趣味科学丛书

科海撷英

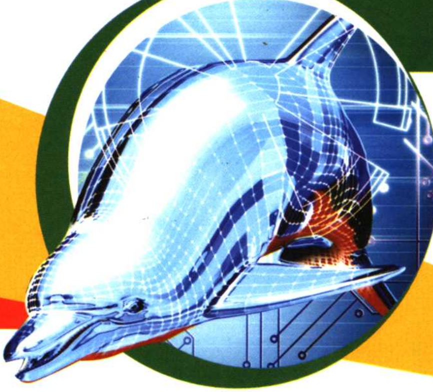
INTEREST SCIENCE

主编：李楠

科学是人类进步的阶梯，

已经成为现代人的共识。

普及科学知识，提高科学素养也是人们在努力实施的事情。



中国戏剧出版社

趣味科学丛书

科海撷英

（上）

主编　李　楠

中国戏剧出版社

图书在版编目（CIP）数据

趣味科学丛书/李楠主编．—北京：中国戏剧出版社，
2007.4

ISBN 978－7－104－02569－6

Ⅰ．趣… Ⅱ．李… Ⅲ．科学知识—普及读物 Ⅳ．N49

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2007）第 042165 号

科海撷英

责任编辑：万晓咏
责任出版：冯志强
出版发行：中国戏剧出版社
社　　址：北京市海淀区紫竹院路 116 号嘉豪国际中心 A 座 10 层
邮政编码：100097
电　　话：010－58930221　58930237　58930238
58930239　58930240　58930241　（发行部）
传　　真：010－58930242　（发行部）
经　　销：全国新华书店
印　　刷：北京海德印务有限公司
开　　本：850mm×1168mm　1/32
印　　张：99
字　　数：2480 千字
版　　次：2007 年 4 月北京第 1 版第 1 次印刷
书　　号：ISBN 978－7－104－02569－6
定　　价：456.00 元（全 16 册）

目　　录

一　数学奇才

第一位被载入史册的数学家商高

商高是我国古代的数学家。关于他的生平，历史上的记载很少。他是春秋时周朝人，大约生活于公元前 12 世纪。商高的数学成就主要是勾股定理和测量术。

中国古代最早的数学和天文学著作《周髀算经》上记载了一段周公与商高的对话。周公问："窃闻乎大夫善数也，请问古者包牺立周天历度。夫天不可阶而升，地不可得尺寸而度，请问数安从出？"商高答："数之法出于圆方，圆出于方，方出于矩，矩出九九八十一，故折矩以为勾广三，股修四，径隅五。既方其外，半之一矩，环而共盘。得成三、四、五，两矩共长二十有五，是谓积矩。故禹之所以治天下者，此数之所由生也。"这是有名的"周公问数"。这段对话用我们今天的话解释是这样的：周公问商高：古代时伏羲是怎样测量天文和历法的？天没有可攀的台阶，地又不能用尺去测量，这些数是从哪儿得出来的呢？商高回答：数是根据圆形和方形的数学道理计算出来的。圆来自于方，而方来自于直角三角形。直角三角形是根据乘除法的计算得出来的。将一条线段折三段围成直角三角形，一直角边（勾）为三，另一直角边（股）为四，则斜边（弦）为五。商高的证明是用右边的图来解释的。利用直角三角形三边的三、四、五的关系可知：方盘面积为 49，而四个阴影的三角形的面积之和为

24，因此正方形 BDLH 的面积为 49 - 24 = 25，这种证明方法比欧几里得的几何原本中的证明更简明易懂。

周公曾是周武王的弟弟，他辅佐周武王的儿子执政。商高是贤才中杰出的人物之一，是周公的朋友。周公十分重视发展科学技术，虚心向商高学习科学知识。他曾请教商高用矩之道（矩：是由长与短两条带有刻度的直尺，一端相交成直角相联而成的），商高用六句话简要地概括了这一方法："平矩以正绳，偃矩以望高，覆矩以测深，卧矩以知远，环矩以为圆，合矩以为方。"这就是说：把矩放平了可以测定水平和铅直方向；把矩立起来，能够测量高度；把矩反过来倒竖可测深度；把矩平放可以测定水平距离；将矩环转一周，可得圆形；将两矩合起来可得到方形。

商高利用矩作为测量工作，运用相似三角形的原理"测天量地"，把测量学上升到理论，为后来的数学家推广复杂的"测望术"奠定了坚实的基础。

勾股弦的关系和用矩之道是商高的主要成就，商高的年代离我们虽然遥远，但他的科学创见却永远为后人纪念，他是世界上第一位被记载在史册上的数学家。

古希腊最伟大的数学家欧多克斯

欧多克斯（Eudoxus，约公元前 400 ~ 前 347 年），古希腊数学家、天文学家。

大约在公元前 400 年，欧多克斯出生于小亚细亚的尼多斯的一个医生家庭。早年曾学习医学，后来跟随当时著名的数学家阿尔希塔斯学习几何。当他来到雅典时，又怀着极大的热情进入刚成立不久的柏拉图学园，正是这个鼓励数学学习的地方，造就了

一代伟大数学家。

柏拉图是当时雅典最伟大的哲学家。他曾漫游世界多年，向许多伟大思想家学习，后来逐渐形成自己的哲学思想体系。公元前378年，他返回雅典，建立了世界闻名的柏拉图学园。学园创立不久，就成为当时的思想中心，许多学者慕名而至，欧多克斯就是其中之一。柏拉图非常推崇数学的严密逻辑和美感，认为数学是锻炼人的思维的最佳途径，并将懂数学作为进入学园学习的必要条件。柏拉图不是数学家，但他创立的柏拉图学园却以其独特的风格培养了包括欧多克斯在内的许多杰出数学家。

在柏拉图学园求学时，欧多克斯生活贫困，为了节省费用，被迫在离学园十多公里远的地方住宿，每天不得不往返于两地之间，但他还是坚持了下来。后来，欧多克斯还曾到过埃及，在那里学习天文学。

欧多克斯被认为是仅次于阿基米德的数学家，他的数学贡献主要包括比例论和穷竭法两个方面。他还是一位天文学家。

比例论

欧多克斯探讨了公理法，他首先提出了现在被表述为“对于任意两个正数a，b，必存在自然数n，使得$na>b$成立”这一重要的公理。运用公理法，欧多克斯建立了比例理论，其中包含了相当严密的实数定义。他引入“量”的概念，指出它代表线段、角、时间、面积、体积等能够连续变化的东西，而不是具体的数，由此而发。他定义了两个量的比，这样就把可公度比与不可公度比统一了起来。这样就处理了无理量的问题，解决了因毕达哥拉斯学派发现的不可通约量造成的第一次数学危机。这些理论构成了欧几里得《几何原本》第五卷的主要内容。

欧多克斯还研究了“中末比”的问题，即将一已知直线分成两部分，使其中一部分是全线段与另一部分的比例中项。小线

段与大线段之比即我们所熟知的黄金分割比，当时被称为中末比。若设大线段长度为1，小线段长度为x，则整个线段的长度是1+x，根据题意可得到方程：$x^2+x+1=0$，其正根为$\frac{\sqrt{5}-1}{2}=$ 0.6180339…，即所谓中末比。欧多克斯发现了这种分割的许多特殊性质，均被记载于欧几里得的《几何原本》中。黄金分割被广泛地应用于绘画、建筑，成为人们构造优美造型的最佳选择。黄金分割还具有另外一个赫赫有名的应用，那就是用于优选法，被称为0.618法。从20世纪70年代在我国推广，取得了很大成功。著名天文学家开普勒曾说："毕达哥拉斯定理和中末比是几何中的双宝。前者好比黄金，后者堪称珠玉。"

穷竭法

欧多克斯的另一个重要贡献是他利用穷竭法来求复杂几何图形的面积和体积。他用一系列已知的基本图形不断逼近不规则图形，使之无限接近原图形，比如用圆内接正多边形逼近圆，用欧多克斯的话说就是这个多边形从圆的内部"穷竭"了圆。他利用这种方法证明了：两圆面积之比等于其半径平方之比；两球体积之比等于其半径的立方之比等命题。穷竭法是现代极限概念的几何先驱，同时也是微积分的核心方法，由此我们说欧多克斯是仅次于阿基米德的数学家并不为过。

数学史上的里程碑

毕达哥拉斯（Pythagoras，约公元前560～前480年），古希腊数学家，在天文学、哲学及音乐理论方面也有很深造诣。

毕达哥拉斯出生于爱琴海上的萨摩斯岛。早年多方游历，曾到达埃及、巴比伦等地，师从许多数学家学习数学、天文学知

识。回到家乡后，毕达哥拉斯开始招收弟子，聚众讲学。大约在公元前520年，毕达哥拉斯不满于当政者的暴政，离开家乡，迁往意大利南部的一个小岛，并在那里定居下来。当时同他在一起的只有他的母亲和惟一的一名门徒。在小岛上安顿下之后，毕达哥拉斯重新开始广收门徒，逐渐创立了著名的毕达哥拉斯学院。那是一个融宗教、政治、学术研究于一体的秘密组织，许多群众包括妇女和上层人士也积极参加活动，在当时形成一种空前的学术氛围，为毕达哥拉斯学派在各个领域的学术研究创造了良好的外部环境。

毕达哥拉斯学派的信徒一部分是普通听众，他们只是听讲教义，而没有资格接受高深的知识；另一部分成员则是在经过长期的训练和严格考核后成为属于毕达哥拉斯学派的真正弟子。他们要发誓坚持学派的信仰，严守学派的秘密。毕达哥拉斯学派在这一点上很像普通的宗教组织，但与它们不同的是他们将数学纳入他们的教义之中，认为世界上的一切事物都是由数来构成的，上帝用数来统治世界。“万物皆数”的思想根深蒂固，这也为毕达哥拉斯学派能在数学研究上取得一系列重要成果提供了思想上的条件。

毕达哥拉斯学派对数作了许多深入的研究，比如他们认识到数与音乐的关系、数与几何图形的关系、数与天体运行的关系等等，并把学员的课程分为四个部分：算术——研究数的绝对理论；音乐—研究数的应用；几何—研究静止的量；天文—研究运动的量，合称为“四道”。

尽管毕达哥拉斯学派赋予数以神秘的色彩，他们在数的研究方面还是做出了许多卓越的贡献。例如完全数（如果一个数等于除它本身以外的全部因子的和，那么这样的数就称为完全数）的发现，他们发现6和28是完全数，因为6 = 1 + 2 + 3；28 = 1 +

2+4+7+14。由毕达哥拉斯学派开创的完全数的研究，至今仍是数论领域的重要课题。

毕达哥拉斯还发现了另一类特殊的数——亲和数，他发现284这个数除它本身以外的所有因子之和等于220，而220除了它本身以外的所有因子的和恰好等于284，即：

220=1+2+4+71+142，

284=1+2+4+5+10+22+44+55+110

毕达哥拉斯将它们称为亲和数，并把它们作为友谊的象征。

毕达哥拉斯定理的发现和证明是毕达哥拉斯学派最重要的数学成就之一，在我国一般称之为勾股定理。我们知道最初的几何学兴起于生产生活实际需要，比如土地丈量等活动。勾股定理作为几何学中的一个重要内容，也是源于测量土地等活动。事实上，人们在1945年通过研究美索不达米亚出土的泥版书，发现早在毕达哥拉斯之前一千多年的古巴比伦人就已经知道了这个定理，我国和印度早于毕达哥拉斯年代的数学著作中对这一定理的内容也有所叙述，但都没有像毕达哥拉斯那样给出定理的严格证明。或许这也是世界数学界将它称为毕达哥拉斯定理，并把它视为一个“数学史上的里程碑”的原因吧！

毕达哥拉斯断言：“在任何直角三角形中，斜边上的正方形等于两个直角边上的正方形之和”，即给出了勾股定理的一般表述。他还发现了用三个整数表示直角三角形边长的一种公式，也就是不定方程 $x^2+y^2=z^2$ 的一组解：$2n+1$，$2n^2+2n$ 分别是两个直角边，$2n^2+2n+1$ 是斜边，其实它们只是在斜边与一直角边之差为1时的一组整数解，而非方程的全部解。人们将满足以上方程的正整数称为毕达哥拉斯数或勾股数。

毕达哥拉斯以 a，b，c 为直角三角形的两直角边和斜边，作边长为 $a+b$ 的正方形，然后将边长为 $a+b$ 的正方形作两种不同

的分割，采用等量相减的方法对定理进行了证明。

事实上，毕达哥拉斯定理是数学领域内证明方法最多的定理，1940 年 E. S. 卢米斯（Loomis）在他的著作《毕达哥拉斯定理》（The Pythagorean Proposition）中收集的毕达哥拉斯定理的证明方法达 370 种之多！

毕达哥拉斯学派的最重要贡献还在于他们发现了无理数。根据毕达哥拉斯定理，边长为 1 的正方形的对角线长度应为$\sqrt{2}$，而$\sqrt{2}$是不能用当时他们所知道的数（自然数和分数）来表示的。于是他们感到惶恐不安，因为这违背了他们“万物均可用数来表示”的信条，他们甚至将发现这一数的门徒希帕索斯投进大海，以掩盖发现了不可度量的数这一秘密。无理数的发现终于导致了数学史上的第一次数学危机，然而真理永远是无法被抹杀的，人们最终还是承认了无理数的存在，使得数系完成了从有理数到实数的扩张。

值得说明的是，虽然我们现在将许多数学发现全部归功于毕达哥拉斯，但事实上或许并非如此。因为当时毕达哥拉斯是通过口传心授的方式进行教学的，而他的学生又按照学派的规矩将一切发现都归功于他们崇拜的领袖。具体事实已无据可查，所以现在很难分辨哪些数学成就是毕达哥拉斯本人所创，哪些是他的门徒们的功绩。

古希腊的数学巨人阿波罗尼奥斯

圆锥曲线是除了圆之外最常见的曲线了，在几何学中有着重要的地位，在实际生产生活中有着广泛的应用，如大家熟悉的星星的轨道，炮弹的轨迹，圆柱的截面等。对于圆锥曲线的研究也由来已久，最先发现并进行系统研究的是古希腊人。

希腊数学家柏拉图学派的门奈赫莫斯首先发现了圆锥曲线，这引起了许多希腊数学家的兴趣，他们开始对圆锥曲线作深入的研究，其中包括阿里斯泰奥斯、欧几里得、阿基米德等人。他们的研究为系统的圆锥曲线理论的最终形成积累了大量的资料，将圆锥曲线理论进行整理、深化的任务历史性的落在了阿波罗尼奥斯身上。

阿波罗尼奥斯（Apollonius，约公元前 262 ~ 前 190 年），希腊数学家、天文学家。

阿波罗尼奥斯年轻时曾在亚历山大求学，后来长期在那里生活。他将前人研究圆锥曲线取得的成果加以总结，在自己进一步思考的基础上，写成《圆锥曲线论》这一经典名著，被称为古希腊研究几何学的登峰造极之作。阿拉伯和西欧的许多数学家都曾经长期将它奉为必读经典。

阿波罗尼奥斯不拘泥于古已有之的内容和方法，富于想像，大胆创新，正如他自己所说的：“模仿只会仿制他所见到的事物，而想像则能创造他所没有见过的事物。”

阿波罗尼奥斯以前的数学家研究圆锥曲线都是从三个顶角不同的圆锥出发来考虑的。门奈赫莫斯在尝试解决倍立方体问题时，发现了圆锥曲线。他将圆锥分为三类：若两条母线的最大交角是锐角，圆锥称为锐角圆锥；若两条母线的最大交角为直角，圆锥称为直角圆锥；若为钝角，圆锥称为钝角圆锥。用一个垂直于一条母线的平面截圆锥，所得截线，分别称为“锐角圆锥曲线”、“直角圆锥曲线”和“钝角圆锥曲线”。

阿波罗尼奥斯改进了门奈赫莫斯的方法，他从一个圆锥出发，用一个平面与圆锥的母线成不同角度截圆锥，就可以得到三种圆锥曲线：截面与所有母线都相交，截线为椭圆；截面与一条母线平行，截线为抛物线；截面与轴线平行就可以使得截线为双

曲线的一支。他分别将这三种圆锥曲线命名为："齐曲线"（抛物线）、"亏曲线"（椭圆）、"超曲线"（双曲线）。阿波罗尼奥斯首先注意到了双曲线有两支，并且是有心曲线。另外，他还研究了二次曲线的切线问题和点的轨迹问题。

阿波罗尼奥斯将圆锥曲线的性质总结得如此全面，以致使得后人在很长一段时间里没有可以突破的余地。直到17世纪，帕斯卡、笛卡尔创立解析几何，用新的方法进行研究才打破了这一僵局，将圆锥曲线研究作了实质性的推进。

阿波罗尼奥斯还作了《论切触》一书，在书中，他提出了著名的"阿波罗尼奥斯切圆问题"：给定三个圆（或圆的变种：点和直线，但三个点必须不共线，三条直线不能平行），求作一圆，使之与它们全都相切。

在天文学方面，阿波罗尼奥斯也作出了许多贡献。他是定量地研究天文学的早期学者之一。为了解释行星的运动，他引进了偏心圆运动和本轮运动系统。另外，他还曾经找到了一种确定行星在运动轨道上停下来作逆行运动的点的方法。

阿波罗尼奥斯与欧几里得、阿基米德一起被称为亚历山大前期的三大数学巨人。

注释《九章算术》的刘徽

刘徽，中国古代数学家，大约生活在公元3世纪。据数学史学家考证，他出生于淄乡，即今天的山东省邹平县。

刘徽注《九章算术》，在数学上做出了许多杰出的贡献，是与他当时生活的社会环境分不开的。自先秦到魏晋，齐鲁地区作为孔孟之道发祥地，一直在文化发展程度上居于全国前列。战国时期，齐桓公在其都城临淄设立稷下学宫，广招天下博学之士。

历时150年间，该地区成为学术气氛最为活跃的研究中心。另外，公元2世纪和公元3世纪的齐鲁地区数学也较为发达，有一批数学家出现，包括郑玄、徐岳等人。在这样一种文化氛围中，使得刘徽有机会学习各种文化典籍，有机会接触到当时先进的数学知识，为他以后的数学研究积累了丰富的资料。

刘徽最大的成就是他注释了《九章算术》，在这一过程中，刘徽取得了许多创造性的成就。经他作注的《九章算术》对我国数学的发展产生了深远的影响，成为东方数学的代表作之一。刘徽的创造性工作，我们可以从以下几个方面加以概括。

刘徽与圆周率的计算

古往今来，世界上许多数学家运用各种方法计算过圆周率，为认识 π 这个数付出了无数心血。我国战国时期的数学著作《周髀算经》中已有“周三径一”之说，意思是圆的周长约是其直径的三倍。这是人们在长期的实际生产生活中摸索总结出的经验性知识，并不是通过严格的数学计算得到的精确值，人们在应用过程中也发现用它计算出来的圆周长和圆面积都比实际值小。后来的数学家利用各自的方法逐步将其精确化，从此踏上寻找圆周率精确值的漫漫旅程。今天的数学家利用计算机已经将圆周率精确到小数点后数亿位。

刘徽在他的《九章算术》“圆田术注”中，论证了圆面积公式，给出了著名的圆周率计算方法——“割圆术”，并利用它计算出在当时相当精确的圆周率值。割圆术也成为数学史上伟大的创造之一。

刘徽从圆内接正六边形开始，使边数逐次加倍，作出正十二边形、正二十四边形…，并依次计算出它们的面积，这些结果将逐渐逼近圆面积，这样就可以求出圆周率的值，这种方法被称为刘徽割圆术。用刘徽的话来说，“割之弥细，失之弥少，割之又

割，以至于不可割，则与圆合体而无所失矣。”意思就是说把圆周分得越细，即圆内接正多边形的边数越多，用它的面积去代替圆面积，就丢失的越少。不断地分割下去，让边数不断地增多，那么边数无限多的正多边形的面积就与圆面积相等了。刘徽巧妙地利用极限思想，化“曲”为“直”，化“无限”为“有限”，对圆面积公式 $S=1/2\cdot CR$ 作了相当严格的逻辑证明。利用相关的结果，在当时的计数方法、计算法则、计算工具等均不像今天这样方便的条件下，刘徽凭着他深刻的洞察力和执着钻研的精神，进行着艰苦的数字计算。推算到正 192 边形时，得出 $\pi=3.14$，或 $\pi=157/50$；推算到正 3072 边形时，可得到 $\pi=3927/1250$（≈ 3.1416），这在当时是相当精确的结果。为了纪念刘徽的功绩，人们把 $\pi=157/50$ 称为“徽率”。

刘徽的方法比希腊数学家阿基米德所用的方法更加巧妙。阿基米德用内接和外切正多边形确定圆面积的上、下限，而刘徽只用到了圆的内接正多边形。

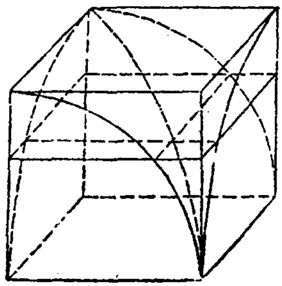
刘徽的体积理论

我们在学习立体几何时，会接触到这样一条公理：“夹在两个平行平面间的两个几何体，被平行于这两个平面的任意平面所截，如果截得的两个截面的面积总相等，那么这两个几何体的体积相等”。最早明确提出这一原理的是祖冲之的儿子祖暅（“缘幂势既同，则积不容异”）。而刘徽的体积理论则为这一原理的提出作了充分的准备。

《九章算术》时代，人们已经开始通过比较两个等高立体的最大截面积来解决某些体积问题，但并没有认识到必须保证任意等高处的截面积之比都等于最大截面积之比，才能进行比较。《九章算术》“开立圆术”中即认为球与外切圆柱之比等于 $\pi:4$，从而容易得出球体积公式

$$V = 9/16 \cdot D^3$$

其中 D 是球的直径。刘徽在“注”中指出此公式是错误的。他将两个底面半径等于球半径的圆柱正交，称其公共部分为牟合方盖（见下图）。刘徽指出球与外切牟合方盖的体积比为 π：4。这一结论为200年后祖冲之父子求出牟合方盖的体积，从而为得到正确的球体积公式奠定了坚实的基础。



球、牟合方盖与立方

（八分之一）

刘徽与计算方法

《九章算术注》中有几百个公式和解题方法，刘徽对每个算法的正确性均作了考察，并对各种算法的内在联系及应用进行了论述。“率”是这些工作中使用最普遍的工具，刘徽极大地发展了“率”的思想，从而将《九章算术》的算法提高到系统理论的高度。

“率”本是规格、标准之意。刘徽将率定义为“凡数相与者谓之率”，即相关的一组量称为率，用以讨论若干量之间的相关性，即相对的数量关系。这一概念要比我们现在常用的比率概念宽广得多。为了求出各物的率，要有一个公度作为标准，这个公度就是单位度量，亦即一，刘徽将它称为“数之母”。如五单位米可以化为一，则米率即为5，三单位粟可以化为一，则粟率即为3，米、粟的相与率为米5、粟3。由此可见率表示某物的度量与另一物的度量的相对关系，相当于现在密度、速度等意义。我们容易知道，分数的分子和分母也可以看成一种率关系。

刘徽还给出了率的一些重要性质，如：“一组成率的数，在投入运算时，其中一个缩小或扩大某倍数，则其余的数必须同时缩小或扩大同一倍数”。由此出发，刘徽给出了三种重要的等量