

简明大学物理教程

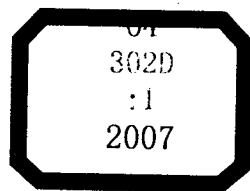
JIANMING DAXUE WULI JIAOCHENG

(上册)

主 编 赵文辉 姜 宇 赵言诚

主 审 赵言诚 孙秋华

哈尔滨工程大学出版社



简明大学物理教程

(上册)

主编 赵文辉 姜 宇 赵言诚
主审 赵言诚 孙秋华

哈尔滨工程大学出版社

内 容 简 介

《简明大学物理教程》是一本适于工科院校本科生的教材。全书分上、下两册,上册包括质点力学、刚体的定轴转动、振动与波动、波动光学和静电场;下册包括稳恒磁场、电磁感应、电磁场的基本理论、气体分子动理论、热力学基础、狭义相对论基础、量子物理基础、固体的能带论与激光和原子核物理及粒子物理简述。与之配套的还有该书的电子教案和《大学物理学习指导》书。本书还适当考虑双语教学需求,增加了物理量和物理学名词的英文注释。

本书的内容紧紧围绕大学物理课程的基本要求,难度适中,物理概念清晰,论述深入浅出。在每章的后面还附有物理学家简介,从而激发学生学习科学、献身科学研究的热情。

图书在版编目(CIP)数据

简明大学物理教程(上册)/赵文辉等主编. —哈尔滨:
哈尔滨工程大学出版社, 2007.2
ISBN 978 - 7 - 81073 - 936 - 8

I. 简… II. 赵… III. 物理学 - 高等学校 - 教材
IV. 04

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 017620 号

出版发行 哈尔滨工程大学出版社
社 址 哈尔滨市南岗区东大直街 124 号
邮政编码 150001
发行电话 0451 - 82519328
传 真 0451 - 82519699
经 销 新华书店
印 刷 黑龙江省地质测绘印制中心印刷厂
开 本 787mm × 960mm 1/16
印 张 17.5
字 数 280 千字
版 次 2007 年 2 月第 1 版
印 次 2007 年 2 月第 1 次印刷
印 数 1—2 200 册
定 价 45.00 元(上、下册)
<http://press.hrbeu.edu.cn>
E-mail: heupress@hrbeu.edu.cn

前言

本书是为适合目前高等工业院校的基础物理教学而编写的,同时也考虑到物理教育是大学生科学素质培养及创新能力培养的重要手段。基于这样的思路,在本书各位作者的共同努力之下,完成了本书的编写工作。我们的宗旨是,本书作为教材要适用且好用,所谓适用是定位于本书编者所在院校学生的水平上,难易适当;所谓好用是指本书作为一本教材既考虑到了教师的教学方便,又考虑到了学生学习,尤其是自学的方便。因此,书中内容的介绍和讲述力求语言简明、推理详细,尽最大可能把理论交代得清楚准确,把分析解决问题的思路讲清楚、讲细致。

物理课是工科院校一门非常重要的基础课之一。本书着重讲述了基本概念、基本定理和定律,力求讲清运用基本概念,基本定理和定律分析,解决问题的方法,并着重介绍了物理学解决问题的一些最一般方法。这些方法对于解决自然科学问题具有普遍性。

全书共 13 章及两部分选读内容,分为上、下册。上册包括第 1 章质点力学、第 2 章刚体定轴转动、第 3 章振动与波动、第 4 章波动光学、第 5 章静电场;下册包括第 6 章稳恒磁场、第 7 章电磁感应、电磁场的基本理论、第 8 章气体分子动理论、第 9 章热力学基础、第 10 章狭义相对论基础、第 11 章量子物理学基础、第 12 章固体能带论与激光、第 13 章原子核物理。

本书上册由赵文辉、姜宇、赵言诚编写,下册由麻文军、姜海丽、孙秋华编写。全书由赵言诚、孙秋华确定编写大纲、并最后梳稿。

编写适合教学改革需要教材是一种探索,加之编者水平有限,难免有不妥疏漏之处,恳请读者批评指正。

编 者

2006 年 11 月

目 录

CONTENTS

第 1 章 质点力学	1
1.1 参照系 坐标系 质点	1
1.2 位置矢量 运动方程 轨迹方程	3
1.3 位移 速度 加速度	5
1.4 圆周运动	11
1.5 相对运动 伽利略变换	14
1.6 运动的叠加原理	16
1.7 牛顿运动定律	17
1.8 牛顿运动定律的应用	21
1.9 力学相对性原理 惯性力	25
1.10 功 功率	27
1.11 保守力的功 势能	29
1.12 动能定理	34
1.13 功能原理 机械能守恒定律	37
* 1.14 伯努利方程及其应用	40
1.15 动量 动量定理	45
1.16 动量守恒定律	48
1.17 碰撞	51
科学家介绍	54
习 题	58
第 2 章 刚体定轴转动	63
2.1 刚体及刚体的运动	63
2.2 质心运动定理	65
2.3 刚体定轴转动定律	67
2.4 刚体定轴转动动能定理	72
2.5 角动量 角动量守恒定律	75
习 题	77

CONTENTS

第3章 振动与波动	82
3.1 简谐振动	82
3.2 无阻尼自由振动实例	88
3.3 谐振系统的能量	93
3.4 简谐振动的合成	96
3.5 阻尼振动 受迫振动	102
3.6 机械波的产生和传播	106
3.7 平面简谐波及波动方程	112
3.8 波的能量 能流密度	117
3.9 惠更斯原理	122
3.10 波的干涉	126
3.11 驻波 半波损失	131
3.12 声波	135
3.13 多普勒效应	139
习 题	142
第4章 波动光学	146
4.1 描述光的基本概念	148
4.2 应用分波阵面法获得相干光的干涉实验	155
4.3 薄膜干涉	161
4.4 迈克尔逊干涉仪	170
4.5 光的衍射 惠更斯-菲涅耳原理	174
4.6 单缝的夫琅和费衍射	176
4.7 光栅衍射	181
4.8 单孔衍射 光学仪器的分辨本领	188
4.9 X-射线的衍射	192
4.10 自然光与偏振光	194
4.11 偏振光的产生和检验	197

4.12 反射光和折射光的偏振	199
4.13 光的双折射	202
科学家介绍	209
习 题	211
第5章 静电场	218
5.1 电荷 库仑定律	218
5.2 电场 电场强度	221
5.3 高斯定理	232
5.4 静电场的环路定理 电势	241
5.5 等势面 电场场强与电势的微分关系	246
5.6 静电场中的导体	248
5.7 电容 电容器	252
5.8 电介质的极化及其对静电场的影响	257
5.9 电位移矢量 电介质中的高斯定理	261
5.10 静电场的能量	262
习 题	265

第1章 质点力学

在多种多样的物质运动形式中,最简单、最基本的一种运动形式是物体间或物体各部分之间相对位置的变化,这种运动称为机械运动(mechanical motion)。力学(mechanics)就是研究机械运动的规律及其应用的学科。在力学中,只描述物体在空间的位置如何随时间变化,而不涉及物体运动原因的部分称为运动学(kinematics);探讨物体在运动过程中同周围其他物体的相互作用,以及这些作用对物体运动产生的影响的部分称为动力学(dynamics)。

在本章中,着重介绍质点力学的基本概念、基本物理量,以及质点运动学和动力学的基本规律。

1.1 参照系 坐标系 质点

1.1.1 参照系 坐标系

世界是物质的,自然界的一切物质都处于永恒的运动之中,大到星系,小到分子、原子、电子,无一不在运动。地球除自转外,还以 30 km/s 的速度绕太阳公转,太阳则以 250 km/s 的速度绕银河系的中心旋转,银河系在总星系中旋转,而总星系又在无限的宇宙中运动。运动和物质是不可分割的,运动是物质存在的形式,是物质的固有属性,物质的运动存在于人们意识之外,即运动本身具有绝对性。

在自然界多种多样的运动物体中,如何描述某一个具体物体的运动,是物理学所面临的问题。在物理学中,当我们观察一个物体的位置及其变化时,总是要选择另外一个物体作为标准物;由于选择的标准物不同,对同一个物体所作的同一种运动的描述往往是不相同的。例如,一个自由下落的石块,在地面上观察,它是直线运动;如果在近旁驶过的车厢内观察,则石块作曲线运动。这就是物体运动描述的相对性。

参照系(frame of reference)就是为了描述物体的运动而选择的标准物。参照系的引入从根本上解决了物体运动描述相对性的问题。首先,物体运动的描述依赖于参照系的选取,所以,在描述某个物体的具体运动时,必须指明该物体运动所对



应的参照系。其次,参照系的选取是任意的,一般地,在地面附近讨论物体运动时,通常选择地球或相对地球静止的物体为参照系,在讨论地球及其他行星运动时,通常以太阳为参照系。

参照系是一个物体,它只能定性地说明物体的运动。为了定量地描述物体的位置和位置随时间的变化,必须使参照系这一物理学概念数学化。在参照系上建立坐标系(system of coordinates),就可以用数学的语言来描述物体的运动状态。

数学中运用的坐标系比较多,像直角坐标系、极坐标系、柱坐标系、球坐标系等等,选取哪一种坐标系,主要根据物体的运动形式而定。下面介绍在描述物体作机械运动时常用的两种坐标系。

直角坐标系是力学中最常用的一种坐标系,它是由三个相互正交的坐标轴汇交而成的,交点 O 固定在参照系上,称为原点;三个坐标轴 x, y, z 的方向构成右手螺旋系,通常用 i, j, k 来表示三个坐标轴 x, y, z 的正方向的单位矢量。如图 1-1(a)所示。

自然坐标系也是一种正交系。当物体作曲线运动时,以物体所在位置为坐标原点,两个正交的坐标轴,一个沿轨道的切线,指向物体运动的方向,称为切向轴,用 e_t 表示;另一个沿着轨道的法线,指向曲线凹的方向,称为法向轴,用 e_n 表示,通常用 τ_0 和 n_0 表示沿切向轴和法向轴的单位矢量。如图 1-1(b)所示。显然,描述作曲线运动的物体时用自然坐标系较为方便。

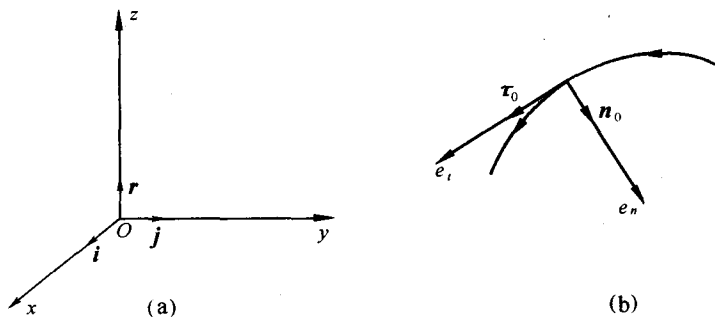


图 1-1 直角坐标系和自然坐标系

1.1.2 质点

任何物体都具有其大小和形状。一般地,物体的运动情况比较复杂,其内部各



点的运动状况各不相同。例如,在公路上行驶的汽车,其车身整体沿公路作平动,而车轮除作平动外还有转动。由于运动的复杂性,要精确描述某一个物体的实际运动,不是一件简单的事情。在物理学研究中,通常根据一定的条件和要求,突出主要因素,忽略次要因素,使运动的物体理想化。这种理想化的物理模型,称为理想模型。

质点(particle)是物理学中最基本、最重要的一个理想模型。所谓质点,就是具有质量但在运动过程中可以忽略其大小、形状和内部结构而视为几何点的物体,这个模型突出了物体的两个根本性质,即“物体具有质量”和“物体占有位置”。采用质点模型可以简化所研究的问题,便于作比较精确的描述。

质点是一个理想化的物理模型,现实中并不存在。在实际研究中,一个物体能否作为质点处理,主要取决于物体的相对大小和所研究问题的性质。一般在下述两种情况下,可以把物体抽象为质点。其一是物体平动时,物体中各点的运动情况完全相同,其上任一点的运动都能代表整体的运动,例如,研究汽车或火车行驶的路程和快慢时,只需研究整体的平动,即可把汽车或火车视为质点;其二是物体的形状和线度对所研究问题的性质影响很小,如研究地球绕太阳公转时,由于地球的半径远远小于其公转的轨道半径,地球上各点相对于太阳的运动基本上可视为相同的,因此在研究地球绕太阳公转时,可以将地球作为质点处理。

同一个物体在不同的问题中,有时可以作为质点,有时则不能。例如,研究汽车、火车轮子的转动或研究地球的自转时,因为其上各点的运动大不相同,所以不能将其作为质点处理。此时,可以将整个物体进行分割,直致分割后的每一个单元都可以看作是一个质点,即整个物体可以看作是由若干个质点组成的质点系。

1.2 位置矢量 运动方程 轨迹方程

1.2.1 位置矢量

当物体运动时,其空间位置可以用坐标系中的一个点 P 来表示。为了更好地描述质点运动的方向性,物理学中用一个矢量来定义它在任意瞬间的位置,这个矢量称为位置矢量(position vector),简称位矢。所谓位矢,就是由坐标系原点 O 指向质点所在空间位置 P 的有向线段 r ,如图 1-2 所示。

在直角坐标系中,位矢的数学表达式为

$$\boldsymbol{r} = x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j} + z\boldsymbol{k} \quad (1-1)$$

式中, x, y, z 是 P 点的坐标; i, j, k 分别表示沿 x, y, z 坐标轴正方向的单位矢量。位矢的大小为

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

方向由其方向余弦确定, 即

$$\cos \alpha = \frac{x}{r}; \quad \cos \beta = \frac{y}{r}; \quad \cos \gamma = \frac{z}{r}$$

式中, α, β, γ 分别是位置矢量 r 与三个坐标轴的夹角, 称为方向角, 满足

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$$

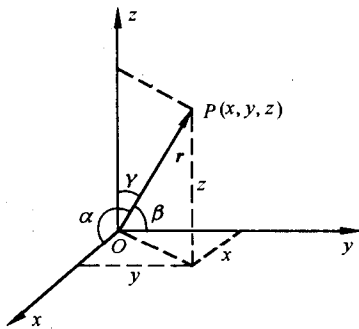


图 1-2 位置矢量示意图

1.2.2 运动方程 轨迹方程

质点运动时, 它的位置矢量 r 随时间而变化, 因此质点的位置矢量是时间的函数, 记作

$$r = r(t) \quad (1-2a)$$

或用参数形式表示

$$x = x(t); \quad y = y(t); \quad z = z(t) \quad (1-2b)$$

上述函数式表示了质点位置随时间变化的规律, 称为质点的运动方程。知道了运动方程, 我们就能确定任一时刻质点的位置, 从而确定质点的运动规律。

运动质点在空间所经过的路径称为轨迹(或轨道), 从式(1-2b)中消去参数 t 即得到轨迹方程。若质点运动的轨迹方程为一直线, 则称该质点作直线运动; 若轨迹方程为曲线, 则该质点所作的运动称为曲线运动。

例如, 在一平面上运动的质点, 其运动方程为 $x = 3\sin\pi t$, $y = 3\cos\pi t$, 则质点的位置矢量为

$$r = 3\sin\pi t i + 3\cos\pi t j$$

轨迹方程为

$$x^2 + y^2 = 9$$

说明该质点作以原点为中心, 半径为 3 的圆周运动。

1.3 位移 速度 加速度

1.3.1 位移

设质点沿图 1-3(a) 中的曲线运动, 在时刻 t , 质点处于 A 点, 其位置矢量为 $\mathbf{r}_A$; 在时刻 $t + \Delta t$, 质点处于 B 点, 其位置矢量为 $\mathbf{r}_B$ 。在 Δt 时间内, 质点位置的变化可以用由始点 A 指向终点 B 的有向线段 $\Delta \mathbf{r}$ 来表示, 称 $\Delta \mathbf{r}$ 为质点在时间间隔 Δt 内的位移矢量, 简称为位移(displacement vector)。

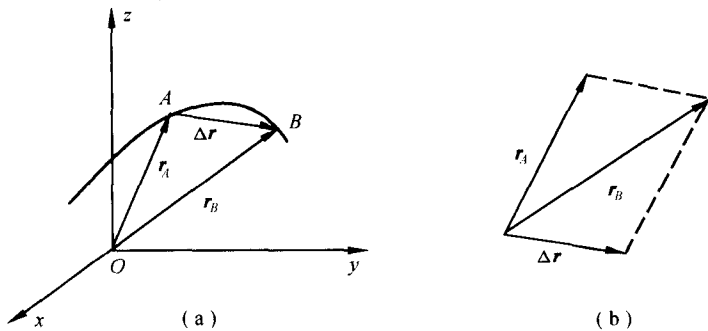


图 1-3 位移矢量及其与位置矢量的关系

在直角坐标系中, 位移的数学表达式为

$$\Delta \mathbf{r} = \mathbf{r}_B - \mathbf{r}_A = \Delta x \mathbf{i} + \Delta y \mathbf{j} + \Delta z \mathbf{k} \quad (1-3)$$

其大小为

$$\Delta r = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2}$$

方向由其方向余弦确定, 即

$$\cos \alpha = \frac{\Delta x}{\Delta r}; \quad \cos \beta = \frac{\Delta y}{\Delta r}; \quad \cos \gamma = \frac{\Delta z}{\Delta r}$$

位移是矢量, 它除了可以表示质点在始、末两个位置之间的距离外, 还表明了始、末位置的相对方位。由图 1-3(b) 可知: 质点在始、末两点的位置矢量 $\mathbf{r}_A$, $\mathbf{r}_B$ 及其位移 $\Delta \mathbf{r}$ 之间符合矢量相加的平行四边形法则。

必须注意, 位移表示质点位置的改变, 它并不是质点所经历的路程。路程是指



Δt 时间内质点在轨迹上经过路径的长度,一般情况下路程与位移大小并不相等。

在国际单位制(SI)中,位矢和位移的单位均为米,用符号 m 表示。

1.3.2 速度

1. 平均速度

质点运动的快慢除与其位置的变化有关外,还与完成这一变化所经历的时间有关。通常我们将质点的位移与完成该位移所经历的时间之比,定义为质点在该时间内的平均速度(mean velocity),即

$$\bar{v} = \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} \quad (1-4)$$

平均速度只能粗略地描述质点在某一时间内,或某一段位移内的运动快慢情况。在描述质点运动的快慢时,我们也常采用“速率”这个物理量。通常把路程 Δs 与 Δt 时间的比值定义为质点在该时间内的平均速率。显然,平均速度与平均速率是不一定相等的。

如图 1-4(a)所示,设质点的运动方程为 $\mathbf{r} = \mathbf{r}(t)$,它从 t 时刻开始由 A 点经

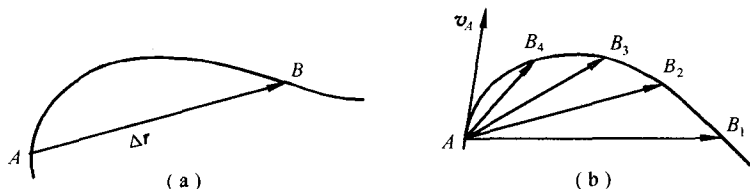


图 1-4 平均速度及其极限

过任一路径 AB 运动,在 $t + \Delta t$ 时刻到达 B 点。在这一运动过程中,质点运动的平均速度为

$$\bar{v} = [\mathbf{r}(t + \Delta t) - \mathbf{r}(t)] / \Delta t$$

可见,平均速度不仅是初始时刻的函数,而且与具体的时间间隔 Δt 有关。 Δt 越小,描述就越精确。为此,引入瞬时速度的概念。

2. 瞬时速度

质点在某时刻(或某点)的瞬时速度,等于从该时刻开始的时间间隔趋于零时平均速度的极限。即

$$\mathbf{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} \quad (1-5)$$

上式表明:速度是位置矢量对时间 t 的导数,故在一般情况下,速度也是 t 的函数。即速度具有瞬时性,它可以精确地描述质点运动的快慢。

速度还具有矢量性,它的大小称为速率(speed)。在直角坐标系中,速度矢量可以写成

$$\begin{aligned} \boldsymbol{v} &= \frac{dx}{dt}\boldsymbol{i} + \frac{dy}{dt}\boldsymbol{j} + \frac{dz}{dt}\boldsymbol{k} \\ &= v_x\boldsymbol{i} + v_y\boldsymbol{j} + v_z\boldsymbol{k} \end{aligned} \quad (1-6)$$

速度大小为

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$

速度的方向是位移的极限方向。如图 1-4(b)所示,当 Δt 逐渐减小而趋近于零时, B 点逐渐趋近于 A 点,相应地,直线 AB 逐渐趋近于 A 点的切线。所以质点速度的方向,是沿着轨道上质点所在点的切线,并指向质点前进的方向。

在国际单位制中,速度的单位是米每秒,用符号 m/s 表示。

例 1-1 一物体作直线运动,其运动方程为 $x = 3t^2$ (SI)。试求物体在(1)3 ~ 3.1 s, (2)3 ~ 3.001 s, (3)3 ~ 3.00001 s 内的平均速度的大小; (4)在 3 s 时的瞬时速度。

解 (1)物体在 $t = 3$ s 时的位置是 $x_0 = 3 \times 3^2 = 27$ m, 在 $t = 3.1$ s 时的位置是 $x = 3 \times 3.1^2 = 28.83$ m。由(1-4)可得

$$v = \frac{28.83 - 27}{3.1 - 3} = 18.3 \text{ m/s}$$

(2) $t = 3.001$ s 时的位置是 $x = 3 \times 3.001^2 = 27.018003$ m, 同理可得

$$v = \frac{27.018003 - 27}{3.001 - 3} = 18.003 \text{ m/s}$$

(3) $t = 3.00001$ s 时的位置是 $x = 3 \times 3.00001^2 = 27.0001800003$ m, 同理可得

$$v = \frac{27.0001800003 - 27}{3.00001 - 3} = 18.00003 \text{ m/s}$$

(4)由(1-5)式,质点的瞬时速度,即质点在 $t = 3$ s 时的速度为

$$v = \left. \frac{dx}{dt} \right|_{t=3s} = \left. \frac{dx}{dt} \right|_{t=3s} = 6t \Big|_{t=3s} = 18 \text{ m/s}$$

1.3.3 加速度

速度具有瞬时性,即质点在不同的时刻有着不同的速度,通常我们用加速度(acceleration)这一物理量来描述质点速度的变化。

1. 平均加速度

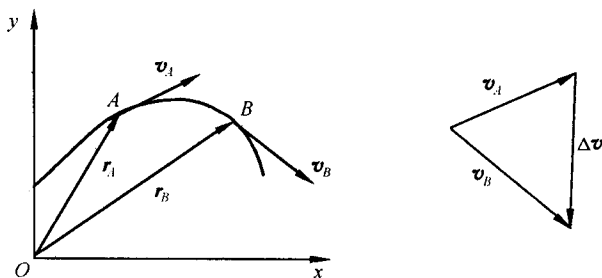


图 1-5 速度增量及平均加速度

如图 1-5 所示,一质点在时刻 t , 处于 A 点时的速度为 v_A , 在时刻 $t + \Delta t$, 处于 B 点时的速度为 v_B ; 则在时间 Δt 内, 质点速度的增量为

$$\Delta \boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}_B - \boldsymbol{v}_A$$

与平均速度的定义相类似, 我们把质点速度的增量与所经历的时间之比, 定义为质点在该时间内的平均加速度。即

$$\bar{\boldsymbol{a}} = \frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t} \quad (1-7)$$

显然, 平均加速度只能描述在时刻 t 附近 Δt 时间间隔内质点速度的平均变化率。为了精确地描述质点在任一时刻 t (或任一位置处) 的速度变化趋势, 必须在平均加速度的基础上引入瞬时加速度。

2. 瞬时加速度

质点在某时刻(或某点)处的瞬时加速度(instantaneous velocity), 等于从该时刻开始的时间间隔趋于零时平均加速度的极限。即

$$\boldsymbol{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t} = \frac{d\boldsymbol{v}}{dt} = \frac{d^2 \boldsymbol{r}}{dt^2} \quad (1-8)$$

瞬时加速度表明质点在 t 时刻附近无限短的一段时间内的速度变化率。从数学上来说, 加速度等于速度对时间的一阶导数, 或等于位置矢量对时间的二阶导数, 故在一般情况下加速度仍是时间的函数, 即加速度具有瞬时性。

加速度还具有矢量性。在直角坐标系中, 加速度可以写成

$$\boldsymbol{a} = a_x \boldsymbol{i} + a_y \boldsymbol{j} + a_z \boldsymbol{k} \quad (1-9)$$

式中, a_x , a_y 和 a_z 是加速度在三个坐标轴上的分量, 分别等于

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2 x}{dt^2}; \quad a_y = \frac{dv_y}{dt} = \frac{d^2 y}{dt^2}; \quad a_z = \frac{dv_z}{dt} = \frac{d^2 z}{dt^2} \quad (1-10)$$

加速度的大小为

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$

加速度的方向就是当 Δt 趋近于零时, 速度增量 $\Delta \boldsymbol{v}$ 的极限方向。应该注意: $\Delta \boldsymbol{v}$ 的方向与它的极限方向一般不同于速度 $\boldsymbol{v}$ 的方向, 因而加速度的方向一般与该时刻的速度方向不一致。例如, 质点作直线运动时, 如果速率是增加的, 那么 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{v}$ 同方向; 反之, 如果速率是减小的, $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{v}$ 则反方向。因此, 在直线运动中, 加速度与速度虽然在同一直线上, 也可以有同方向或反方向两种情况。质点作曲线运动时, 加速度总是指向轨迹凹的一边。如果速率逐渐增加, 则 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{v}$ 成锐角, 如图 1-6(a) 所示; 如果速率逐渐减小, 则 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{v}$ 成钝角, 如图 1-6(b) 所示; 如果速率不变, 则 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{v}$ 成直角, 如图 1-6(c) 所示。

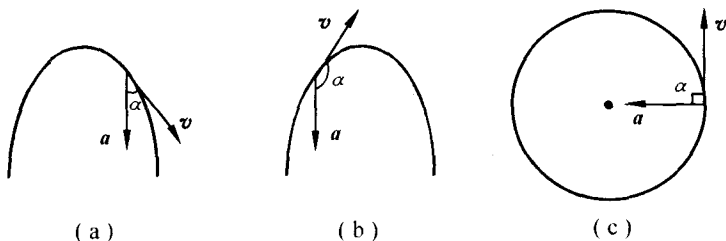


图 1-6 曲线运动中加速度的方向

在国际单位制中, 加速度的单位是米每秒平方, 用符号 m/s^2 表示。

例 1-2 已知质点作匀加速直线运动, 加速度为 a , 求这质点的运动方程。

解 由于质点作直线运动, 故位置、速度和加速度可作为标量处理。由加速度定义式(1-8)得

$$dv = a dt$$

设 $t=0$ 时, 初速度 $v = v_0$, 将上式两边积分, 即

$$\int_{v_0}^v dv = \int_0^t a dt = a \int_0^t dt$$

由此得

$$v = v_0 + at \quad (1)$$

又由速度定义式(1-5)可得

$$dx = v dt = (v_0 + at) dt$$

设 $t=0$ 时, 初位置 $x = x_0$, 将上式两边积分, 即



$$\int_{x_0}^x dx = \int_0^t (v_0 + at) dt$$

得质点的运动方程为

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2 \quad (2)$$

由式(1)和式(2)消去 t , 即得

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0) \quad (3)$$

式(1)、(2)、(3)就是匀加速直线运动的基本公式。

例 1-3 在离水面高 h 的岸上, 有人用绳拉船靠岸, 如图 1-7 所示。设人以匀速率 v_0 收绳, 试求: 当船距岸边 x_0 时, 船的速度和加速度的大小各是多少?

解 建立坐标系如图 1-7 所示。设任意时刻绳长为 l , 船处于 x 位置。船在运动过程中, l 和 x 均是 t 的函数。由题意可知

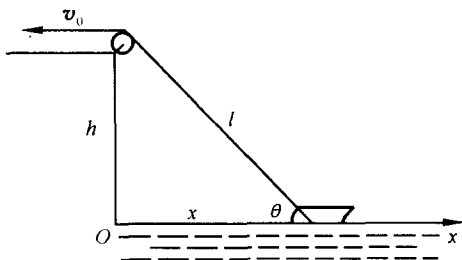


图 1-7 例题 1-3 示意图

$$v_0 = -\frac{dl}{dt}$$

且满足关系

$$l^2 = x^2 + h^2$$

对上述关系两边求导得

$$2l \frac{dl}{dt} = 2x \frac{dx}{dt}$$

则船运动的速度为

$$v = \frac{dx}{dt} = -\frac{l}{x} v_0$$

对速度求导即可以得到船运动的加速度

$$a = \frac{dv}{dt} = -\frac{v_0}{x^2} \left(x \frac{dl}{dt} - l \frac{dx}{dt} \right) = -\frac{h^2 v_0^2}{x^3}$$

代入 x_0 即得船在该处的速度和加速度

$$v = -\frac{\sqrt{h^2 + x_0^2}}{x_0} v_0, \quad a = -\frac{h^2 v_0^2}{x_0^3}$$