



教育改变人生

JIAOYU GAIBIAN RENSHENG
江 西 教 育 出 版 社

江西省教育厅教学教材研究室 编

CHUZHONG SHUXUE

初中 数学

义务教育课程标准
总复习指导

ZONGFUXI ZHIDAO

编 者
编 审
主 审
主 编
副 编
副 审
副 编
副 审



江西教育出版社

JIANGXI EDUCATION PUBLISHING HOUSE

图书在版编目(CIP)数据

义务教育课程标准 初中数学总复习指导/江西省教育厅

教学教材研究室编. —南昌:江西教育出版社, 2006. 7

ISBN 7-5392-4438-0

I. 义... II. 江... III. 数学课-初中-升学参考资料

IV. G634.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 067831 号

义务教育课程标准

初中数学总复习指导

江西省教育厅教学教材研究室编

江西教育出版社出版

(南昌市抚河北路 61 号 邮编:330008)

江西省新华书店发行

江西科佳图书印装有限责任公司印刷

787 毫米×1092 毫米 16 开本 10.25 印张

2006 年 7 月第 1 版 2006 年 7 月第 1 次印刷

ISBN 7-5392-4438-0/G·4143 定价:11.25 元

赣教版图书如有印装质量问题,可向我社产品制作部调换

电话:0791-6710427(江西教育出版社产品制作部)

说 明

完成初中阶段学科教学任务之后的总复习,是一个重要的教学环节.尤其是随着国家基础教育课程改革在我省的全面实施,新的教育理念和新的学习方法正在被广大教师和学生所接受的重要时期,新课程如何中考,总复习如何进行,这是广大师生十分关切的问题.

为适应初中新课程总复习的要求,帮助初中毕业班师生搞好新课程各科总复习,我们约请了一批教学业务水平较高、具有一定的新课程理念的教师研究、编写了这套《初中总复习指导》用书.本丛书在编写过程中,力求符合初中新课程各科课程标准,紧密结合改革方向,努力与新课程、新理念接轨,融入自主、合作、探究学习的学习理念,在重视“知识与技能”的巩固与训练的同时,注重在“过程”的体验与“方法”的获得中,培养学生的动手实践和探究创新能力,以及“情感态度与价值观”,促进学生得到应有的发展,努力使其成为一本融知识、趣味、开放和创新为一体的、符合实际需要的复习用书.同时,本套指导用书还努力呈现栏目新颖、版式活泼、科学性强、梳理知识、探求规律、培养能力、启迪智慧等显著特点,定能帮助初中毕业班学生进行高品质的复习,使综合素养得以提升.

当然,我们的愿望和预期是美好的,但由于编写时间和编写水平等诸多因素,本套指导用书一定还存在不少瑕疵之处,敬请广大教师提出宝贵意见,并将在教学过程中积淀下来的好的经验、好的思路告诉我们,以便我们进一步修改完善,更近距离地接近完美,更好地服务于广大教师与学生.

《初中数学总复习指导》编写者为黄水根、邓武高、徐建国、胡景华、宁文苑,由喻汉林统稿.

江西省教育厅教学教材研究室

2006年7月

目 录

第一篇 基础篇

第一章 数与式	1
第一课时 有理数的有关概念及其运算	1
第二课时 实数的有关概念及其运算	3
第三课时 数的估计	5
第四课时 整式及其运算	7
第五课时 分式的运算	9
评价测试题一	11
第二章 方程与不等式	13
第六课时 一元一次方程和一次方程组	13
第七课时 一元一次不等式和一元一次不等式组	17
第八课时 一元二次方程	20
评价测试题二	22
第三章 函数及其图象	24
第九课时 点的位置与平面直角坐标系	24
第十课时 函数及一次函数	27
第十一课时 反比例函数	30
第十二课时 二次函数	33
评价测试题三	36
第四章 三角形和四边形	38
第十三课时 空间图形与点、线、面	38
第十四课时 相交、平行与三角形	42
第十五课时 等腰三角形与直角三角形	45
第十六课时 多边形与平行四边形	48
第十七课时 特殊的平行四边形	52
第十八课时 梯形	55
评价测试题四	59
第五章 圆、视图与投影	61
第十九课时 对圆的基本认识	61
第二十课时 直线与圆、圆与圆的位置关系	63

第二十一课时	圆的有关计算	66
第二十二课时	视图与投影	69
评价测试题五		71

第六章 变换、坐标与证明		73
第二十三课时	图形的轴对称、平移与旋转	73
第二十四课时	图形的全等与相似	77
第二十五课时	锐角三角形	79
第二十六课时	图形的坐标	82
第二十七课时	证明	85
评价测试题六		88

第七章 统计与概率		90
第二十八课时	统计的基本概念及统计量	90
第二十九课时	数据的离散程度	92
第三十课时	统计图的使用	96
第三十一课时	概率及其计算	100
评价测试题七		104

第二篇 提高篇

第八章 综合问题		107
第三十二课时	数与代数的综合问题(一)	107
第三十三课时	数与代数的综合问题(二)	110
第三十四课时	空间与图形的综合问题(一)	114
第三十五课时	空间与图形的综合问题(二)	119
第三十六课时	不同领域的综合问题(一)	122
第三十七课时	不同领域的综合问题(二)	126

第九章 专题研究		131
第三十八、三十九课时	应用问题	131
第四十课时	开放性问题	135
第四十一、四十二课时	探索性问题	138
第四十三课时	阅读性问题和实验操作性问题	143

第三篇 实战篇

冲刺训练一		148
冲刺训练二		150
参考答案及提示		153

第一篇 基础篇

第一章 数与式

第一课时 有理数的有关概念及其运算

【基础出发地】

知识要点

1. 整数和分数统称为有理数.
2. 规定了原点、正方向和单位长度的直线叫做数轴.
3. 只有符号不同的两个数,我们记其中一个数是另一个数的相反数,0的相反数是0.
4. 正数的绝对值是它本身,负数的绝对值是它的相反数,0的绝对值是0.
5. 乘积为1的两个数互为倒数.0没有倒数.
6. 有理数的运算法则:(略).
7. 用字母表示:加法的交换律_____ ;加法的结合律_____ ;乘法的交换律_____ ;乘法的结合律_____ ;乘法的分配律_____ .
8. 有理数的运算顺序:先算乘方,再算乘除,最后算加减;如果有括号,先算括号里面的.

【范例大讲堂】

例1 计算: $(-\frac{3}{5}) + \frac{2}{5} + (-\frac{4}{5}) - 2.25 \div 1\frac{1}{8} \times (-8)$.

思路探寻:本题实质上是求 $(-\frac{3}{5}) + \frac{2}{5} + (-\frac{4}{5})$ 与 $-2.25 \div 1\frac{1}{8} \times (-8)$ 的和,前一个式子是加减混合运算,后一个式子是乘除混合运算,可根据相关的运算法则和运算定律,分别计算,再算出最后结果.

解:原式 $= -\frac{3}{5} + \frac{2}{5} - \frac{4}{5} - \frac{9}{4} \times \frac{8}{9} \times (-8) = -1 + 16 = 15$.

方法点击:通常情况下,有理数的混合运算可按其运算法则直接进行.当可以运用运算律时,运用运算律计算往往更简便.

错误备忘:在进行乘除混合运算时,要注意运算顺序,防止类似“ $-2.25 \div 1\frac{1}{8} \times (-8) = -2.25 \div (-9) = \frac{1}{4}$ ”的错误发生.

例2 已知 a 是8的相反数, b 比 a 的相反数大5,求 b 比 a 大多少.

思路探寻:根据题意,先算出 a 、 b 两数,再求 b 与 a 的差.

解:由题意得 $a = -8, b = -(-8) + 5 = 13$,

所以 $b - a = 13 - (-8) = 21$.

方法点击:求甲数比乙数大多少,即求出甲数与乙数的差.



触类旁通:(2005年陕西省实验区)A为数轴上表示-1的点,将点A沿数轴向右平移3个单位到点B,由点B所表示的实数为().

A.3

B.2

C.-4

D.2或-4

答案:B.

例3 (2004年山西曲沃实验区)在一条东西走向的马路旁,有青少年宫、学校、商场、医院四处公共场所.已知青少年宫在学校东300m处,商场在学校西200m处,医院在学校东500m处,若将马路近似地看作一条直线,以学校为原点,向东方向为正方向,用1个单位长度表示100m.

(1)在数轴上表示出四处公共场所的位置;(2)列式计算青少年宫与商场之间的距离.

思路探寻:(1)先画出数轴,根据题意,学校可用原点表示;青少年宫可用原点右边距离原点3个单位长度的点表示;商场可用原点左边距原点2个单位长度的点表示;医院可用原点右边距原点5个单位长度的点表示;(2)青少年宫、商场分别在学校的两侧,与学校相距分别为300m和200m,因此,它们的距离为500m.

解:(1)如图1-1,A表示商场,O表示学校,C表示青少年宫,D表示医院.

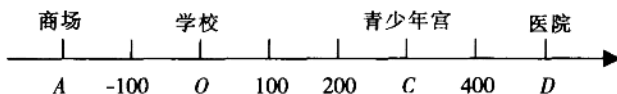


图 1-1

(2) $300 - (-200) = 500(\text{m})$.

方法点击:求数轴上两点间的距离就是求这两点所表示的数的差的绝对值.

错误备忘:本例第(2)小题要防止错解: $300 - 200 = 100(\text{m})$.

【实践演练场】

A—基本练习

1.(2003年重庆)下列各数中,互为相反数的是().

A.2与 $\frac{1}{2}$

B. $(-1)^2$ 与1

C.-1与 $(-1)^2$

D.2与 $|1-2|$

2.已知 $|m-1|=5$,则m的值为().

A.6

B.-4

C.6或-4

D.-6或4

3.在数轴上不小于-1而小于2的整数有_____.

4.把一张厚为0.1mm的纸连续对折,要使对折的整叠纸厚度超过12mm,至少要对折_____次.

5.点P从数轴的原点开始,向右移动2个单位长度,再向左移动4个单位长度,此时P点表示的数是_____.

6.(2004年重庆市北碚区实验区)从2004年4月18日零时起,全国铁路实施第五次大面积提速,从重庆到达州市某次列车提速前运行时刻表如下:

区 间	发车时刻	到达时刻	运行时间(h)	全程里程(km)
重庆—达州	9:00	16:00	7	462

该次列车提速后,每小时比原来快44km,发车时刻为8:00,则该次列车到达时刻为

B—能力训练

7. 计算: $(-60) \times (\frac{3}{4} + \frac{5}{6} - \frac{11}{15} - \frac{7}{12})$.

8. 市政检修小组沿A地到B地的路线检修,约定从A地到B地方向为正,从B地到A地方向为负,检修小组从A地出发,往来于A、B两地之间,所走的各段路程如下(单位:千米):+8,-3,+2,-4,-2,+11,-3,+9,+5,+7.问:(1)检修结束时小组离A地多远?(2)若乘坐的工程车每千米耗油0.15升,共耗油多少升?

第二课时 实数的有关概念及其运算

【基础出发地】

知识要点

1. 无限不循环小数叫做无理数.
2. 如果一个正数 x 的平方等于 a ,那么这个正数 x 就叫做 a 的算术平方根.
3. 如果一个数 x 的平方等于 a ,那么这个数 x 就叫做 a 的平方根.
4. 如果一个数 x 的立方等于 a ,那么这个数 x 就叫做 a 的立方根.
5. 有理数和无理数统称为实数.
6. 在实数范围内的相反数、倒数、绝对值的意义和有理数范围内的相反数、倒数、绝对值的意义相同.
7. 有理数的运算法则与运算律对实数仍然适用.

8. 若 $a \geq 0, b \geq 0$,则 $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}$;若 $a \geq 0, b > 0$,则 $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$.

【范例大讲堂】

例1 化简: $\sqrt{32} - 3\sqrt{\frac{1}{2}} - \sqrt[3]{-8}$.

思路探寻:本题涉及算术平方根、平方根、立方根等概念,给出的式子比较简单,可根据有关概念以及实数的运算法则直接进行化简.

解:原式 $= 4\sqrt{2} - \frac{3}{2}\sqrt{2} + 2 = \frac{5}{2}\sqrt{2} + 2$.

方法点击:实数和有理数一样,可以进行加、减、乘、除、乘方运算,运算时要看清式子的特点,理解有关知识点的含义,正确使用运算法则和运算律,注意运算顺序.

错误备忘:负数的立方根是负数,这一点容易疏忽.

例2 如图1-2,以数轴的单位长度为边长作一个正方形,以数轴的原点为圆心,正方形对角线长为半径画弧,交数轴正半轴于点A,则点A表示的数是().

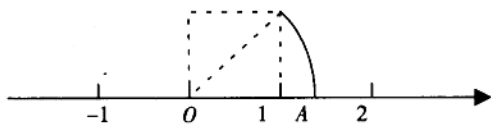


图 1-2

- A. $1\frac{1}{2}$ B. 1.4 C. $\sqrt{2}$ D. $\sqrt{3}$

思路探寻:由题意知,线段OA的长即为正方形的对角线长,因正方形的边长为1,所以对角线长为 $\sqrt{2}$.即点A表示的数是 $\sqrt{2}$. 答案:C.

方法点击:例2根据正方形的对角线长为 $\sqrt{2}$,在数轴上作出了表示实数 $\sqrt{2}$ 的点.因以 $\sqrt{2}$ 、1为直角边的直角三角形的斜边长为 $\sqrt{3}$,以 $\sqrt{3}$ 、1为直角边的直角三角形的斜边长为 $\sqrt{4}$,以 $\sqrt{4}$ 、1为直角边的直角三角形的斜边长为 $\sqrt{5}$,...,用类似例2的方法,可以在数轴上依次作出表示实数 $\sqrt{3}$, $\sqrt{4}$, $\sqrt{5}$, ...的一系列点.

触类旁通:在数轴上作出表示实数 $\sqrt{5}$ 的点.

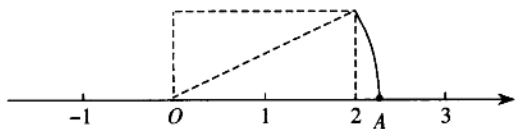


图 1-3

答案:如图1-3所示,点A即为所求作的点.

例3 若实数 m 、 n ,满足 $(m+n+2)^2 + \sqrt{n+3} = 0$,求 m 、 n 的值.

思路探寻:本题所给条件是两个非负数的和为0.有几个非负数,若它们的和为0,那么这几个非负数都等于0,易得关于 m 、 n 的方程组,从而求得 m 、 n 的值.

解: $\because (m+n+2)^2 \geq 0, \sqrt{n+3} \geq 0, (m+n+2)^2 + \sqrt{n+3} = 0,$

$$\therefore (m+n+2)^2 = 0, \sqrt{n+3} = 0. \quad \therefore \begin{cases} m+n+2=0, \\ n+3=0. \end{cases} \quad \text{解得} \begin{cases} m=1, \\ n=-3. \end{cases} \quad \therefore m=1, n=-3.$$

方法点击:当遇到一个方程中有两个以上的未知数,而不是一次方程,且要求这些未知数的值时,可考虑将方程化为几个非负数的和为零,然后利用“几个非负数的和为零,则各自等于零”这一性质.

【实践演练场】

A—基本练习

1.在 $-6.234, -\sqrt{25}, \sqrt{6.4}, 0, -\frac{5}{9}, \sqrt{10}$ 中,属于整数的有_____,属于有理数的有_____,属于无理数的有_____.

2.计算: $\sqrt{0.09} - \sqrt[3]{-8} =$ _____.

3.若 $x^2=0.49$,则 x 等于().

- A. 0.7 B. ± 0.7 C. -0.7 D. $\pm \frac{1}{7}$

4.下列说法:①有理数就是不带根号的数;②实数与数轴上的点一一对应;③相反数、倒数、绝对值都是它本身的数只有0;④无限小数都是无理数.其中正确的有(填序号):

5. 计算: $|-2|-2\sqrt{2}+\sqrt{8}$.

6. (2005年江苏徐州) 计算: $(-2)^2-2^0+(\frac{1}{2})^{-1}+\sqrt[3]{-8}-\sqrt{9}$.

B—能力训练

7. 小亮的房间面积为 21.6m^2 , 房间地面恰好是由60块相同的正方形地砖铺成, 则每块地砖的边长是多少?

8. 借助于计算器计算: $\sqrt{4^2+3^2}$, $\sqrt{44^2+33^2}$, $\sqrt{444^2+333^2}$, $\sqrt{4444^2+3333^2}$. 仔细观察上面几道题的计算结果, 请你给出 $\sqrt{\underbrace{444\cdots 4^2}_{2005\text{个}} + \underbrace{333\cdots 3^2}_{2005\text{个}}}$ 的结果, 你还有其他方法吗?

第三课时 数的估计

【基础出发地】

知识要点

1. 把一个大于10(或者小于1)的数表示成 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 是整数, 这种记数方法叫做科学记数法.

2. 接近准确数而不等于准确数的数叫近似数. 对于一个近似数, 从左边第一个不是0的数字起, 到精确到的数位止, 所有的数字都叫做这个数的有效数字.

3. 在数轴上表示的两个数, 右边的数总比左边的数大; 正数大于0, 0大于负数, 正数大于一切负数; 两个负数比较, 绝对值大的反而小.

【范例大讲堂】

例1 全球每分钟约有 8.5×10^6 吨污水排入江河湖海, 造成污染, 估计每年流入江河湖海的污水约有多少亿吨?

思路探寻: 一年按365天计算, 算出一年折合多少分钟, 即可估算出全球每年排入江河湖海的污水量.

解: 全球每年排入江河湖海的污水量约为:

$$8.5 \times 10^6 \times 365 \times 24 \times 60 = 4.4676 \times 10^{12} (\text{吨}) = 4.4676 \times 10^4 (\text{亿吨}).$$

答: 每年流入江河湖海的污水约有 4.4676×10^4 亿吨.

方法点击: 当遇到较大数或较小数时, 将它表示成 $a \times 10^n$ 的形式(科学记数法), 可以使书写、运算简便, 在这里关键是确定 n , 对于较大数, n 应是原数的整数位数减去1, 对于较小数, n 应是小数点后连续零的个数加1的相反数.

错误备忘: 在利用科学记数法记数时, 要注意 a 的范围(10的整数次幂前的系数是只带一位整数的小数).

触类旁通: 计算机的存储器完成一次存储的时间是千万分之三秒, 约合多少小时?

答案: $8.3 \times 10^{-11} \text{h}$.

例2 通过估算,比较 $\frac{\sqrt{15}-3}{2}$ 与 $\frac{1}{2}$ 的大小.

思路探寻:要比较 $\frac{\sqrt{15}-3}{2}$ 与 $\frac{1}{2}$ 的大小,因它们的分母均为2,只须比较 $\sqrt{15}-3$ 与1的大小,因而比较出 $\sqrt{15}$ 与4的大小即可.

解: $\because 15 < 16, \therefore \sqrt{15} < \sqrt{16}$, 即 $\sqrt{15} < 4$, 于是 $\sqrt{15}-3 < 1$, 即 $\frac{\sqrt{15}-3}{2} < \frac{1}{2}$.

方法点击:比较一个无理数与有理数(或两个无理数)的大小,可运用实数的性质将他们转化为一个简单的无理数和一个有理数(或两个简单的无理数)进行比较,其实质是比较两个正数的大小.

例3 如图1-4,正方形的城堡的四周有一道护城河,宽度为4米,一商人因事要进入城堡,但苦于四周无桥,幸好手中有两块4米长的木板,他能过河吗?

(1)当木板有一定的宽度时,只用一块木板能否过河?

(2)请你设计一种能确保他从河的这边进入城堡的方案.

思路探寻:如果只用一块木板,要看这块木板有没有长度超过4米的地方,当木板有一定宽度时,它们对角线长超过4米;若用两块木板,只能在正方形的角上用,将其中一块木板搭在正方形的角上,这时,这块木板的中点离城堡的角最近,计算出这个距离,便可知道能否在这块木板的中点与城堡的角之间搭上另一块木板,以确保他过河.

解:(1)当这块木板有一定的宽度时(设宽为 a),可以用一块木板,因为木板的对角线长 $\sqrt{a^2+4^2}$ 大于4,这时利用木板的对角线做桥梁,从理论上讲可以过河,但不一定稳当,因而不能确保.

(2)如图1-5,在小河的直角处取两点 E 、 G ,使 $BE=BG=2.7$ 米,在 E 、 G 之间搭一块木板,再在这块木板的中点 F 与城堡的角 D 之间搭另一块木板,这样能确保他从河的这边进入城堡.

小正方形的对角线 $BD=4\sqrt{2}$, $\therefore \triangle BEG$ 是等腰直角三角形, F 是 EG 的中点, $\therefore F$ 在 BD 上, 这时 $EG=2.7\sqrt{2} \approx 3.84 < 4$, $BF=\frac{1}{2}EG=1.35\sqrt{2}$.

$$DF=BD-BF=4\sqrt{2}-1.35\sqrt{2}=2.65\sqrt{2} \approx 3.75 < 4.$$

因而按图1-5所示的方法铺设木板,可以确保他过河.

方法点击:有些应用问题解决方案的设计,往往要在认真分析的基础上,经过多次实验(包括估算)得到.如本例两块木块的搭配,取 $BE=BG=2.7$ 米,是通过多次估算得来的.其实,本题的解决方案有很多,若取 $BE=BG=2.65$ 米,则可估算出 $EG \approx 3.75$ 米, $DF \approx 3.78$ 米也很合适,而且 $\triangle BEG$ 也未必要是等腰三角形.

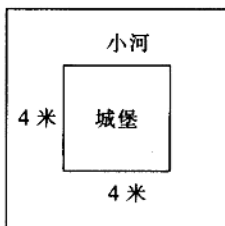


图 1-4

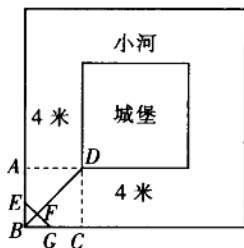


图 1-5

【实践演练场】

A—基本练习

1. 圆周率 $\pi \approx 3.141592653 \dots$, 如果取近似数3.142, 它精确到_____位, 有



_____个有效数字.

2.最薄的金箔的厚度为0.000000091米,用科学记数法表示为_____米.

3.在天文学上,距离用光年表示,光年即光一年所穿越的路程(光的速度约为300000000米/秒).一光年是多少千米?

4.100万张100元的新版人民币约90m厚,则1张100元的新版人民币厚约().

A.0.0009cm

B.0.009cm

C.0.09cm

D.0.9cm

5.估算下列各数的大小(误差小于0.1):(1) $\sqrt{44}$; (2) $\sqrt[3]{90}$.

6.通过估算,比较 $\sqrt{12}$ 与3.4的大小.

B—能力训练

7.一块700平方毫米的芯片上能集成10亿个元件,每一个这样的元件约占多少平方米?

8.有一摞很厚的试卷用纸,如何很快地知道大约有多少张?请你试一试,并写出你是如何做的.

第四课时 整式及其运算

【基础出发地】

知识要点

1.数与字母的积所组成的代数式叫做单项式,单独一个数字或字母也是单项式;几个单项式的和叫做多项式;单项式和多项式统称整式.

2.所含的字母相同,并且相同字母的指数也分别相同的单项式,叫做同类项.

3.整式的加减运算,实际上就是合并同类项.在合并同类项时,我们把同类项的系数相加,字母和字母的指数不变.

4.幂的运算法则(m, n 都是正整数):

$$a^m \cdot a^n = \underline{\hspace{2cm}}; \quad (a^m)^n = \underline{\hspace{2cm}}; \quad (ab)^n = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$a^m \div a^n = \underline{\hspace{2cm}} \quad (a \neq 0, \text{且 } m > n); \quad a^0 = \underline{\hspace{2cm}} \quad (a \neq 0); \quad a^p = \underline{\hspace{2cm}} \quad (a \neq 0, p \text{ 是正整数}).$$

5.整式的乘法:单项式与单项式相乘,把它们的系数、相同字母的幂分别相乘,其余字母连同它的指数不变,作为积的因式;单项式与多项式相乘,就是根据分配律用单项式去乘多项式的每一项,再把所得的积相加;多项式与多项式相乘,先用一个多项式的每一项乘另一个多项式的每一项,再把所得的积相加.

6.平方差公式与完全平方公式:

$$(a+b)(a-b) = \underline{\hspace{2cm}}; \quad (a \pm b)^2 = \underline{\hspace{2cm}}.$$

7.整式的除法:单项式相除,把系数、同底数幂分别相除后,作为商的因式,对于只在被除式里含有的字母,则连同它的指数一起作为商的一个因式;多项式除以单项式,先把这个多项式的每一项分别除以单项式,再把所得的商相加.

8.把一个多项式化成几个整式的积的形式,这种变形叫做把这个多项式分解因式.分解因式常用的方法是:①提公因式法: $ma+mb+mc=m(a+b+c)$;②运用公式法: $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$



$$b), a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2.$$

【范例大讲堂】

例1 计算: (1) $(a-2b)(2b+a) - (-3a-4b)(4b-3a)$; (2) $(m+n-1)(m-n+1)$.

思路探寻: (1) 因 $(a-2b)(2b+a) = (a-2b)(a+2b)$, $-(-3a-4b)(4b-3a) = (4b+3a)(4b-3a)$, 因而可以将其转化为用平方差公式计算;

(2) 因 $m+n-1 = m+(n-1)$, $m-n+1 = m-(n-1)$, 因而也可以将其转化为用平方差公式计算.

解: (1) 原式 $= (a-2b)(a+2b) + (4b+3a)(4b-3a) = a^2 - 4b^2 + 16b^2 - 9a^2 = -8a^2 + 12b^2$.

(2) 原式 $= [m+(n-1)][m-(n-1)] = m^2 - (n-1)^2 = m^2 - n^2 + 2n - 1$.

方法点击: 整式的乘法运算可按乘法运算的法则直接进行. 若能将其转化成公式的形式, 则可使运算简化.

错误备忘: 在将有关式子转化成公式形式时, 特别要注意各项的符号.

触类旁通: 计算: (1) $(-2a^2-3b)(3b-2a^2)$; (2) $[(a+1)(a-4) + (a-2)^2] \div (-4a)$.

答案: (1) $4a^4 - 9b^2$; (2) $-\frac{a}{2} + \frac{7}{4}$.

例2 把下列各式分解因式: (1) $\frac{1}{2}a^2(x-2a)^2 - \frac{1}{4}a(2a-x)^3$; (2) $3x^3 - 12x^2y + 12xy^2$.

思路探寻: (1) 式中的两部分均可看成由系数、单个字母及指数、多项式组成, 我们可以分步找出它的公因式, 再用提公因式法进行分解; (2) 式中各项都有因式 $3x$, 可先将它提出来, 得 $x^2 - 4xy + 4y^2$, 再对 $x^2 - 4xy + 4y^2$ 运用完全平方公式.

解: (1) 原式 $= \frac{1}{2}a^2(x-2a)^2 + \frac{1}{4}a(x-2a)^3 = \frac{1}{4}a(x-2a)^2(2a+x-2a) = \frac{1}{4}ax(x-2a)^2$.

(2) 原式 $= 3x(x^2 - 4xy + 4y^2) = 3x(x-2y)^2$.

方法点击: 因式分解的一般步骤为: (1) 如果多项式的各项有公因式, 则应先提公因式, 包括系数; (2) 在各项提出公因式以后或各项没有公因式的情况下, 可以考虑运用公式法. 如果多项式是两项, 应考虑用平方差公式, 如果是三项式, 则考虑用完全平方公式; (3) 要分解到每个多项式不能再分解为止.

例3 如图1-6, 矩形ABCD被分成六个大小不一的正方形, 已知中间一个小正方形面积为4, 求矩形ABCD中最大正方形与最小正方形的面积之差.

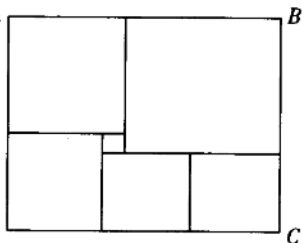


图 1-6

思路探寻: 显然, 面积为4的小正方形为最小正方形, 它的边长为2. 若假设其余正方形边长从小到大依次为 a, b, c, d , 容易发现: $b=a+2, c=b+2, d=c+2$. 因而其余正方形的边长都可以用 a 表示. 若能求出 a 的值, 问题则可得解决, 观察图形发现, $b+2a=c+d$, 由此可解出 a .

解: 中间那个面积为4的小正方形即为最小正方形, 它的边长为2. 设其余正方形边长从小到大依次为 a, b, c, d , 则 $b=a+2, c=b+2=a+4, d=c+2=a+6$, 显然边长为 d 的正方形是矩形ABCD中的最大正方形.

因 $AB=c+d=2a+10, DC=b+2a=3a+2$. 又 $AB=DC$, 所以 $2a+10=3a+2$, 即 $a=8$.

所以最大正方形与最小正方形的面积之差为： $(a+6)^2 - 4 = 14^2 - 4 = 192$.

方法点击：当实际问题中未知量较多时，要巧妙地利用问题特征，减少未知量。如本题，巧妙地利用图形的特殊构成，找出各正方形边长的关系，用一个未知量就可以表示四个不同正方形的边长。

触类旁通：如图1-7，是一块在电脑屏幕上出现的矩形色块图，由6个不同的正方形组成，设中间最小的一个正方形边长为1，则这个矩形色块图的面积为_____。答案：143。

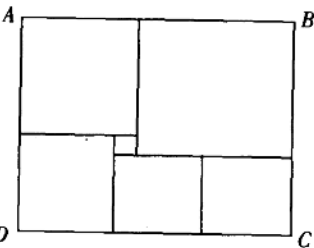


图 1-7

【实践演练场】

A—基本练习

- 计算： $4x^2 \cdot (-2xy) =$ _____。
- 已知 $a=2^{-2}$, $b=(\sqrt{3}-1)^0$, $c=(-1)^3$, 则 a, b, c 的大小关系是()。
A. $a>b>c$ B. $b>a>c$ C. $c>a>b$ D. $b>c>a$
- 若 $(a-3b)^2 = (a+3b)^2 + M$, 则 M 的值为()。
A. $-6ab$ B. $6ab$ C. $-12ab$ D. $12ab$
- 月球的质量约为 $7.351 \times 10^{25} \text{g}$, 地球的质量约为 $5.977 \times 10^{27} \text{g}$, 则地球的质量约是月球质量的_____倍(结果保留整数)。
- (2005年防城港市实验区)如果让你分解因式： $8x^2-2$, 先想一想会用到哪个公式? 请你写出公式：_____。动手做一做，分解因式： $8x-2$ 。
- (2005年四川省实验区)先化简再求值： $(x^5+3x^3) \div x^3 - (x+1)^2$, 其中 $x = \frac{1}{2}$ 。

B—能力训练

7.(2002年济南)请你观察图1-8，依据图形面积间的关系不需要添加辅助线，便可得到一个你非常熟悉的公式，这个公式是_____。

8.一种液体每升含有 10^{18} 个有害细菌，为了试验某种杀菌剂的效果，科学家们进行了实验，发现一滴杀菌剂可以杀死 10^{12} 个此种细菌，要将一升这种液体中的有害细菌全部杀死，需这种杀菌剂多少滴？

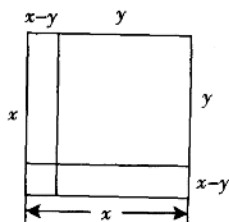


图 1-8

第五课时 分式的运算

【基础出发地】

知识要点

- 整式A除以整式B，可以表示成 $\frac{A}{B}$ 的形式。如果B中含有字母，那么称 $\frac{A}{B}$ 为分式，其中A

称为分式的分子, B 称为分式的分母, 对于任意一个分式, 分母都不能为零.

2. 分式的分子与分母都乘以(或除以)同一个不等于零的整式, 分式的值不变.

3. 把一个分式的分子和分母的公因式约去, 这种变形称为分式的约分.

4. 两个分式相乘, 把分子相乘的积作为积的分子, 把分母相乘的积作为积的分母; 两个分式相除, 把除式的分子和分母颠倒位置后再与被除式相乘.

5. 同分母的分式相加减, 分母不变, 把分子相加减; 根据分式的基本性质, 异分母的分式相加减, 可以化为同分母的分式相加减.

6. 分母中含有未知数的方程叫做分式方程.

【范例大讲堂】

例1 计算: $(\frac{x+2}{x^2-2x} - \frac{x-1}{x^2-4x+4}) \div \frac{4-x}{x}$.

思路探寻: 同分数的混合运算一样, 本题可以先算括号里面的, 再算除法运算, 而括号里面是两个异分母的分式相减, 可根据分式的基本性质, 先将它们化成同分母的分式再相减.

$$\begin{aligned}\text{解: 原式} &= [\frac{x+2}{x(x-2)} - \frac{x-1}{(x-2)^2}] \cdot \frac{x}{4-x} = [\frac{(x+2)(x-2) - x(x-1)}{x(x-2)^2}] \cdot \frac{x}{-(x-4)} \\ &= \frac{x-4}{x(x-2)^2} \cdot \frac{x}{-(x-4)} = -\frac{1}{x^2-4x+4}.\end{aligned}$$

方法点击: 进行异分母的分式相加减的关键是找最简公分母, 最简公分母的系数取各分母系数的最小公倍数, 因式取各分母所有因式的最高次幂的积, 必要时要先进行因式分解.

触类旁通: (2005年四川省实验区) 化简: $\frac{2}{a+1} - \frac{a-2}{a^2-1} \div \frac{a^2-2a}{a^2-2a+1}$. 答案: $\frac{1}{a}$.

例2 (2004年深圳南山区实验区) 有这样一道题: “计算: $\frac{x^2-2x+1}{x^2-1} \div \frac{x-1}{x^2+x} - x$ 的值, 其中 $x=2004$.” 甲同学把 “ $x=2004$ ” 错抄成 “ $x=2040$ ”, 但他的结果也是正确的, 你说这是怎么回事?

思路探寻: 把 “ $x=2004$ ” 错抄成 “ $x=2040$ ” 结果也正确, 说明所给式子的值与 x 的取值无关. 因而将所给式子化简, 便可知晓.

解: 因为 $\frac{x^2-2x+1}{x^2-1} \div \frac{x-1}{x^2+x} - x = \frac{(x-1)^2}{(x+1)(x-1)} \cdot \frac{x(x+1)}{x-1} - x = x - x = 0$, 结果与 x 的取值无关, 所以 $x=2004$ 错抄成 $x=2040$ 不影响结果.

方法点击: 求一个条件代数式的值, 通常情况下应先将待求式进行必要的化简, 然后再将条件代入求值. 本题化简后结果为常数, 说明待求式的值与 x 的取值无关.

例3 某市为了进一步缓解交通堵塞现象, 决定修建一条从市中心到飞机场的轻轨铁路, 为使工程能提前3个月完成, 需要将原定的工作效率提高12%, 问原计划完成这项工程需用多少个月?

思路探寻: 由题意可知, 本题的相等关系为: 现在的工作效率 = 原定的工作效率 $\times (1 + 12\%)$. 若把整个工程看成 “1”, 假设原计划完成这项工程需用 x 个月, 则将实际问题转化为方

程,从而求得原计划完成这项工程所需的时间.

解:设原计划完成这项工程用 x 个月,依题意,得 $(1+12\%) \cdot \frac{1}{x} = \frac{1}{x-3}$,解得 $x=28$.

经检验 $x=28$ 符合方程及题意.

答:原计划完成这项工程所需的时间为28个月.

方法点击:列分式方程解应用题与列整式方程解应用题一样,关键是准确找出应用题中的相等关系,恰当地设未知数,实现实际问题到方程的转化.

【实践演练场】

A—基本练习

1.若分式 $\frac{x^2-4}{x+2}$ 的值等于0,则 $x=$ _____.

2.(2003年黄冈市)不改变分式的值,使它的分子、分母的最高次项的系数都是正数,则 $\frac{1-a-a^3}{1+a-a^3}=$ _____.

3.(2005年武汉市实验区)计算: $(1-\frac{1}{1-a})(\frac{1}{a^2}-1)$ 的正确结果是().

A. $\frac{a+1}{a}$

B. $-\frac{a+1}{a}$

C. $\frac{a-1}{a}$

D. $-\frac{a-1}{a}$

4.(2004年青海湟中县实验区)化简: $(\frac{2x}{x-3}-\frac{x}{x+3}) \cdot \frac{x^2-9}{x}$.

5.(2004年黑龙江宁安市实验区)先将 $\frac{x^2-2x}{x+1} \cdot (1+\frac{1}{x})$ 化简,然后请你自选一个合理的 x 的值,求原式的值.

6.(2005年河南省实验区)有一道题“先化简,再求值: $(\frac{x-2}{x+2}+\frac{4x}{x^2-4}) \div \frac{1}{x^2-4}$,其中 $x=-\sqrt{3}$ ”.

小玲做题时把“ $x=-\sqrt{3}$ ”错抄成了“ $x=\sqrt{3}$ ”,但她的计算结果也是正确的,请你解释这是怎么回事?

B—能力训练

7.(2004年广西玉林市实验区)已知两个分式: $A=\frac{4}{x^2-4}$, $B=\frac{1}{x+2}+\frac{1}{2-x}$,其中 $x \neq \pm 2$.下面有三个结论:① $A=B$;② A 、 B 互为倒数;③ A 、 B 互为相反数,请问哪个正确?为什么?

8.兄弟俩举行100m赛跑,当哥哥到达终点时,弟弟才跑到95m处;如果让弟弟在原起跑点起跑,哥哥后退5m,兄弟俩的速度仍和原来一样,那么谁将获胜?

【中途检测站】

评价测试题一

一、选择题:(每小题5分,共30分)

1. $-\frac{1}{3}$ 的倒数是().



A.3

B.-3

C. $\frac{1}{3}$ D. $-\frac{1}{3}$

2.(2004年海口市实验区)粤海铁路是我国第一条横跨海峡的铁路通道,设计年输送货物能力为11000000吨,用科学记数法表示应为().

A. 11×10^6 吨B. 1.1×10^7 吨C. 11×10^7 吨D. 1.1×10^8 吨

3.(2005年长沙市实验区)下列运算正确的是().

A. $a^2 \cdot a^3 = a^6$ B. $(ab)^2 = ab^2$ C. $3a+2b=5a$ D. $(a^2)^3 = a^6$

4.一个正常成年人的脉搏,一般每分钟约70次,跳动1百万次约需().

A.6天

B.10天

C.15天

D.30天

5.(2004年黑龙江宁安市实验区)有一大捆粗细均匀的钢筋,现要确定其长度.先称出这捆钢筋的总质量为 m 千克,再从中截取5米长的钢筋,称出它的质量为 n 千克,那么这捆钢筋的总长度为().

A. $\frac{m}{n}$ 米B. $\frac{mn}{5}$ 米C. $\frac{5m}{n}$ 米D. $(\frac{5m}{n}-5)$ 米

6.(2005年江西省实验区)设 $\sqrt{26}=a$,则下列结论正确的是().

A. $4.5 < a < 5.0$ B. $5.0 < a < 5.5$ C. $5.5 < a < 6.0$ D. $0.6 < a < 6.5$

二、填空题:(每小题5分,共20分)

7.计算: $m-(2m-n)=$ _____.

8.(2005年安徽省实验区)一个矩形的面积为 $a^3-2ab+a$,宽为 a ,则矩形的长为_____.

9.分解因式: $x^3y^2-4x=$ _____.

10.人的头发的直径大约为 7×10^{-5} 米,那么百万分之一米是一根头发直径的_____.

三、解答题:(第11~13小题每题10分,第14小题20分,共50分)

11.(2005年辽宁省实验区)计算: $-\frac{1}{2^2} + \sqrt{27} + (\pi-1)^0 - 1 + \frac{1}{4}$.

12.已知 a, b 是实数,且 $\sqrt{a^2}=5, b^2=16, ab < 0$,求 $a+b$ 的立方根.

13.(2004年江西)先化简,再求值: $[(x-y)^2 + (x+y)(x-y)] \div 2x$,其中 $x=3, y=-1.5$.

14.我国高速公路在近几年内得到了很大的发展,有力地促进了经济发展.正在修建中的某段高速公路拓标,现有甲、乙两个工程队,若甲、乙两队合作,24天可以完成,需要费用120万元;若甲单独工作20天后,剩下的工程给乙完成,还需40天才能完成,这样需要费用110万元.

问:(1)甲、乙两队单独完成此项工程,各需多少天?(2)甲、乙两队单独完成此项工程,各需费用多少元?(3)现在要求在30天内完成此项工程,若你是负责拓标的责任人,请制订一个安排甲、乙两队的工作计划,使得所需费用最少.