基业教育考试与评价研究中心 编

丛书主编 赵一洁

智能方舟

学习策略整合

数学 上

九年级 北师大版

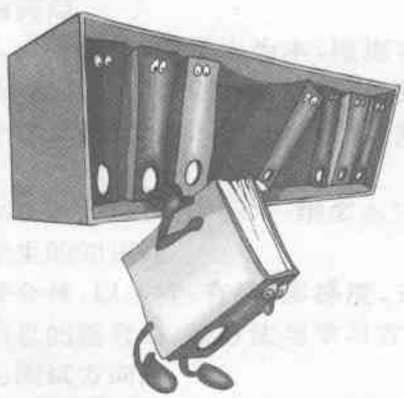
西安出版社

智能方舟 北师大版

学习策略整合

主编：冯有涛　张亚涛

编委：冯有涛　张亚涛　胡　瑛
　　　曹晓峰　索平怀　赵春娟



数学

九年级(上)

西安出版社

图书在版编目(CIP)数据

学习策略整合.九年级数学.上/赵一洁主编.—西安:西安出版社,2006.6
(智能方舟)
ISBN 7-80712-259-5

Ⅰ.学… Ⅱ.赵… Ⅲ.数学课—初中—习题

Ⅳ.G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 060322 号

智能方舟:学习策略整合——数学
(九年级上·北师大版)

主　　编:赵一洁
出版发行:西安出版社
社　　址:西安市长安北路 56 号
电　　话:(029)85264255
邮政编码:710061
印　　刷:蓝田县印刷厂
开　　本:850×1168　1/16
印　　张:70
字　　数:1500 千
版　　次:2006 年 8 月第 1 版
　　　　　2006 年 8 月第 1 次印刷
ISBN 7-80712-259-5/G·208
全套定价:86.20 元

致读者

面对新课标、新教材、新理念，特别是面对“一纲多本”命题下的新中考，如何引导学生轻松高效地夯实基础，顺利完成由知识到能力的提升就成为我们教育工作者亟需研究的一大课题，《智能方舟·学习策略整合》丛书因此应运而生.

全新策划理念

丛书着力体现新课改理念，以人为本，引导学生学会学习和自主探究；倾力凸显知识的再现、巩固、迁移、提高等环节的层次性、梯度性；全力彰显整合资源、交流信息、应用创新，倾尽全力追求高效学习、自我测评、取胜中考、创新成才.

强势作者群体

全国各地知名重点中学一线实力型特高级教师、优秀教研员、高校部分学科教育学专家、博士生导师百余人组成写作、编辑、终审班子，精心策划、倾力创新.

三大特色栏目

★思维突破：透析知识结构，明确重点难点；引导思维方法，强调思维过程；突破思维瓶颈，明晰学习策略.

★典例感悟：通过典例剖析，点拨解题方法；联想归类感悟，激活发散思维；举一而达反三，志在触类旁通.

★测评整合：选题精新广博，难易梯度合理；关注社会热点，贴近生活实际；吸收他版精华，充分整合资源；注重探究应用，培养创新能力.

四级测评整合

☆知识与技能：知识是基，技能是本；知识在此重现，技能在此提升.

☆交流与拓展：交流他版精华，吸收多种养分；开阔知识视野，拓展思维方法.

☆探究与应用：培养探究能力，解决实际问题；感受学习乐趣，体验成功价值.

☆中考(奥赛)与创新：链接中考奥赛，分解考前压力；培养创新素质，增强竞争实力.

六大显著亮点

1. 人文性：坚持以学生为本，根据初中阶段学生的认知规律，选材贴近学生生活实际，培养其乐观向上、积极创新的情感、态度和价值观.

2. 阶梯性：创设的四级测评栏目，充分体现了从易到难、从知识到能力、从应用到创新的过渡.

3. 拓展性：针对新课标“一纲多本”的情况，丛书多方吸取兄弟版本的精华和独特之处，以拓展学生的知识面.

4. 整合性：以多样、有趣、多梯度、充满人文关怀的测评素材，体现知识与能力的整合、资源与信息的整合、思维方法与学习方法的整合、识记理解与活动探究的整合，反映国家教育评价与测试方向.

5. 探究性：以富有探究性、实践性的资源信息，培养学生的探究应用能力，打破陈旧的学习方法，真正使学生体会到学习的快乐.

6. 创新性：丛书所创设的思维突破栏目，教会学生思维方法；交流拓展栏目，吸收同类教材精华；中考奥赛栏目，分解升学考试压力等，无不体现本丛书的与众不同和创新成果.

编　者

2006 年 8 月

目录

第一章 证明(二)

1 你能证明它们吗

思维突破

等腰三角形的性质是本节课的重点.掌握证明的基本步骤和书写格式,这是学好几何的基础.①审题:找出已知、求证的各量之间的关系;②分析解题(证题)思路:一般采用逆向思考,即从结论入手,追溯结论成立的理由;③书写推理过程:从已知入手,将分析过程倒着写出来.注意推理过程强调"有因有果,有根有据",即书写要严谨,推理要严密;掌握等腰三角形的判定和性质.由等角对等边判断三角形两边相等,即为等腰三角形.等腰三角形的"三线合一"是一个重要的性质,也是等腰三角形中的一条常用辅助线.在"三线"中只要一个结论成立,另外两个也成立.正确掌握证明的基本步骤是本节的一个难点.初学证明题,不知从何入手,应该怎样分析问题.解决的方法是从结论入手进行思考,顺藤摸瓜,找出结论成立时应推出的新的结论,直至推出已知条件为止,最后将思考过程逆着写出来即可.证明"在直角三角形中,如果一个锐角等于30°,那么它所对的直角边等于斜边的一半"时,在不容易想出证明思路的情况下,应该由60°和30°这些特殊角联想到构造等边三角形来解决问题.

典例感悟

【例1】如图1-1-1,已知$AB=AC$,D为AC上一点,$\angle DBC=\frac{1}{2}\angle BAC$.求证:$BD\perp AC$.

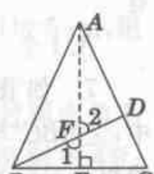


图1-1-1

解析:如图,欲证$BD\perp AC$,即证$\angle C+\angle DBC=90°$,亦即证$\angle C+\frac{1}{2}\angle BAC=90°$.由"$\frac{1}{2}\angle BAC$"可想到:若作底边$BC$的高线,即可构造出$\frac{1}{2}\angle BAC$.

证明:过点A作$AE\perp BC$于E,交BD于F.

$\because AB=AC$(已知),$AE\perp BC$,

$\therefore \angle CAE=\frac{1}{2}\angle BAC$(等腰三角形的顶角平分线与底边上的高重合).

$\because \angle DBC=\frac{1}{2}\angle BAC$(已知),

$\therefore \angle CAE=\angle DBC$.

又$\because \angle 1=\angle 2$(对顶角相等),$AE\perp BC$,

$\therefore \angle DBC+\angle 1=\angle CAE+\angle 2=90°$.

$\therefore \angle BDA=90°$.

$\therefore BD\perp AC$(垂直的定义).

感悟:等腰三角形中的辅助线一般是作底边上的高,它是等腰三角形中用得最多的一种辅助线.此外还可作底边上的中线或顶角的平分线.

【例2】如图1-1-2,在$\triangle ABC$中,AD是$\angle BAC$的平分线,$AC=AB+BD$.求证:$\angle ABC=2\angle C$.

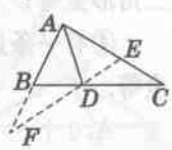


图1-1-2

解析:根据题设条件,恰当地作辅助线,构造特殊三角形如等腰三角形、等边三角形等是解此题的突破口.

证法一:在AC上截取$AE=AB$,连接DE.

$\because AD$是$\angle BAC$的平分线,

$\therefore \angle BAD=\angle EAD$.

在$\triangle ABD$和$\triangle AED$中,

∵ $AB=AE$，$\angle BAD=\angle EAD$，$AD=AD$，

∴ $\triangle ABD\cong\triangle AED$(SAS).

∴ $\angle ABD=\angle AED$，$BD=ED$.

∴ $BD=AC-AB=AC-AE=CE$.

∴ $ED=CE$. ∴ $\angle EDC=\angle C$.

∵ $\angle AED=\angle EDC+\angle C=2\angle C$，

∴ $\angle ABC=2\angle C$.

证法二：延长 AB 至 F，使 $BF=BD$，连接 DF.

(提示：先证 $\triangle ADF\cong\triangle ADC$，得到 $\angle F=\angle C$. 由 $\angle ABC=\angle F+\angle BDF=2\angle F$，得 $\angle ABC=2\angle C$.)(有兴趣的同学可尝试着证明一下咯!)

感悟：在已知条件中含有线段的和、差、倍、分关系，或要论证线段的和、差、倍、分关系时，通常采用截长补短法，同时运用等腰三角形的性质，有时还运用含 30°角的直角三角形的相关性质.

课评置台

知识与技能——知识是基，技能是本，知识与技能为方法垫底，为能力铺路.

一、用你的火眼金睛选出一个最理想的答案，填入题后的括号内.

1. 下列说法中正确的有 ( )

①有两边和其中一边上的中线对应相等的两个三角形全等；

②有两边和第三边上的高对应相等的两个三角形全等；

③有两边和第三边上的中线对应相等的两个三角形全等；

④有一条边对应相等的两个等腰直角三角形全等.

A. 0 个 B. 1 个 C. 2 个 D. 3 个

2. 如图 1-1-3，已知 $AB=AC$，$AD=AE$，AC 与 BE 交于 N，AB 与 CD 交于 M，BE、CD 交于 O，连接 DB、EC. 若 $\angle BAD=\angle CAE$，在不再连线的情况下，图中的全等三角形有 ( )

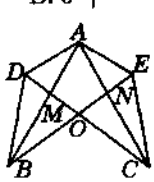


图 1-1-3

A. 9 组 B. 8 组 C. 7 组 D. 6 组

3. 已知 D 是 $\triangle ABC$ 的边 BC 上一点，且 $AB=AC=BD$，那么 $\angle ADB$ 和 $\angle CAD$ 的关系为 ( )

A. $\angle ADB=2\angle CAD$

B. $2\angle ADB+\angle CAD=180°$

C. $\angle ADB+2\angle CAD=180°$

D. $3\angle ADB-\angle CAD=180°$

4. 如图 1-1-4，在 $\triangle ABC$ 中，$AB=AC$，$\angle A=30°$，$BE=CD$，$BD=CF$，则 $\angle EDF$ 的度数为 ( )

A. 80° B. 75° C. 65° D. 60°

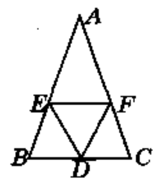


图 1-1-4

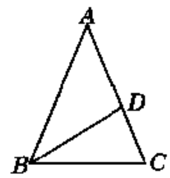


图 1-1-5

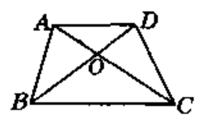


图 1-1-6

5. 如图 1-1-5，已知等腰 $\triangle ABC$ 中，顶角 $\angle A=36°$，BD 为 $\angle ABC$ 的平分线，则 $\frac{AD}{AC}$ 的值等于 ( )

A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ C. 1 D. $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$

6. 在 $\triangle ABC$ 中，$\angle ABC=2\angle ACB$，BD 平分 $\angle ABC$，$AD/\!/BC$，如图 1-1-6，则图中等腰三角形有 ( )

A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

7. 如图 1-1-7，$\triangle ABC$ 中，$\angle ABC$ 与 $\angle ACB$ 的平分线相交于 O 点，过 O 点作 $MN/\!/BC$，分别交 AB、AC 于 M、N. 若 $AB=12$，$AC=18$，$BC=24$，则 $\triangle AMN$ 的周长为 ( )

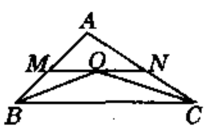


图 1-1-7

A. 30 B. 36 C. 39 D. 42

8. $\triangle ABC$ 中，$AB=AC$，$\angle ABC$ 与 $\angle ACB$ 的平分线相交于 D 点，$\angle ADC=130°$，则 $\angle CAB$ 的度数为 ( )

A. 80° B. 50° C. 40° D. 20°

9. $\triangle ABC$ 中，AD、BE 分别是边 BC、AC 上的高，若 $\angle EBC=\angle BAD$，则 $\triangle ABC$ 一定是 ( )

A. 等腰三角形 B. 等边三角形

C. 直角三角形 D. 等腰直角三角形

10. 如图 1-1-8，在$\triangle ABC$中，$\angle ABC$、$\angle ACB$的平分线相交于E，过E作$DF/\!/BC$交AB于D，交AC于F. 以下结论：①$\triangle BDE$、$\triangle CEF$都是等腰三角形；②$DF=BD+CF$；③$AD+DF+AF=AB+AC$；④$BE=DF$，其中正确的为（　　）

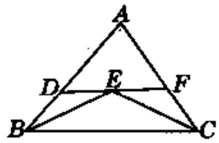


图 1-1-8

A. ①②　　　　B. ③④

C. ①②③　　　D. ①②③④

二、开动脑筋，查缺补漏，相信你一定很出色.

11. 已知$\triangle ABC$中，$AB=AC$，$CD\perp AB$于D，$BE\perp AC$于E，BE、CD交于点O，连接AO，则图中全等三角形共有______对，它们分别是________________________.

12. 如图 1-1-9，在$\triangle ABC$中，$\angle BAC=64°$，D、E、F分别为BC、CA、AB上的点，且$BD=BF$，$CD=CE$，则$\angle EDF$的度数是______.

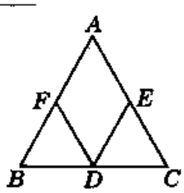


图 1-1-9

13. 若等腰三角形的两边长分别为 5 和 6，则其周长为______；若等腰三角形的两边长分别为m和n，则其周长为________.

14. 在$\triangle ABC$中，$AB=AC$，$\angle BAC=120°$，AB的垂直平分线交BC于点D，且$BD=5$ cm，则$DC=$__________.

15. $\triangle ABC$中，$\angle B=\angle C=60°$，过两内角平分线的交点O作直线平行于BC且分别交AB、AC于M、N. 若$BC=6$ cm，则MN的长为______，$\triangle AMN$的周长为________.

16. $\triangle ABC$中，$AB=AC$，$\angle A=36°$，BD、CE是角平分线，则图中共有______个等腰三角形.

三、陈述你完美的理由，展现你严密的思维.

17. 如图 1-1-10，在$\triangle ABC$中，BD是AC边上的中线，$BD\perp BC$于B，$\angle ABC=120°$.

求证：$AB=2BC$.

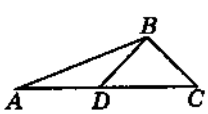


图 1-1-10

交流与拓展——交流同类教材，开阔视野，拓展思路.

18. 如图 1-1-11，$\triangle ABC$中，AD是高，CE是中线，$DC=BE$，$DG\perp CE$，G是垂足. 求证：

(1) G是CE的中点；

(2) $\angle B=2\angle BCE$.

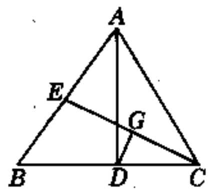


图 1-1-11

19.（人教版教材）如图 1-1-12，$\triangle ABC$是等边三角形，BD是中线，延长BC至E，使$CE=CD$. 求证：$DB=DE$.

如果把BD改为$\triangle ABC$的角平分线或高，能否得出同样的结论？

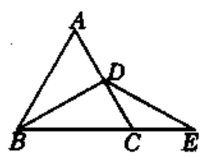


图 1-1-12

探究与应用——用你的智慧解决实际问题,亲身体验学习的乐趣和应用价值.

20. 求证:等腰三角形底边的高上任意一点到两腰的距离相等.

小红的做法如下

已知:如图 1-1-13,在$\triangle ABC$中,$AB=AC$,AD是BC边上的高,$DE\perp AB$,$DF\perp AC$,垂足分别为E、F.求证:$DE=DF$.

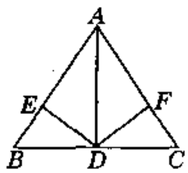


图 1-1-13

证明:$\because AB=AC$,AD是BC上的高,

$\therefore AD$是$\angle BAC$的平分线.

$\therefore \angle EAD=\angle FAD$.

$\because DE\perp AB$,$DF\perp AC$,

$\therefore \angle AED=\angle AFD=90°$.

又$\because AD=AD$,$\therefore \triangle AED\cong\triangle AFD$.

$\therefore DE=DF$.

小红的做法正确吗?若不正确,请说明原因,并给出正确的证明;若正确,请说明理由.

中考与创新——知识与考点对接,能力在这里升华.

21.(2004,苏州)已知:如图 1-1-14,正$\triangle ABC$的边长为a,D为AC边上的一个动点,延长AB至E,使$BE=CD$,连接DE,交BC于点P.

(1)求证:$DP=PE$;

(2)若D为AC的中点,求BP的长.

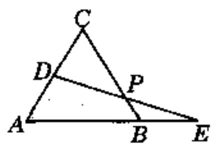


图 1-1-14

2 直角三角形

思维突破

掌握勾股定理及其逆定理的内容及推理过程，并弄清二者的区别. 勾股定理的逆定理是通过构造全等三角形来进行证明的. 二者的区别是：勾股定理应用的条件是在直角三角形中，得到三边的关系 $a^2+b^2=c^2$；逆定理应用的条件则是在一个三角形中，有三边的关系 $a^2+b^2=c^2$，得出此三角形是直角三角形.

掌握直角三角形全等的判定定理，即"HL"定理. 此定理的使用前提是在两个直角三角形中，有一条直角边和斜边对应相等，得到的结论是这两个直角三角形全等，但要注意它在任意三角形中不成立. 判定任意三角形的方法在判定两直角三角形全等时仍能使用.

勾股定理及其逆定理的证明思路是难点. 这两个定理的证明思路都是作一个三角形，使这个三角形与原三角形全等，再证出相应的结论. 同学们既不容易想到这种方法，也不太可能去应用这种构图方法去证明两个三角形全等，因而只要理解这个证明过程就可以了. 这两个定理的证明过程是一般的证三角形全等的思路.

典例感悟

【例 1】如图 1-2-1，在四边形 $ABCD$ 中，$AB=6$，$BC=8$，$CD=26$，$AD=24$，$\angle B=90°$，求四边形 $ABCD$ 的面积.

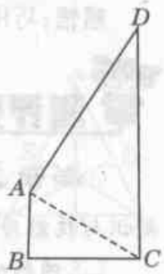


图 1-2-1

解析：由于 $AB=6$，$BC=8$，$\angle B=90°$，可联想到勾股定理，若连接 AC，则可由勾股定理求得 $AC=10$. 观察$\triangle ACD$ 的 3 边，发现它符合勾股定理的逆定理，故$\triangle ACD$ 是直角三角形. 两个直角三角形的面积易求，从而四边形的面积可求.

解：连接 AC，在直角$\triangle ABC$ 中，$AC^2=AB^2+BC^2$，即 $AC^2=6^2+8^2$，$\therefore AC=10$.

在$\triangle DAC$ 中，

$\because CD=26$，$AD=24$，$26^2=24^2+10^2$，

$\therefore \triangle DAC$ 是直角三角形，$\angle DAC=90°$.

$\therefore \triangle ABC$ 的面积$=\frac{1}{2}\times 6\times 8=24$，

$\triangle DAC$ 的面积$=\frac{1}{2}\times 10\times 24=120$.

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 的面积$=24+120=144$.

感悟：连接四边形的对角线，将四边形转化为两个三角形来处理的方法是处理四边形问题的常用方法.

【例 2】如图 1-2-2，折叠矩形纸片 $ABCD$，先折出折痕(对角线) BD，再折叠使 AD 也与对角线 BD 重合，得折痕 DG. 若 $AB=2$，$BC=1$，求 AG 的长.

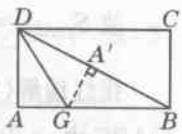


图 1-2-2

解析：AG 虽在 $Rt\triangle ADG$ 中，但因只有 AD 已知，而 DG 不可求，故考虑 A 在 DB 上折叠的重合点. 设其为 A'，则$\triangle AGD\cong\triangle A'GD$，从而找到了 AG 的等量 $A'G$. 在 $Rt\triangle A'BG$ 中，$A'B$ 可求，BG 可用含 AG 的代数式表示，应用勾股定理可求出 $A'G$，即 AG 的长.

解：过 G 作 $GA'\perp DB$，垂足为 A'，则$\triangle DAG\cong\triangle DA'G$，$AG=A'G$，$DA'=DA=BC=1$.

设 $AG=x$，则 $GA'=x$.

$DB=\sqrt{AD^2+AB^2}=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$，$A'B=DB-DA'=\sqrt{5}-1$，$BG=AB-AG=2-x$，

在 $Rt\triangle A'BG$ 中,$x^2+(\sqrt{5}-1)^2=(2-x)^2$,

解得 $x=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$. $\therefore AG=A'G=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$.

感悟:利用图形的性质,借助于勾股定理列出方程是解此题的关键,用代数方法解几何题是常用的方法之一.

【例 3】数学老师给出了两道题,请王小兵、张红瑞两位同学板演,题目和他们的解答过程如下:

(1)已知三角形两边长分别为 4 和 5,第三边上的高为 3,试求此三角形的面积;

(2)已知在等腰三角形中,一边长为 4,另一边长为 7,求底边上的高.

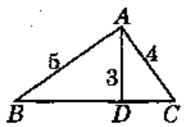


图 1-2-3

王小兵解(1) 如图 1-2-3,在$\triangle ABC$ 中,$AD\perp BC$,D 为垂足,设 $AB=5$,$AC=4$,$AD=3$,则在 $Rt\triangle ADB$ 和 $Rt\triangle ADC$ 中,应用勾股定理,可求得 $BD=\sqrt{5^2-3^2}=4$,$DC=\sqrt{4^2-3^2}=\sqrt{7}$.

$\therefore BC=BD+DC=4+\sqrt{7}$.

故 $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}BC\cdot AD=\frac{3}{2}(4+\sqrt{7})$.

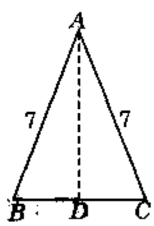


图 1-2-4

张红瑞解(2) 如图 1-2-4,在$\triangle ABC$ 中,$AB=AC=7$,$BC=4$,作 $AD\perp BC$ 于 D,则 $BD=\frac{1}{2}BC=2$.

$\therefore$ 在 $Rt\triangle ADB$ 中,应用勾股定理得 $AD=\sqrt{AB^2-BD^2}=\sqrt{7^2-2^2}=3\sqrt{5}$.

观察上面的解答过程,他们的解答正确吗?如果不正确,请指出错因并加以改正.

解析:利用勾股定理解题时,要全面地考虑问题,否则会出现漏解的情况.

解:(1)王小兵的解答不全面,他忽视了钝角三角形的高在三角形外的情况.本题满足题设条件的三角形,除王小兵所画的图形外,还有如图 1-2-5 所示的情况.

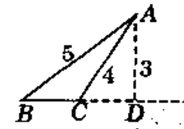


图 1-2-5

此时 $BC=BD-DC=\sqrt{5^2-3^2}-\sqrt{4^2-3^2}=4-\sqrt{7}$,故 $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}BC\cdot AD=\frac{3}{2}(4-\sqrt{7})$.

因此本题应有两解,其答案应为

$S_{\triangle ABC}=\frac{3}{2}(4+\sqrt{7})$ 或 $S_{\triangle ABC}=\frac{3}{2}(4-\sqrt{7})$.

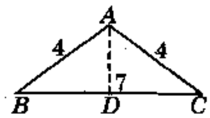


图 1-2-6

(2)张红瑞的解答不全面,她只考虑了底边为 4 的情况而忽视了底边为 7 的情况.如图 1-2-6,当底边为 7 时,

$$AD=\sqrt{AB^2-BD^2}=\sqrt{4^2-\left(\frac{7}{2}\right)^2}=\frac{\sqrt{15}}{2}.$$

因此本题应有两解,其结果是:底边上的高为 $3\sqrt{5}$ 或 $\frac{\sqrt{15}}{2}$.

感悟:巧用勾股定理的同时要全面分析问题.

课时整合

知识与技能——知识是基,技能是本,知识与技能为方法垫底,为能力铺路.

一、用你的火眼金睛选出一个最理想的答案,填入题后的括号内.

1. 使两个直角三角形全等的条件是 ( )

A. 一个锐角对应相等 B. 两个锐角对应相等

C. 一条边对应相等 D. 两条边对应相等

2. 下列命题中,不正确的是 ( )

A. 斜边对应相等的两个等腰直角三角形全等

B. 有两条边对应相等的两个直角三角形全等

C. 有一条边相等的两个等腰直角三角形全等

D. 有一条直角边和斜边上的中线对应相等的两个直角三角形全等

3. 给出下列命题:①在直角三角形中,两锐角互余;②有两个锐角不互余的三角形不是直角三

角形；③一条直角边对应相等的两个直角三角形全等；④有两个锐角对应相等的两个直角三角形不一定全等，其中正确的有 ( )

A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个

4. 判定两个直角三角形全等的方法有：

①两条直角边对应相等；②斜边和一锐角对应相等；③斜边和一条直角边对应相等；④面积相等. 其中不正确的是 ( )

A. ①② B. ①④ C. ②④ D. ④

5. 三角形中，若一个角等于其他两个角的差，则这个三角形是 ( )

A. 钝角三角形 B. 直角三角形

C. 锐角三角形 D. 等腰三角形

6. 如果两个三角形的两条边和其中一条边上的高分别相等，那么这两个三角形第三边所对的角的关系是 ( )

A. 相等 B. 不相等

C. 互余 D. 互补或相等

7. 如图1-2-7，$\triangle ABC$中，$AB=AC$，$BD\perp AC$于D，$CE\perp AB$于E，BD和CE交于O，AO的延长线交BC于F，则图中全等的直角三角形有 ( )

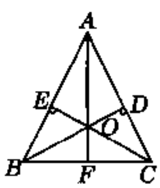


图1-2-7

A. 3对 B. 4对 C. 5对 D. 6对

8. 给出下列命题：①同旁内角互补，两直线平行；②全等三角形的对应边相等；③全等三角形的对应角相等；④如果两个角都是直角，那么它们相等，其中，其逆命题是真命题的有 ( )

A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个

9. 下列说法正确的是 ( )

A. 每个命题都有逆命题

B. 真命题的逆命题是真命题

C. 假命题的逆命题是假命题

D. 每个定理都有逆定理

10. 下列定理有逆定理的是 ( )

A. 直角都相等

B. 同旁内角互补，两直线平行

C. 全等三角形的对应角相等

D. 若$\frac{1}{a}=\frac{1}{b}$，则$a=b$

11. 下列命题中，逆命题不正确的是 ( )

A. 两直线平行，同位角相等

B. 全等三角形的面积相等

C. 面积相等的两个三角形全等

D. 直角三角形的两个锐角互余

12. 如图1-2-8所示，在$\triangle ABC$中，MD垂直平分AB于M，交BC于D，NE垂直平分AC于N，交BC于E，若$\angle BAC=\theta$，则$\angle DAE$等于 ( )

A. $\frac{\theta}{2}$

B. $180°-\frac{\theta}{2}$

C. $2\theta-90°$

D. $2\theta-180°$

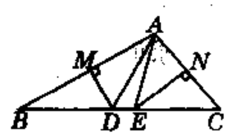


图1-2-8

二、开动脑筋，查缺补漏，相信你一定很出色.

13. 在$\triangle ABC$中，$\angle A:\angle B:\angle C=1:2:3$，则$\angle B=$______，这个三角形为__________.

14. 已知$Rt\triangle ABC\cong Rt\triangle A'B'C'$，$\angle C'=\angle C=90°$，$AB=5$，$BC=4$，$AC=3$，则$\triangle A'B'C'$的周长=______，面积=______，斜边上的高为______.

15. 如图1-2-9，$\triangle ABC$中，$\angle BAC=120°$，$AD\perp BC$于D，且$AB+BD=DC$，那么$\angle C$的度数是_______.

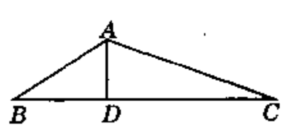


图1-2-9

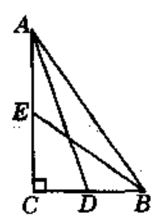


图1-2-10

16. 如图1-2-10，已知$Rt\triangle ABC$中，$\angle C=90°$，若中线$AD=7$，中线$BE=4$，则$AB=$______.

17. 如图 1-2-11,已知直角$\triangle ABC$ 中,$\angle B=90^{\circ}$,D、E 分别是边 AB、AC 的中点,$DE=4$,$AC=10$,则 $AB=$______.

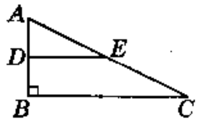


图 1-2-11

18. 已知$\triangle ABC$ 的 3 个内角$\angle A$、$\angle B$、$\angle C$ 的对边分别为 a、b、c,给出以下条件:

①$\angle A$、$\angle B$、$\angle C$ 的度数之比为 $1:2:3$;②$a:b:c=1:2:\sqrt{3}$;③$a=2,b=4,c=2\sqrt{5}$;④$\angle A=2\angle B=3\angle C$,其中不能推导出$\triangle ABC$ 为直角三角形的条件是____________(写序号即可).

三、陈述你完美的理由,展现你严密的思维.

19. 如图 1-2-12 所示,已知 $AB // DC$,$AD // BC$,$AE \perp BD$,$CF \perp BD$,垂足分别为 E、F.

求证:$AE=CF$.

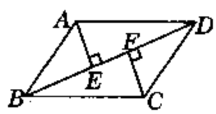


图 1-2-12

20. 在小岛 A 上有一观测站. 上午 8 时,观测站人员发现在距小岛正北方向 7 海里的 C 处有一艘船向正东方向航行;上午 10 时,该船到达距 A 岛 25 海里的 B 岛. 求该船的航行速度.

交流与拓展 交流同类教材,开阔视野,拓展思路.

21.(人教版教材)"远航"号、"海天"号轮船同时离开港口,各自沿一固定方向航行."远航"号每小时航行 16 海里,"海天"号每小时航行 12 海里,它们离开港口一个半小时后相距 30 海里. 如果知道"远航"号沿东北方向航行,能知道"海天"号沿哪个方向航行吗?

探究与应用——用你的智慧解决实际问题,亲身体验学习的乐趣和应用价值.

22. 如图 1-2-13 所示,$AC \perp BC$,$DF \perp EF$,$BF=EC$,$AB=DE$. 求证:$AB // DE$.

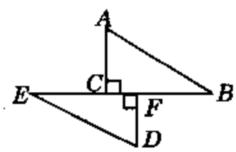


图 1-2-13

中考与创新——知识与考点对接,能力在这里升华.

23.(2006,枣庄)两个全等的含 30°、60°角的三角板 ADE 和三角板 ABC 如图 1-2-14 所示放置,E、A、C 3 点在一条直线上,连接 BD,取 BD 的中点 M,连接 ME、MC. 试判断$\triangle EMC$ 的形状,并说明理由.

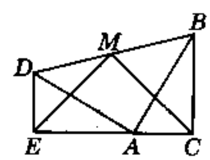


图 1-2-14

3 线段的垂直平分线

思维突破

本节重点是掌握线段的垂直平分线的性质定理和判定定理以及与其有关的性质．以线段的垂直平分线的性质定理作依据，可以直接证明两条线段相等，而不用证明两个三角形全等；用线段的垂直平分线的判定定理可证明线段的垂线和平分线（或中点）．三角形中三边的垂直平分线的交点就是该三角形外接圆的圆心，即三角形的外心．在学习性质定理时要注意其中的距离就是指两点间的距离，即两点间的线段的长，不要和点到直线的距离混淆，注意该定理的条件"垂直、平分"缺一不可．在使用判定定理判断某个点在线段的垂直平分线上时比较容易，但判断某条直线是线段的垂直平分线时，则要证明至少两点在这条直线上．

用尺规作图作已知线段的垂直平分线，这是基本作图之一．弄清作图的依据是线段的垂直平分线的判定定理，并由此可作已知底边和底边上的高的等腰三角形．

初学线段的垂直平分线定理时，思想较难转化，大部分同学在证线段相等时，仍通过证明两个三角形全等的方法，这样，往往使解题复杂化．

典例感悟

【例 1】如图 1-3-1，点 C、D 在 $\triangle ABE$ 的边 BE 上，$BC=DE$，$AB=AE$．

求证：$AC=AD$．

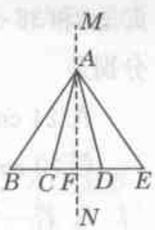


图 1-3-1

解析：要证 $AC=AD$，只需证点 A 在线段 CD 的垂直平分线上即可．联想到 $BC=DE$，故只需证点 A 在线段 BE 的垂直平分线上即可．

证明：如图 1-3-1，作线段 BE 的垂直平分线 MN 交 BE 于 F．

$\because AB=AE$，$\therefore$ 点 A 在线段 BE 的垂直平分线 MN 上（到一条线段两个端点的距离相等的点，在这条线段的垂直平分线上）．

又 $\because BC=DE$，$\therefore CF=DF$．

$\therefore$ 点 A 也在线段 CD 的垂直平分线上．

$\therefore AC=AD$（线段垂直平分线上的点到这条线段两个端点的距离相等）．

感悟：线段的垂直平分线定理主要是由位置关系（垂直平分）得出数量关系（线段相等）；逆定理主要是由数量关系（线段相等）得出位置关系（垂直平分），运用时一定要注意区分开来．

【例 2】如图 1-3-2 所示，在 $Rt\triangle ABC$ 中，过直角边 AC 上的一点 P 作直线交 AB 于点 M，交 BC 的延长线于点 N，且 $\angle APM=\angle A$．

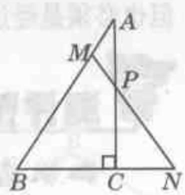


图 1-3-2

求证：点 M 在 BN 的垂直平分线上．

解析：要证点 M 在 BN 的垂直平分线上，根据垂直平分线定理的逆定理，我们只需证 M 到线段 BN 两端点的距离相等，即证 $BM=NM$ 即可．此时，问题就转化成了证 $\triangle BMN$ 为等腰三角形，这可由等角对等边得到，即证 $\angle B=\angle N$．

证明：$\because \angle APM=\angle A$，$\angle APM=\angle CPN$，

$\therefore \angle A=\angle CPN$．

在 $Rt\triangle ABC$ 和 $Rt\triangle PCN$ 中，$\angle B=90^\circ-\angle A$，$\angle N=90^\circ-\angle CPN$，

∴ $\angle B=\angle N$. ∴ $MB=MN$.

∴ 点 M 在 BN 的垂直平分线上.

感悟:思维僵化是解决此类问题的大忌.

【例 3】已知:如图 1-3-3 所示,$AB=AD$,$BC=CD$,AC 与 BD 相交于 E. 由这些条件你能推出哪些结论?(不再添加辅助线,不再标注其他字母,不必写推理过程,只要求写出 4 个你认为正确的结论.)

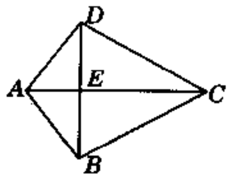


图 1-3-3

解析:这是一道开放性几何题. 由于 $AB=AD$,$BC=CD$,不难发现 AC 是线段 BD 的垂直平分线. 因此可得出一些线段相等、角相等及三角形全等的结论.

解:有以下结论可供参考:

① $DE=EB$;② $AC\perp BD$;③ $\angle ADB=\angle ABD$;④$\angle CDB=\angle CBD$;⑤$\triangle ABC\cong\triangle ADC$;⑥$\triangle ADE\cong\triangle ABE$;⑦$\triangle CDE\cong\triangle CBE$;⑧$AE$ 平分$\angle DAB$;⑨CE 平分$\angle DCB$ 等.

感悟:虽说是"写出 4 个你认为正确的结论",但也必须是经过推理得出的正确的结论.

课时整合

知识与技能——知识是基,技能是本,知识与技能为方法垫底,为能力铺路.

一、用你的火眼金睛选出一个最理想的答案,填入题后的括号内.

1. 已知 MN 是线段 AB 的垂直平分线,C、D 是 MN 上任意两点,则$\angle CAD$ 和$\angle CBD$ 之间的关系是 ( )

A. $\angle CAD>\angle CBD$　B. $\angle CAD=\angle CBD$
C. $\angle CAD<\angle CBD$　D. 不确定

2. 如图 1-3-4 所示,在$\triangle ABC$ 中,AD 垂直平分 BC,$AC=EC$,点 B、D、C、E 在同一条直线上,则 $AB+DB$ 与 DE 之间的关系是 ( )

A. $AB+DB>DE$
B. $AB+DB<DE$
C. $AB+DB=DE$
D. 非上述答案

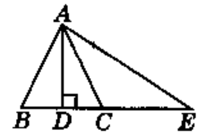


图 1-3-4

3. 如图 1-3-5 所示,A、B 是直线 l 外的两点,在 l 上求作一点 P,使 $PA+PB$ 最小,其作法是 ( )

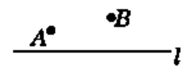


图 1-3-5

A. 连接 BA 并延长,与 l 的交点即为点 P

B. 连接 AB,并作线段 AB 的垂直平分线,与 l 的交点即为点 P

C. 过点 B 作 l 的垂线,垂线与 l 的交点为所求点 P

D. 过点 A 作 l 的垂线段 AO,O 是垂足,延长 AO 到 A',使 $AO=OA'$,再连接 $A'B$,$A'B$ 与 l 的交点就是所求点 P

4. 已知$\triangle ABC$ 中,$AB=AC$,AB 的垂直平分线交 AC 于 D,$\triangle ABC$ 和$\triangle DBC$ 的周长分别是 60 cm和 38 cm,则$\triangle ABC$ 的腰长和底边 BC 的长分别是 ( )

A. 24 cm 和 12 cm　B. 16 cm 和 22 cm
C. 20 cm 和 16 cm　D. 22 cm 和 16 cm

5. 若一个三角形两边的垂直平分线的交点在第三边上,则这个三角形是 ( )

A. 锐角三角形　B. 钝角三角形
C. 直角三角形　D. 不能确定

6. 到平面上 3 点 A、B、C 的距离相等的点有 ( )

A. 1 个　B. 2 个
C. 3 个或 3 个以上　D. 1 个或没有

7. $\triangle ABC$ 中,$AB=AC$,AC 的中垂线 DE 交 BC 于 E,若 $BE=2EC$,则$\angle A$ 等于 ( )

A. 150°　B. 120°　C. 90°　D. 60°

二、开动脑筋,查缺补漏,相信你一定很出色.

8. 如果平面内的点 C、D、E 到线段 AB 两端

点的距离相等，则 C、D、E 均在线段 AB 的____________________________.

9. 设 l 是线段 AB 的垂直平分线，并且 $CA \neq CB$，则点 C ________________.

10. 等腰三角形内有一点 P 到底边两端点的距离相等，则连接顶点和 P 的直线一定____________________底边.

三、陈述你完美的理由，展现你严密的思维.

11. 如图 1-3-6 所示，在 Rt△ABC中，$\angle ACB=90^\circ$，$\angle A<\angle B$，CM 是斜边 AB 的中线，将△ACM 沿直线 CM 折叠，点 A 落在点 D 处，如果 CD 恰好与 AB 垂直，那么 $\angle A=$______度.

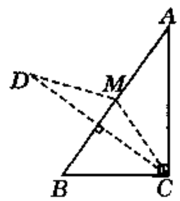


图 1-3-6

12. Rt△ABC 中，$\angle C=90^\circ$，AC 的垂直平分线交 AB 于 D，若 $AD=2$ cm，则 $BD=$______.

交流与拓展——交流同类教材，开阔视野，拓展思路.

13.（人教版教材）已知：如图 1-3-7，MN 垂直平分线段 AB、CD，垂足分别为 E、F.

求证：$AC=BD$，$\angle ACD=\angle BDC$.

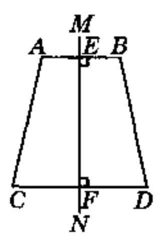


图 1-3-7

14. 如图 1-3-8，DE 为△ABC 中 AB 边的垂直平分线，D 为垂足，DE 交 BC 于 E，且 $AC=5$，$BC=8$. 你能发现△AEC 的周长与谁有关吗？试求△AEC 的周长.

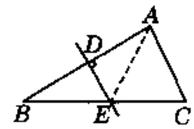


图 1-3-8

探究与应用——用你的智慧解决实际问题，亲身体验学习的乐趣和应用价值.

15. 如图 1-3-9 所示，已知 $AB=AC$，AB 的垂直平分线交 AC 于点 D，垂足是点 E，$\angle C=70^\circ$，则 $\angle BDC=$________.

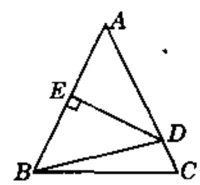


图 1-3-9

16. 如图 1-3-10 所示，△ABC 中，$BA=BC$，$\angle B=120^\circ$，AB 的垂直平分线交 AC 于 D.

求证：$AD=\frac{1}{2}DC$.

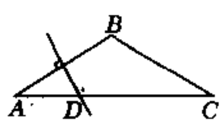


图 1-3-10

17. 已知:如图 1-3-11,在$\triangle ABC$中,AD是高,E在BC的垂直平分线上,BE交AD于F.求证:E在AF的垂直平分线上.

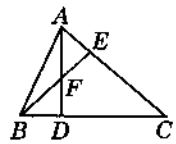


图 1-3-11

18. 已知:如图 1-3-12,在$\triangle ABC$中,$AD\perp BC$于D,$CD=AB+BD$,$\angle B$的平分线交AC于点E.求证:点E恰好在BC的垂直平分线上.

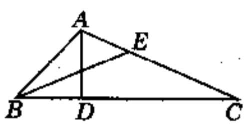


图 1-3-12

19. 如图 1-3-13,已知OE、OF分别是$\triangle ABC$的边AB、AC的中垂线,$\angle OBC$、$\angle OCB$的平分线相交于点I.求证:$OI\perp BC$.

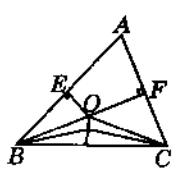


图 1-3-13

中考与创新——知识与考点对接,能力在这里升华.

20. 如图 1-3-14,O是$\angle APB$内的一点,点M、N分别是点O关于PA、PB的对称点,MN与PA、PB的交点分别是E、F.若$MN=18$ cm,则$\triangle OEF$的周长是多少?

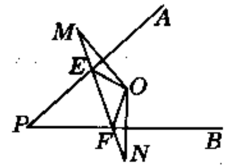


图 1-3-14

21. 如图 1-3-15,$\triangle ABC$是等边三角形,延长BC至E,延长BA至F,使$AF=BE$,连接CF、EF,过点F作直线$FD\perp CE$于D.求证:FD是$\triangle FCE$的对称轴.

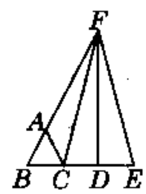


图 1-3-15