2006年

MBA

# 联考数学应试指导及典型题型训练


主　编：

范培华（北京大学）

李永乐（清华大学）

袁荫棠（中国人民大学）

蔡竞云（北京159中学）



总策划：甄　诚

组　稿：北京市社科赛斯MBA培训中心

支　持：中国MBA备考网

(WWW.MBASCHOOL.COM.CN)

中国MBA教育网

(WWW.MBAEDU.CN)

清华大学出版社

MBA 联考（2006 年）

# MBA 联考数学应试指导及典型题型训练

总策划　甄　诚
组　稿　北京市社科赛斯 MBA 培训中心
支　持　中国 MBA 备考网
(WWW.MBASCHOOL.COM.CN)
中国 MBA 教育网
(WWW.MBAEDU.CN)
主　编　北京大学　范培华
清华大学　李永乐
中国人民大学　袁荫棠
北京 159 中学　蔡竞云

清华大学出版社
北　京

## 内容简介

本书根据2006年MBA联考数学考试大纲编写，全书共分四部分：初等数学、微积分、线性代数及概率论。每部分按章编写，配有大量的典型例题，并对解题的思路、方法与技巧加以总结，对易出错误、易混淆的概念给予特别的提醒，并配以反例来帮助读者加深理解。

本书适合MBA考生备考自学使用。



图书在版编目（CIP）数据

MBA联考数学应试指导及典型题型训练/范培华等主编．—北京：清华大学出版社，2005.9

ISBN 7-302-11743-8

Ⅰ．M…　Ⅱ．范…　Ⅲ．高等数学－研究生－入学考试－自学参考资料　Ⅳ．O13

中国版本图书馆CIP数据核字（2005）第101196号

出版者：清华大学出版社　　地　址：北京清华大学学研大厦
http://www.tup.com.cn　　邮　编：100084
社总机：010-62770175　　客户服务：010-62776969
责任编辑：苗建强
封面设计：弓禾碧工作室
印装者：三河市春园印刷有限公司
发行者：新华书店总店北京发行所
开　本：185×260　印张：20.25　字数：464千字
版　次：2005年9月第1版　2005年9月第1次印刷
书　号：ISBN 7-302-11743-8/F·1329
印　数：1～5000
定　价：30.00元

# 前　言

为了帮助报考 MBA 的考生能全面准确地理解和掌握 MBA 考试大纲对数学的要求，系统复习有关的数学知识，提高考生对数学的应试能力，特编写此书。

全书按大纲的要求分初等数学、微积分、线性代数及概率四部分。每部分紧扣大纲，按章编写，每章又由四部分组成：

一、考试要点及内容提要——将有关的概念、公式、定理综合阐述归纳总结，使考生明确本章的重点及考点，并弄清各知识点之间的相互联系，以便对本章内容有一个全局的认识和把握。

二、典型题分析——将常见基础课题（包括问题求解题）归纳分类，总结各类题的解题思路与方法，注意一题多解，适当在题后加评注，以期开阔考生的解题思路，提高解题技巧与速度，使所学知识融会贯通，并能综合、灵活地解决问题。

三、题型训练（条件充分性判断）——针对 MBA 考题特点，编写了较多的概念题与计算题，帮助考生训练判断充分条件的能力，并加深对概念的理解。

四、习题与解答——本部分精选了适当的条件充分性判断题和问题求解题，并附有参考答案及提示，作为课后复习用。

不论是数学基本理论的建立，还是作数学运算或逻辑推理，无一不是以明确、清晰的概念为基础。考生要重视对概念的复习，应当从不同的角度，不同的面进行思考，准确地把握住概念的内涵，注意相关概念的联系与区别，否则，解题时思维上就会出现疑惑与混乱，方法上也就有种种谬误。

数学的基础知识是进一步深造的基础，MBA 历来重视对三基的考查，如果基本的数学方法没掌握，定理公式不熟悉，不仅速度上不来，而且在知识点的衔接与转换上也会有各种障碍，势必影响到综合题的解答。

数学离不开计算，不论是问题求解，还是条件充分性判断，通过计算求解都是重要的方法，因此提高运算能力、提高计算的准确性要引起考生足够的重视，不能华而不实、眼高手低。

与其他学科相比，考生的数学成绩相差历来较大，希望考生认真踏实地做每一套题，心态要平和，戒浮躁；要勤思考多动手，不断积累，一步一步地提高。

# 目　录

## 第一部分　初等数学

## 第二部分　微 积 分

## 第四部分　概 率 论

# 第一部分　初等数学

## 第一章　绝对值、比和比例、平均值、二项式定理

### 一、考试要点及内容提要

#### (一) 充分条件

定义：如果条件 $A$ 成立，那么就能推出结论 $B$ 成立，即 $A \Rightarrow B$，这时，我们就说 $A$ 是 $B$ 的充分条件.

例如：若 $x>0$，则 $x^2>0$

写成：$x>0 \Rightarrow x^2>0$

在这个命题中，"$x>0$"是"$x^2>0$"的充分条件.

**注**　也有所谓必要条件的概念.例如，四边相等是四边形成为正方形的必要条件，也就是说，没有四边相等这个条件，四边形一定不是正方形.

一个命题中的条件对于结论来说，可能是充分不必要条件，也可能是必要不充分条件，还可能是既充分又必要条件或者是既不充分又不必要条件，将命题的条件记为 $A$，结论记为 $B$，由 $A$ 与 $B$ 之间的推理关系就可以判定条件的类别(注意箭头有单向、双向之分).

若 $A \Rightarrow B$，则 $A$ 是 $B$ 的充分而不必要条件；

若 $A \Leftarrow B$，则 $A$ 是 $B$ 的必要而不充分条件；

若 $A \Leftrightarrow B$，则 $A$ 是 $B$ 的充分且必要条件；

若 $A \not\Leftrightarrow B$，则 $A$ 是 $B$ 的既不充分又不必要条件.

在本书中有一类题叫做条件充分性判断，这里所说的充分性就是上述定义中所述概念，只要分析条件是否充分即可，而不必考虑条件是否必要.在这类题中有五个选项，规定为

(A) 条件(1)充分，但条件(2)不充分；

(B) 条件(2)充分，但条件(1)不充分；

(C) 条件(1)和(2)单独都不充分，但条件(1)和(2)联合起来充分；

(D) 条件(1)充分，条件(2)也充分；

(E) 条件(1)和(2)单独都不充分，联合起来也不充分.

▲ 以上规定全书都适用，以后不再重复说明.

**【例题】**　等式 $x=y$ 成立($x,y$ 是实数).

(1) $x^2=y^2$；　(2) $x$ 和 $y$ 同号.

**答案**　(C)

**分析**　由 $x^2=y^2$ 可得 $x=y$ 或 $x=-y$，这说明条件 $x^2=y^2$ 不是 $x=y$ 的充分条件，即条件(1)不充分；又 $x$ 和 $y$ 同号时，$x$ 与 $y$ 不一定相等，这说明条件(2)也不充分；但是把条件(1)和条件(2)联合起来，$x^2=y^2$ 且 $x$ 与 $y$ 同号，则必然推得 $x=y$，这说明条件(1)和(2)

联合起来充分，故选(C).

**(二) 绝对值**

(1) 定义：实数 $a$ 的绝对值 $|a|=\begin{cases}a & (a\geqslant 0),\\ -a & (a<0).\end{cases}$

(2) 性质：$|a|\geqslant 0$；$|a|=|-a|$；$|a|=0\Leftrightarrow a=0$.

(3) 几何意义：实数 $a$ 的绝对值就是数轴上与 $a$ 对应的点到原点的距离，如图 1-1 所示.

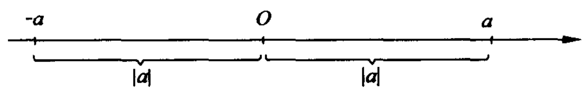


图 1-1

(4) 运算法则：

$$|a\cdot b|=|a|\cdot|b|;$$

$$\left|\frac{a}{b}\right|=\frac{|a|}{|b|}(b\neq 0);$$

$$|a|\leqslant b(b>0)\Leftrightarrow -b\leqslant a\leqslant b;$$

$$|a|>b(b>0)\Leftrightarrow a<-b \quad \text{或} \quad a>b;$$

$$|a|-|b|\leqslant|a\pm b|\leqslant|a|+|b|.$$

**(三) 比和比例**

(1) 比的定义：两个数相除，又叫做这两个数的比. 把 $a$ 与 $b(b\neq 0)$ 的比记为 $a:b$，$a:b=\frac{a}{b}$，$\frac{a}{b}$的值叫做$a$ 比 $b$ 的比值.

(2) 比的性质：

$$a:b=ma:mb \quad (m\neq 0);$$

$$a:b=t\Leftrightarrow a=tb.$$

(3) 百分比：把比值表示成分母为 100 的分数，这个分数就称为百分比或百分率，如 $1:2=50\%$.

(4) 比例的定义：两个比相等的式子叫做比例. 比例可写成

$$a:b=c:d \quad \text{或} \quad \frac{a}{b}=\frac{c}{d} \quad (\text{其中各分母均不为零}).$$

在上面的比例中，$a,d$ 叫做比例外项，$b,c$ 叫做比例内项，如果 $b=c$，比例就成为

$$a:b=b:d \quad \text{即} \quad b^2=ad.$$

此时，$b$ 叫做$a$ 和$d$ 的比例中项，或者把 $b$ 叫做$a$ 和$d$ 的等比中项，即 $a,b,d$ 成等比数列.

(5) 比例的性质：对于比例$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$有下列性质：

① $ad=bc$ (内项积等于外项积)；

② $\frac{a}{c}=\frac{b}{d}$，$\frac{d}{b}=\frac{c}{a}$ (互换内项或互换外项，等式仍成立)；

③ $\dfrac{a+b}{b}=\dfrac{c+d}{d}$　(合比定理);

④ $\dfrac{a-b}{b}=\dfrac{c-d}{d}$　(分比定理);

⑤ $\dfrac{a+b}{a-b}=\dfrac{c+d}{c-d}$　(合分比定理).

(6) 正比例和反比例

正比例定义:若变量 $x$ 和 $y$ 适合 $y=kx(k\neq0)$,则称 $x$ 和 $y$ 成正比例,$k$ 为比例系数.

反比例定义:若变量 $x$ 和 $y$ 适合 $y=\dfrac{k}{x}(k\neq0)$,则称 $x$ 和 $y$ 成反比例,$k$ 为比例系数.

**(四) 平均值**

(1) 算术平均值:$n$ 个数 $x_1,x_2,\cdots,x_n$ 的算术平均值为

$$\bar{x}=\frac{x_1+x_2+\cdots+x_n}{n},$$

简记为

$$\bar{x}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i.$$

(2) 几何平均值:$n$ 个正数 $x_1,x_2,\cdots,x_n$ 的几何平均值为

$$G=\sqrt[n]{x_1\cdot x_2\cdot\cdots\cdot x_n},$$

简记为

$$G=\sqrt[n]{\prod_{i=1}^{n}x_i}.$$

**(五) 排列、组合、二项式定理**

**1. 基本原理**

(1) 加法原理:做一件事情,完成它可以有 $n$ 类办法,在第一类办法中有 $m_1$ 种不同的方法,在第二类办法中有 $m_2$ 种不同的方法,……在第 $n$ 类办法中有 $m_n$ 种不同的方法,那么完成这件事共有

$$\boxed{N=m_1+m_2+\cdots+m_n}$$

种不同的方法.

(2) 乘法原理:做一件事,完成它需要分成 $n$ 个步骤,做第一步有 $m_1$ 种不同的方法,做第二步有 $m_2$ 种不同的方法,……做第 $n$ 步有 $m_n$ 种不同的方法,那么完成这件事共有

$$\boxed{N=m_1\times m_2\times\cdots\times m_n}$$

种不同的方法.

**注**　在使用两个原理解题时,必须分清基本原理的条件和结论,比较它们的异同.它们的共同点是把一个原始事件分解成若干个分事件来完成.区别在于一个和分类有关,一个与分步有关,如果完成一件事情有 $n$ 类办法,这 $n$ 类办法彼此之间是相互独立的.无论哪一类办法中的哪一种方法都能单独完成这件事情,求完成这件事情的方法种数,就用加法原理;如果完成一件事情需要分成 $n$ 个步骤,各个步骤都是不可缺少的,需要依次完成所有的步骤,才能完成这件事情,而完成每一个步骤各有若干种不同的方法,求完成这件事情的方法种数就用乘法原理.

加法原理是"分类"完成,乘法原理是"分步"完成.

"分类"或"分步"都应根据问题的特点确定分类或分步的标准,标准不同,分类或分步的

结果可能不同,分类要求各种方法既不重复,又不遗漏,分步要求做下一个步骤时,选用的方法必须与做相邻的上一个步骤所选用的方法无关.

2. **排列**

(1) 一般地说,从 $n$ 个不同元素中,任取 $m(m\leqslant n)$个元素,按照一定的顺序排成一列.叫做从 $n$ 个不同元素中取出 $m$ 个元素的一个排列.

**注** 排列的定义包含两个基本内容:一是"取出元素";二是"按照一定顺序排列".

(2) 从 $n$ 个不同元素中取出 $m(m\leqslant n)$个元素的所有排列的个数,叫做从 $n$ 个不同元素中取出 $m$ 个元素的排列数,记为 $P_n^m$.

上述当 $m<n$ 时,称为选排列,当 $m=n$ 时,称为全排列记为 $P_n^m=P_n^n=n!$

(3) 公式:

$$P_n^m=n(n-1)\cdots(n-m+1)=\frac{n!}{(n-m)!},$$

$$P_n^n=n!\ =1\cdot2\cdot\cdots\cdot n.$$

3. **组合**

(1) 组合:

一般地说,从 $n$ 个不同元素中,任取 $m(m\leqslant n)$个元素并成一组,叫做从 $n$ 个不同元素中取出 $m$ 个元素的一个组合.

**注** 排列与组合的共同点,就是都要"从 $n$ 个不同元素中,任取 $m$ 个元素",而不同点就是前者要"按照一定的顺序排成一列",而后者却是"不论怎样的顺序并成一组".

(2) 组合数:

从 $n$ 个不同元素中取出 $m(m\geqslant n)$个元素的所有组合的个数.叫做从 $n$ 个不同元素中取出 $m$ 个元素的组合数.

用符号 $C_n^m$ 表示.

(3) 组合数公式:

$$C_n^m=\frac{P_n^m}{P_m^m}=\frac{n(n-1)(n-2)\cdots(n-m+1)}{m!},$$

$$C_n^m=\frac{n!}{m!\ (n-m)!}.$$

(4) 性质:

① $C_n^m=C_n^{n-m}$

② $C_{n+1}^m=C_n^m+C_n^{m-1}$

**注** 第①个性质常用于当 $m>\frac{n}{2}$时组合数的计算.较简便性.

第②个性质常用于恒等变形和证明等式.

4. **二项式定理**

(1) 二项式定理:

$$(a+b)^n=C_n^0a^n+C_n^1a^{n-1}b+\cdots+C_n^ra^{n-r}b^r+\cdots+C_n^nb^n.$$

这个等式就叫做**二项式定理**,等式的右边叫做**二项展开式**,展开式共有 $n+1$ 项,其中 $C_n^r(r=0,1,\cdots,n)$叫做**二项式系数**,二项式系数适合:

$$C_n^m=C_n^{n-m};$$

$$C_n^0+C_n^1+C_n^2+\cdots+C_n^n=2^n.$$

(2) 展开式的通项公式:即展开式的第 $r+1$ 项,记为 $T_{r+1}=C_n^r a^{n-r}b^r$.

(3) 二项式系数的性质.

① 在二项展开式中,与首末两端“等距离”的两项的二项式系数相等.

② 如果二项式的幂指数是偶数,那么中间一项的二项式系数最大;如果二项式的幂指数是奇数,那么中间两项的二项式系数相等并且最大.

下面的“杨辉三角”反映了以上性质,如图 1-2 所示.

$$\begin{array}{ccccccccccccl}
 & & & & & 1 & & & & & & & \\
 & & & & 1 & & 1 & & & & & \cdots\cdots & (a+b)^1 \\
 & & & 1 & & 2 & & 1 & & & & \cdots\cdots & (a+b)^2 \\
 & & 1 & & 3 & & 3 & & 1 & & & \cdots\cdots & (a+b)^3 \\
 & 1 & & 4 & & 6 & & 4 & & 1 & & \cdots\cdots & (a+b)^4 \\
1 & & 5 & & 10 & & 10 & & 5 & & 1 & \cdots\cdots & (a+b)^5
\end{array}$$

图 1-2

## 二、典型题分析

**【例 1.1】** 设 $a,b,c$ 三个实数在数轴上的对应点为 $A,B,C$,其位置如图 1-3 所示.

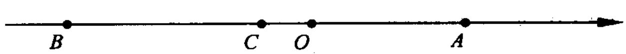


图 1-3

化简 $a-|a+b|+|c-a|+|c-b|$.

**解** 因为 $b<c<0<a$, $|b|>|c|$, $|b|>|a|$, $|c|<|a|$,所以 $a+b<0$, $c-a<0$, $c-b>0$,因此原式 $=a-[-(a+b)]+[-(c-a)]+(c-b)=3a$.

**注** 遇到实数绝对值问题,通常总是首先考虑该实数的正负号,然后根据实数绝对值的定义将绝对值符号去掉.本题就是根据图形得到三个绝对值符号中式子所表示数值的正负号,从而去掉了绝对值符号使原式得以化简.

**【例 1.2】** 已知:$|a|=5$, $|b|=7$,且 $a\cdot b<0$,求 $|a+b|$ 的值.

**解** 由 $|a|=5$ 得 $a=\pm5$,由 $|b|=7$ 得 $b=\pm7$,因为 $a\cdot b<0$,即 $a$ 和 $b$ 是异号两数,所以,当 $a=5$ 时,$b=-7$,而当 $a=-5$ 时,$b=7$,于是 $|a+b|=2$.

**注** 常见的错误是认为 $|a+b|=|a|+|b|=12$.

应该知道 $|a+b|\leqslant|a|+|b|$ 中,当 $a$ 和 $b$ 同号时,等号成立,而本题中的 $a$ 和 $b$ 异号,所以不能使用该公式来进行计算,这是应加以注意的.

**【例 1.3】** 已知 $\sqrt{(a-20)^2}+|b+30|+(c-40)^2=0$,求 $a+b+c$ 的值.

**解** 因为已知等式的各项均为非负数,且它们的和为零,所以这三个非负数均为零,即

$$\sqrt{(a-20)^2}=|b+30|=(c-40)^2=0,$$

分别解得 $\qquad a=20,\quad b=-30,\quad c=40,$

故 $$a+b+c=20-30+40=30.$$

【例 1.4】 分别求适合下列条件的 $x$ 的值或 $x$ 的取值范围：

(1) $|x+3|=5$； (2) $|x-3|\leqslant 4$； (3) $|x-4|\geqslant 1$.

**解** 用绝对值的定义和运算法则来求解.

(1) 由 $x+3=\pm 5$，得 $x=2$ 或 $x=-8$；

(2) 由 $-4\leqslant x-3\leqslant 4$，得 $-1\leqslant x\leqslant 7$；

(3) 由 $x-4\leqslant -1$ 或 $x-4\geqslant 1$，得 $x\leqslant 3$ 或 $x\geqslant 5$.

【例 1.5】 公司共有职工 50 人，理论知识考核平均成绩为 81 分，其中科室职工平均成绩为 90 分，车间职工平均成绩为 75 分，求车间职工的人数.

**解** 因为 50 人的总平均分为 81 分，所以 50 人所得总分是 $50\times 81=4050$ 分，设车间职工有 $x$ 人，则科室职工有 $50-x$ 人，其中车间职工所得总分是 $75x$ 分，科室职工所得总分是 $90(50-x)$分，这两项相加应等于全公司职工所得总分，即

$$75x+90(50-x)=4050,$$
$$15x=450,$$
$$x=30.$$

**答** 车间职工有 30 人.

**注** 应注意以下事实：全公司 50 人的考核均分为 81，其中 20 名科室职工考核均分为 90 分，30 名车间职工均分为 75 分，但是，

$$\frac{90+75}{2}\neq 81,$$

这说明对于一个平均数，必须明确它是哪些数的平均数，全公司 50 人考核成绩的均分是每个人考核成绩之和除以 50 所得之商，而科室职工考绩成绩的均分是 20 名科室职工每人所得分数之和除以 20 所得之商. 下列等式是正确的：

$$\frac{20\times 90+30\times 75}{20+30}=81.$$

【例 1.6】 某班同学在一次测验中，平均成绩为 75 分，其中男同学人数比女同学多 80%，而女同学平均成绩比男同学高 20%，求女同学的平均成绩.

**解** 设女同学有 $x$ 人，则男同学有 $1.8x$ 人，因此全班总分为$(x+1.8x)\times 75$，再设男同学平均成绩为 $y$ 分，则女同学平均成绩为 $1.2y$ 分，因此男同学所得总分为 $1.8xy$ 分，女同学所得总分为 $1.2xy$ 分，男女同学各自的总分之和等于全班总分，于是有

$$1.8xy+1.2xy=(x+1.8x)\times 75,$$

即 $$3y=2.8\times 75.$$

解得 $$y=70,$$

故 $$1.2\times 70=84.$$

**答** 女同学平均成绩为 84 分.

**注** 对于百分数问题，应注意题目给定的每一个百分数的意义. 例如本题中的 80% 是男同学人数比女同学人数多 80%，因此男同学人数实际上是女同学人数的 1＋80%，即 1.8 倍.

【例 1.7】 一公司向银行借款 34 万元，欲按 $\frac{1}{2}:\frac{1}{3}:\frac{1}{9}$ 的份额分配给下属甲、乙、丙三个

车间进行技术改造,求甲车间应得的款数.

**解**　设甲、乙、丙三个车间应得的款数依次为$\frac{t}{2}$万元、$\frac{t}{3}$万元、$\frac{t}{9}$万元,于是有

$$\frac{t}{2}+\frac{t}{3}+\frac{t}{9}=34,$$

解得

$$t=36,\quad \frac{t}{2}=18.$$

**答**　甲车间应得 18 万元.

**【例 1.8】**　设$\frac{1}{x}:\frac{1}{y}:\frac{1}{z}=4:5:6$,求使 $x+y+z=74$ 成立的 $y$ 值.

**解**　由于$\frac{1}{x}:\frac{1}{y}:\frac{1}{z}=4:5:6$,因此设$\frac{1}{x}=4t$,$\frac{1}{y}=5t$,$\frac{1}{z}=6t$,则 $x=\frac{1}{4t}$,$y=\frac{1}{5t}$,$z=\frac{1}{6t}$,代入 $x+y+z=74$,得

$$\frac{1}{4t}+\frac{1}{5t}+\frac{1}{6t}=74,$$

$$\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\frac{1}{6}\right)\cdot\frac{1}{t}=74,$$

解得

$$\frac{1}{t}=120,$$

故

$$y=\frac{1}{5t}=\frac{120}{5}=24.$$

**注**　根据比的性质$\frac{a}{b}=\frac{ma}{mb}$,由 $x:y=2:3$ 并不能断定 $x=2$,$y=3$ 一定成立,因而只能设 $x=2t$,$y=3t$,然后由其他已知条件来确定 $t$ 的值,从而求得 $x$ 和 $y$ 的值.以上两个例题就是依据这个原理来进行相应的设定.

**【例 1.9】**　当 $x$ 为何值时,等式$|x+2|+|x-4|=6$ 成立?

**解法一**　用实数绝对值的几何意义求解,如图 1-4.

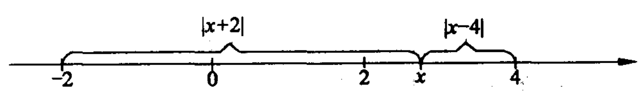


图　1-4

$|x+2|+|x-4|$的几何意义是点 $x$ 到 $-2$ 的距离加上点 $x$ 到 4 的距离所得的和,而 $-2$ 与4 的距离恰好为 6,这说明当点 $x$ 在 $-2$ 和 4 之间(包括 $-2$ 和 4)移动时,该等式一定成立,如果点 $x$ 移动到 $-2$ 以左或 4 以右时,$|x+2|+|x-4|$肯定比 6 大,因此 $x$ 的取值范围为

$$-2\leqslant x\leqslant 4.$$

**解法二**　用实数绝对值的定义去掉绝对值符号来求解.为了去掉绝对值符号,需进行分类讨论:

① 当 $x<-2$ 时,$x+2<0$,$x-4<0$,原等式成为

$$-(x+2)-(x-4)=6,$$

$$x=-2.$$

而这与 $x<-2$ 不符,所以在 $x<-2$ 范围内该等式不成立.