期条件期望.

ϵ_t : 通常记白噪声.

$F(\cdot), f(\cdot)$: 通常记生产函数; 或分别记概率分布与概率密度函数.

G : 公共开支; g : 公共开支比率.

g_x : 变量 x 的增长率.

$g_x(z)$: 随机序列 x_t 的生成函数.

H : 人力资本, Hamilton 函数.

I : 投资.

I : 单位矩阵.

I_t : 至时点 t 为止的已知信息之集.

i : 名义利率.

K, k : 物质资本存量.

L : 延迟算子, 劳动力, Lagrange 函数, 就业人数.

L^2 : 平方可积函数(或平方可和序列)之空间.

M, m : 货币存量.

N : 人口.

n : 人口增长率.

ODE = 常微分方程.

P, p : 价格, 概率.

π : 利润, 概率, 期望通胀率.

$\mathbf{R}$: 实数集; $\mathbf{R}^n$: n 维 Euclid 空间.

$\mathbf{R}_+^1$: 第一象限.

$\mathbf{R}^{m \times n}$: $m \times n$ 阶实矩阵之全体.

Res: 留数.

r : 实际利率; 通常令 $R = 1 + r$.

ρ : 时间偏好率.

S, s : 储蓄.

SDE = 随机微分方程.

$s_x(\omega)$: 随机序列 x_t 的谱密度.

$\Sigma = [\sigma_{jk}]$: 协方差矩阵.

σ : 相对风险厌恶系数.

σ_u^2 : u 的方差.

T : 税收, 时期; t : 时间, 期.

τ : 税率.

U : 失业人数.

$U(\cdot)$: 通常记效用函数.

$V(\cdot)$: 通常记值函数.

Var: 方差; Var_t : t 期条件方差.

u, v, w : 通常记 Brown 运动.

w : 工资, 财富.

Y, y : 产出或收入.

$\mathbf{Z}$: 整数集; $\mathbf{Z}_+$: 非负整数集.

ϕ_x : 变量 x 的期望增长率.

$x' = 1 - x, \bar{x} = x + 1$, 另有说明者例外.

$$\binom{m}{n} = \frac{m!}{n!(m-n)!}, m \geq n \geq 0.$$

$$a \vee b = \max\{a, b\}, a \wedge b = \min\{a, b\}.$$

const: 表示常数, 其具体数值难以或不必写出.

∇f : 函数 f 的梯度.

$\nabla^2 f$: 函数 f 的 Hesse 矩阵.

$\approx$: 约等于.

$\triangleq$: 定义为.

$\square$: 命题或结论证完.

目 录

记号与约定	(i)
第1章 不确定性下的选择	(1)
1.1 状态偏好分析	(1)
1.2 风险投资	(6)
1.3 劳动合同	(10)
第2章 离散时间随机模型	(20)
2.1 随机序列	(20)
2.2 差分方程	(32)
2.3 消费	(45)
2.4 税收与政府开支	(63)
2.5 投资	(68)
第3章 随机分析初步	(83)
3.1 随机微积分	(83)
3.2 随机微分方程	(101)
3.3 随机最优化	(115)
第4章 连续时间随机模型	(133)
4.1 经济增长	(133)
4.2 消费优化与财政政策	(153)
4.3 教育·人力资本与技术	(185)
4.4 投资	(208)
4.5 货币的介入	(225)
4.6 小型开放经济	(236)
4.7 就业与劳务市场	(252)
4.8 其他问题	(283)

第1章 不确定性下的选择

本书所考虑的随机宏观经济模型,简单说来,就是描述在不确定条件下代表性个体如何作出决策,以及这种决策的宏观经济后果.所有模型都基于如下基本假设.

(i) 经济运动是循一定规律随时间展开的动态过程.一旦初始条件给定,过程的轨道或者被完全确定,或者依一定的统计规律被确定.

(ii) 决策者是完全理性的,而且具有对于他所要控制的过程的完全知识,并在此基础上依据某种利益最大化原则选择控制变量.

(iii) 有关过程的信息是随时间逐渐展开的.

过程所经历的时间可分为三种情况:分为当前与未来两期;经历离散的时期 $t = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$; 连续地经过某区间(通常是 $[0, \infty)$) 中任何时点.依此,所研究的模型区分为静态(或一步)决策模型、离散时间模型与连续时间模型.本章考虑的静态决策模型看来是最简单的,但它是构成其他更复杂模型的基础.

1.1 状态偏好分析

状态偏好理论是法国经济学家 Arrow 于 1964 年提出的,它为不确定性下的选择提供了一个适当的描述方法,因而成为基于风险抉择的各种经济理论的基础.这一方法对于风险投资决策、劳务决策等问题的应用,已被证明是卓有成效的.

依据状态呈离散或连续分布,状态偏好理论包含两类不同的模型,二者在概念上互相对应,但其数学形式与研究方法则颇不相同.下面主要考虑离散状态模型.

1.1.1 离散状态模型

A. 模型描述

本书在使用决策者一词时,总认定满足如下条件:

- (i) “他”作为个体或机构拥有对一定事项作出选择的完全权利;
- (ii) “他”具有完全的理性并对于所关注的过程拥有完全的知识;
- (iii) “他”以完全同等的身份与其他同类决策者共处于一个完全的市场中.