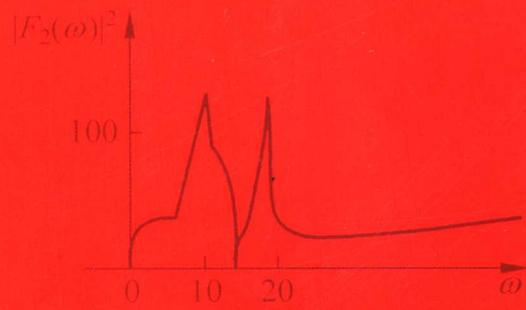
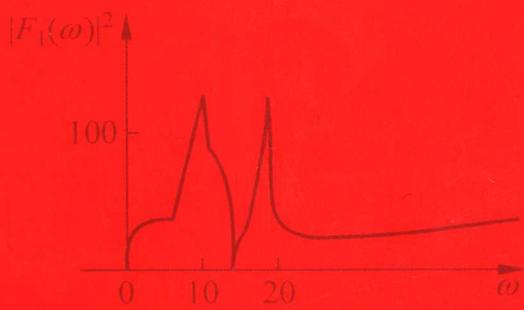
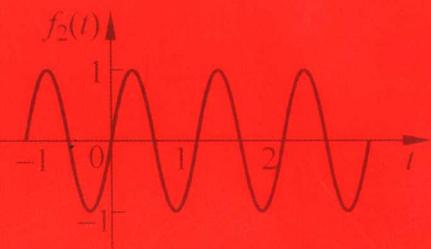
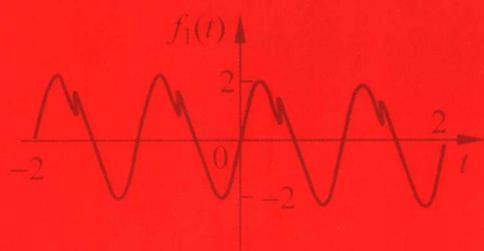




普通高等教育“十一五”国家级规划教材

# 信号与系统

潘建寿 高宝健 编著



清华大学出版社



# 信号与系统

潘建寿 高宝健 编著

清华大学出版社  
北京

## 内 容 提 要

本书共分8章,每章配有适量习题。第1章介绍了信号与系统分析的基本概念和必要的预备知识;第2章讨论了信号与系统的时域分析方法;第3章和第4章分别讨论了信号与系统频域分析的基本理论、方法及应用;第5章和第6章分别讨论了拉普拉斯变换的理论、方法及其在信号与系统分析中的应用;第7章介绍了离散时间信号与系统的时域、z域分析方法;第8章介绍了信号分析的小波变换方法。

本书主体内容按照先信号分析后系统分析、先时域分析后变换域分析、先基本理论后应用实例的体系,采用统一观点和方法进行阐述;在内容剪裁和编排上,偏重信号处理较完善的基本方法和理论,体现了课程内容的基础性要求和应用性特点。本书配套有电子教案和《信号与系统导学指南》。

本书可作为高等院校电气、电子、信息、计算机等专业本科生的教材,也可供相关领域的工程技术人员参考。

版权所有,翻印必究。举报电话:010-62782989 13501256678 13801310933

本书封面贴有清华大学出版社防伪标签,无标签者不得销售。

本书防伪标签采用特殊防伪技术,用户可通过在图案表面涂抹清水,图案消失,水干后图案复现;或将表面膜揭下,放在白纸上用彩笔涂抹,图案在白纸上再现的方法识别真伪。

### 图书在版编目(CIP)数据

信号与系统/潘建寿,高宝健编著. —北京: 清华大学出版社,2006.11

ISBN 7-302-13752-8

I. 信… II. ①潘… ②高… III. 信号系统 IV. TN911.6

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 105279 号

出 版 者: 清华大学出版社 地 址: 北京清华大学学研大厦

<http://www.tup.com.cn> 邮 编: 100084

社 总 机: 010-62770175 客户服务: 010-62776969

责任编辑: 刘 彤

印 刷 者: 北京国马印刷厂

装 订 者: 北京市密云县京文制本装订厂

发 行 者: 新华书店总店北京发行所

开 本: 185×260 印张: 18 字数: 442 千字

版 次: 2006 年 11 月第 1 版 2006 年 11 月第 1 次印刷

书 号: ISBN 7-302-13752-8/TN · 354

印 数: 1 ~ 3000

定 价: 26.00 元

# 信

# Preface

前

言

息科学与技术的发展已经极大地影响和正在影响着社会的经济和人们的生活。有关信息的获取、传输、处理和利用的基本理论、相关技术及方法,已成为科技工作者的必备知识。因此,“信号与系统”作为一门研究信号与系统分析的基本理论和方法的基础性课程,得到了各相关专业更为广泛的关注。

西北大学信息科学与技术学院在 20 世纪 90 年代就将该课程列为系级平台课,学校又于 2001 年将“信号与系统”作为重点课程立项建设。基于此及我们多年的教学实践编写了这本教材。本教材的基本构思是:

1. 采用统一观点和方法阐述课程内容,即任何实际信号都可以分解成一系列基本信号的线性组合;线性时不变系统对任一输入信号的响应都可以看成是系统对基本信号分量分别作用时响应的叠加;不同的信号分解方法将导致不同的系统分析方法。由此,从时域到频域、复频域、 $z$  域及小波域,思路连贯,观点统一,有利于学生的理解和掌握,深化对整篇内容的认识。
2. 主体内容按照先信号分析后系统分析、先时间域分析后变换域分析、先基本理论后应用实例安排,既要考虑前后内容衔接的连贯性,考虑不同方法演变、过渡自然,又要考虑教学过程的方便与可操作性。
3. 在内容剪裁和编排上,其一,考虑了教材内容的基础性和先进性,特别是考虑到小波方法事实上越来越大众化的应用,引入了时频分析的概念及小波变换,并应用系统滤波的讨论问题的思路方法,使问题更易于理解;其二,在对连续时间信号与系统和离散时间信号与系统问题的处理上,保持体系上相对独立,内容上基本并行,但又不过分追求体系上的对等与内容上的对应,重点强调两类信号与系统的相互联系和重要区别,从而摒弃那些并非最基本、最常用的内容,使教材篇幅得以减少,基本内容和重点内容更加突出,较为适应少学时的要求,使学生有可能在较短的时间内获得大的信息量;其三,将基本理论的内容和方法的应用分别独立成章,既可保证厚基础的要求,又能照顾实际工程应用的需要,以体现“信号与系统”课程内容的基础性地位和应用性特点。

4. 本教材配套有电子课件及独立的习题求解指南,以方便教学使用和学生自学。

本书第 1~6 章、第 8 章由潘建寿编写,第 7 章由高宝健编写,卜起荣、王宾、王琳及研究生张永宜、魏瑞斌、齐琼、许利显、吴亚鹏、唐宏震等在各章习题准备、插图绘制、书稿录入、校对文稿等方面做了大量的工作。全书最后由潘建寿统稿。

在本书构思及编写过程中,得益于赵健博士、王大凯教授、彭进业教授、张志勇教授的讨论及他们所给予的关心;电信教研室的老师们更是给予了许多支持和帮助,在此一并表示感谢。还要感谢系教学委员会的老师们,感谢他们在审查本课程教学大纲、教案和电子文档中所提出的改进性建设;感谢历届电子信息科学与技术、电子信息工程及通信工程专业的同学们,他们有意无意地给了我们许多启示,使我们从内容安排到具体描述方法上都有所改进。

清华大学出版社对本书的出版给予了极大的支持和帮助,他们对工作的热情与认真,对事业的执著与追求,既令我感动也使我敬佩。

全书共分 8 章,每章均附有适量习题。在习题的选取上,有基本内容的习题,用以检验、理解基本概念和熟练分析方法,还有部分与实际应用结合较紧密的习题,以引申正文内容,适应不同层次的读者需求。本书全部内容适合于 60 学时的教学,可作为电子信息类专业本、专科学生的教材或教学参考书,亦可供相关领域的技术工作者参考。

由于作者水平有限,本书在内容取材、体系安排、文字表述等方面必有不妥甚至错误,敬请读者批评指正。

#### 作 者

2006 年 8 月于西北大学

# Contents

目

录

<b>第 1 章 信号与系统的基本概念</b>	1
1.1 信号的基本概念	1
1.1.1 信息与信号	1
1.1.2 信号的属性及其描述	2
1.1.3 信号的分类	4
1.1.4 几种常用的基本信号	5
1.1.5 信号的基本运算	11
1.1.6 信号的分解	22
1.2 系统的基本概念	26
1.2.1 电路与系统	26
1.2.2 系统的描述	26
1.2.3 系统的性质	31
1.2.4 系统的分类	33
1.2.5 线性时不变系统	34
1.3 信号与系统	35
1.3.1 信号分析与信号分析方法	35
1.3.2 系统分析与系统分析方法	36
1.3.3 信号与系统分析方法的应用	36
习题	37
<b>第 2 章 信号与线性时不变系统的时域分析</b>	41
2.1 引言	41
2.2 连续时间线性时不变系统的微分方程分析(一)——经典求解法	42
2.2.1 齐次解 $y_h(t)$	42
2.2.2 特解 $y_p(t)$	43
2.2.3 完全解	43
2.2.4 关于实际系统中的初始条件问题	44

2.3 连续时间线性时不变系统的微分方程分析(二)——现代系统分析法	46
2.3.1 零输入响应 $y_x(t)$	46
2.3.2 零状态响应 $y_f(t)$	48
2.4 单位冲激响应	49
2.4.1 单位冲激响应的概念及其相关特性	49
2.4.2 线性时不变系统冲激响应 $h(t)$ 的求取方法	50
2.5 卷积积分的系统意义	52
习题	54

### 第3章 傅里叶级数与傅里叶变换 57

3.1 引言	57
3.2 傅里叶级数	57
3.2.1 三角形式的傅里叶级数	57
3.2.2 指数形式的傅里叶级数	59
3.2.3 周期信号的频谱	61
3.2.4 函数的对称性与傅里叶系数的关系	64
3.2.5 吉布斯现象与有限项傅里叶级数	67
3.3 几种常用周期信号的傅里叶级数	69
3.3.1 周期矩形脉冲信号	69
3.3.2 其他周期信号	71
3.4 傅里叶变换	73
3.4.1 从傅里叶级数到傅里叶变换	73
3.4.2 非周期信号的频谱	75
3.4.3 傅里叶级数与傅里叶变换的关系	76
3.5 傅里叶变换的性质	78
3.5.1 线性性质	78
3.5.2 奇偶虚实性质	78
3.5.3 对称性质	80
3.5.4 尺度变换性质	80
3.5.5 时移性质	82
3.5.6 频移性质	82
3.5.7 微分性质	82
3.5.8 积分性质	83
3.5.9 卷积性质	84
3.6 几种常用非周期信号的傅里叶变换	85

3.6.1 单位冲激信号 $\delta(t)$	86
3.6.2 单位直流信号	86
3.6.3 单位阶跃信号 $u(t)$	87
3.6.4 符号函数 $\text{sgn}(t)$	88
3.6.5 矩形脉冲信号	89
3.6.6 高斯信号	90
3.6.7 指数函数	91
3.7 周期信号的傅里叶变换	93
3.7.1 一般周期信号的傅里叶变换	93
3.7.2 正、余弦信号的傅里叶变换	95
3.7.3 单边周期信号的傅里叶变换	97
3.8 傅里叶反变换	99
3.8.1 利用公式求傅里叶反变换	99
3.8.2 利用傅里叶变换的性质和常用信号的傅里叶变换对求傅里叶反变换	99
3.8.3 部分分式展开法	101
习题	102
<b>第4章 傅里叶方法在信号与系统分析中的应用</b>	<b>106</b>
4.1 信号采样与采样信号的傅里叶变换	106
4.1.1 时域采样	106
4.1.2 频域采样	109
4.1.3 采样定理与恢复定理	111
4.2 傅里叶方法在系统分析中的应用	113
4.3 时分复用	115
4.4 无失真传输系统	117
4.4.1 失真的概念	117
4.4.2 无失真传输系统	118
4.5 理想低通滤波器	119
4.5.1 理想低通滤波器的特性	119
4.5.2 信号通过理想低通滤波器	121
4.5.3 物理可实现滤波器的约束条件	124
4.5.4 理想滤波器的逼近实现——非理想滤波器	125
4.6 调制与解调	126
4.7 频分复用	128

4.8 因果信号的傅里叶变换 .....	129
4.8.1 因果信号的傅里叶变换与希尔伯特变换 .....	129
4.8.2 希尔伯特变换的物理意义 .....	130
4.8.3 希尔伯特变换的性质 .....	131
4.9 时域窗与频域窗 .....	132
习题 .....	134
<b>第5章 拉普拉斯变换.....</b>	<b>137</b>
5.1 从傅里叶变换到拉普拉斯变换 .....	137
5.2 拉普拉斯变换的收敛域 .....	138
5.2.1 收敛域的概念 .....	138
5.2.2 信号时域特征与收敛域的关系 .....	140
5.3 拉普拉斯变换的性质 .....	143
5.4 单边拉普拉斯变换及其性质 .....	150
5.4.1 单边拉普拉斯变换 .....	150
5.4.2 单边拉普拉斯变换的性质 .....	151
5.5 拉普拉斯变换的性质应用举例 .....	154
5.6 拉普拉斯反变换 .....	158
5.6.1 反演积分与留数定理 .....	158
5.6.2 查表法 .....	159
5.6.3 部分分式展开法 .....	160
5.6.4 举例 .....	164
习题 .....	165
<b>第6章 拉普拉斯变换在系统分析中的应用.....</b>	<b>170</b>
6.1 连续时间线性时不变系统的复频域分析 .....	170
6.1.1 松弛线性系统的复频域分析 .....	170
6.1.2 增量线性系统的复频域分析 .....	172
6.1.3 RLC系统的复频域分析 .....	174
6.2 系统函数 .....	177
6.3 系统函数的表示形式与系统的级联结构 .....	181
6.3.1 系统函数的表示形式 .....	181
6.3.2 系统的级联结构 .....	182
6.4 系统函数的零极点分布与系统时域特性的关系 .....	185
6.4.1 左半平面的极点 .....	186

6.4.2 $j\omega$ 轴上的极点 .....	186
6.4.3 右半平面的极点 .....	187
6.5 系统函数的零极点分布与系统频率特性的关系 .....	188
6.6 系统函数的零极点分布与系统稳定性之间的关系 .....	191
6.6.1 系统稳定性的概念和意义 .....	191
6.6.2 稳定系统的零极点分布 .....	192
6.6.3 系统的稳定性准则 .....	193
6.7 几种常用系统的系统函数及其频率特性 .....	196
6.7.1 全通系统 .....	196
6.7.2 最小相移系统 .....	197
6.7.3 可实现的低通滤波系统 .....	199
6.8 波特图——系统频率特性的工程表示 .....	201
6.8.1 一阶因子的波特图 .....	202
6.8.2 二阶因子波特图 .....	204
习题 .....	207
<b>第 7 章 离散信号与离散系统分析 .....</b>	<b>212</b>
7.1 离散信号及运算 .....	212
7.1.1 常用的时域离散信号 .....	212
7.1.2 时域离散信号的运算 .....	215
7.2 离散系统时域分析 .....	219
7.2.1 采样系统的差分方程描述 .....	219
7.2.2 差分方程的经典解法 .....	220
7.2.3 LTI 离散系统的零输入响应和零状态响应 .....	222
7.2.4 单位序列响应和单位阶跃响应 .....	224
7.3 $z$ 变换及其性质 .....	227
7.3.1 $z$ 变换 .....	227
7.3.2 $z$ 变换的性质 .....	229
7.3.3 逆 $z$ 变换 .....	232
7.4 离散系统的 $z$ 域分析 .....	235
7.4.1 差分方程的变换域解法 .....	235
7.4.2 系统函数 $H(z)$ .....	237
7.4.3 离散系统的 $z$ 域框图 .....	239
7.5 $z$ 变换与拉普拉斯变换的关系 .....	240
7.6 离散系统的频率响应特性 .....	242

习题	244
<b>第8章 从傅里叶变换到小波变换</b>	<b>252</b>
8.1 引言	252
8.2 时-频分析与窗口傅里叶变换	254
8.2.1 窗口傅里叶变换的引入	254
8.2.2 窗口傅里叶变换的能量守恒性	255
8.2.3 从系统的观点看窗口傅里叶变换	256
8.2.4 时间-频率局域化	257
8.2.5 窗口傅里叶变换的瞬时分辨率	260
8.3 小波变换	261
8.3.1 从窗口傅里叶变换到小波变换	261
8.3.2 小波函数的性质	263
8.3.3 小波变换的冗余度与重构核	263
8.4 多分辨分析	265
8.4.1 多分辨分析的基本概念	265
8.4.2 多分辨率分析与小波变换	267
8.5 小波变换的应用及其举例	271
<b>参考文献</b>	<b>273</b>

## 1.1 信号的基本概念

21世纪是一个信息的社会，人们在各项社会活动与日常生活中，总离不开对信号的获取、存储、传输、处理、再现与使用，尽管在各个不同的活动领域有不同的具体问题，然而信息的传输都是其中的主要任务。

### 1.1.1 信息与信号

信息是人类社会和自然界中需要提取、传输、交换、存储和使用的抽象内容，它存在于一切事物之中，并伴随着事物的变化和运动而产生。

世界是物质的，没有物质就没有世界。运动是绝对的，宇宙万物无时不在运动，因此，信息是普遍存在的。

信息是物质的属性，但不是物质自身。事物运动的状态和方式一旦表现出来，就可以脱离原来的事物而相对独立地负载于别的事物之上，被提取、传输、存储或处理。这表明：信息不等于它的源事物，也不等于它的载体，它虽不等于物质本身，但它也不可能脱离物质而独立存在，必须以物质为载体。那么，信息究竟是什么？关于信息的科学定义，目前已有许多种说法，它们都是从不同的侧面和不同的层次来揭示信息的本质：

(1) 信息就是事物运动的状态和方式，就是关于事物运动的千差万别的状态和方式的知识。

(2) 信息是事物运动状态或存在方式的不确定性的描述。

(3) 信息是反映事物的形式、关系和差别的东西。信息包含于客体间的差别中，而不是在客体本身之中。

.....

总而言之，信息是抽象的，伴随着事物的变化和运动而产生。

由于信息是抽象的内容，为了传递它、交换它和使用它，必须用某种物理方法将其表达出来。这种表达可以用语言、文字、图像、数据或符号来实现，换句话说，信息通常隐含于一些按一定规则组织起来的约定的“符号”之中，称这种用约定方式组成的符号为“消息”。一般而言，消息不便于高效率、高可靠性地远距离传递，因此，需要用光、声、电等物理量来运载，运载消息的光、声、电等物理量被称为信号。如古代烽火台的狼烟是光信号，轮船的鸣笛是声信号，电视发射的电磁波是电信号等。在各种信号中，电信号是应用最广泛的一类信

号,这不仅是由于电信号通常的表现形式为随时间变化的电流、电压、电荷或磁通量,而且许多非电信号,如力、速度、转矩、温度、压力、流量、功率、光、声音等都可以通过适当的传感器变换成电信号。因此研究电信号具有普遍的意义,电信号是本课程的主要研究对象。

### 1.1.2 信号的属性及其描述

#### 1. 信号的属性

无论是对于信号分析还是对于系统分析而言,透彻地了解和研究信号的各种属性是十分重要的。因为在信息系统中信号是一个重要的客体,一方面它承载着信息,另一方面它是传输、变换和处理的对象,换句话说,系统的特征是由信号决定的。

信号的属性首先表现为时间特性。一个信号的时间函数包含了信号的全部信息,这集中反映在信号随时间变化的波形上,包括信号持续时间的长短、变化速率的快慢、幅度的大小、初始出现的时刻等。信号的时间特性,直观、显见,比较符合人们的认识习惯,是信号的一种重要特性。

信号还具有频率属性。例如轮船的汽笛声和火车的汽笛声不同,就是因为两种声音所包含的频率成分不一样,前者的频率较低,因而听起来声音低沉浑厚;后者的频率较高,因而高亢洪亮。因此,信号可以用它所具有的频率成分来表示。将一个信号所包含的频率分量的幅度和相位分别按频率的高低依次排列就成为信号的频谱。信号的频谱是信号在频率域的表示,它集中反映了信号的频率特性,如信号所包含的频率分量和各分量的幅度、相位等。可见,频谱中也同样包含了信号的全部信息。信号的频率特性,物理概念清楚,能准确给出信号所具有的而一般在时域却不能直观得到的信息,进而揭示出信号更本质的内容。

信号也具有能量属性。因为任何信息传输的过程都必然伴随着一定的能量传输。连续时间信号的能量定义为

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} |f(t)|^2 dt \quad (1-1)$$

离散时间信号的能量定义为

$$E = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |f(n)|^2 \quad (1-2)$$

称总能量为有限值的信号为能量信号,而把总能量为无限大但平均功率为有限值的信号称为功率信号。

#### 2. 信号的描述

##### (1) 数学表达式

描述信号的基本方法是写出它的数学表达式。这个表达式一般是时间的函数,常记为  $f(t)$ ,如

$$f(t) = \begin{cases} A, & nT - \frac{\tau}{2} < t < nT + \frac{\tau}{2}, n = 0, \pm 1, \dots \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (1-3)$$

式(1-3)表示了一个宽度为  $\tau$ ,幅度为  $A$ ,周期为  $T$  的矩形脉冲信号。正因为信号可以用函数来表示,故在许多情况下常常将信号和函数两个词通用。用函数表示信号便于数学分析。

## (2) 时间波形表示

函数的图像(形)称为信号的波形,如图 1-1。

用时间函数的波形表示信号,直观,明确,容易理解。

## (3) 频率成分表示

信号的频率含量是信号研究中的一个重要概念。

对于绝大多数信号来说,可以用信号中存在的频率分量表示该信号。对周期信号而言,这里所说的频率分量就是信号被分解成正弦波族确定的频率分量,如

$$\begin{aligned} f(t) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} F(n\omega_1) e^{jn\omega_1 t} \\ &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} |F(n\omega_1)| e^{j(n\omega_1 t + \angle F(n\omega_1))} \end{aligned} \quad (1-4)$$

式中  $|F(n\omega_1)|_{n=0} = F(0)$  为信号的直流分量,  $|F(n\omega_1)|$  是第  $n$  次频率分量的振幅,  $n\omega_1$  (rad/s) 是第  $n$  次频率分量的角频率,  $\angle F(n\omega_1)$  是第  $n$  次频率分量的相位。可见式(1-4)定义的信号完全由各频率分量的振幅  $|F(n\omega_1)|$ 、频率  $n\omega_1$  和相位  $\angle F(n\omega_1)$  所确定。这表明,信号的特征可以通过对组成该信号的各个频率分量的振幅、频率和相位来研究。用频率成分表示信号,有利于揭示出信号的本质,一些在波形表示及时间函数表示中不易看出的信号的属性,如频率、相位、振幅,就会一目了然。

**例 1.1** 将式(1-3)所描述的周期矩形脉冲信号用频率成分表示,取  $\tau = 1\text{s}$ ,  $T = 5\text{s}$ 。

解

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} F(n\omega_1) e^{jn\omega_1 t}$$

其中

$$F(n\omega_1) = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} e^{-jn\omega_1 t} dt = \frac{2}{n\omega_1 T} \sin \frac{n\omega_1}{2}$$

将  $\omega_1 = \frac{2\pi}{T}$  代入有

$$F(n\omega_1) = \frac{1}{n\pi} \sin \frac{n\pi}{T}$$

## (4) 频谱图表示

对式(1-4)定义的信号,  $n\omega_1$  作为频率实变量,可以画出振幅  $|F(n\omega_1)|$  随  $n\omega_1$  变化的曲线,由这些点向对应的  $n\omega_1$  轴作垂线,所得到的图就是周期信号的线状频谱图,称为信号  $f(t)$  的振幅频谱。振幅频谱显示了组成该信号的各个频率分量的幅度关系。

如果以  $n\omega_1$  作为频率实变量,也可以画出相位  $\angle F(n\omega_1)$  (度或弧度) 随频率  $n\omega_1$  变化的曲线。由  $\angle F(n\omega_1)$  点向对应的  $n\omega_1$  轴作垂线,就得到了该信号的线状相位频谱图,称为信号  $f(t)$  的相位频谱。相位频谱反映了组成该信号的各个频率分量的相位关系。

图 1-2 给出了周期矩形脉冲信号的振幅频谱和相位频谱图。

除了上述较为直观的描述方法之外,还有其他一些信号描述的方法。如各种正交变换、连续信号的离散表示等。在实际问题中,选择表示信号的方式,要有利于对信号的研究和分析。

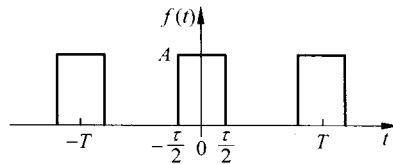


图 1-1 式(1-3)的图像(形)  
矩形脉冲信号的波形

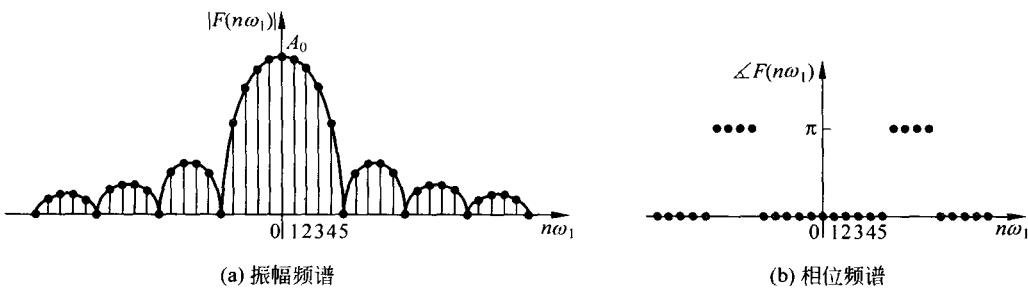


图 1-2 周期矩形脉冲信号的振幅频谱和相位频谱

### 1.1.3 信号的分类

信号的形式是多种多样的,要研究信号,必须将其进行分类。如何对信号进行分类,取决于分析问题的角度。

#### 1. 确知信号与随机信号

根据信号取值的规律,信号可分为确知信号和随机信号。如果信号可以表示为一个或几个自变量的确定函数,对于指定的自变量值,可得到一个相应的函数值,称该信号为确知信号,如正弦信号。如果信号不是自变量的确定函数,即对自变量指定某一个值时,信号值并不确定,而只知道该信号取某一数值的概率,称这种信号为随机信号。

严格来说,带有信息的信号往往具有不可预知的不确定性,因为在一个通信系统中,如果传输的是确知信号,就不可能由它得知任何其他新的信息,因而也就失去了通信的意义。尽管如此,对确知信号的研究仍然是基本的也是重要的。一方面是因为有些实际信号与确知信号有相近的特性,可以近似理想化为确知信号,使问题的分析大大简化,以便工程上实际应用;另一方面,研究确知信号是研究随机信号的基础。

#### 2. 连续信号与离散信号

按照自变量取值是否连续可以将信号分为连续信号和离散信号。如果在所讨论的时间间隔内,除若干不连续点之外,对于任意时间值都可以给出确定的函数值,此信号就称为连续信号。例如记录在录音带或唱片上的音乐信号、电话线上传输的语音信号、连续测量的温度曲线、式(1-3)所描述的矩形脉冲信号等。如果信号的自变量只取离散点上的数值(一般是整数值),信号值为连续值,这种信号称为离散信号。实际常用的离散信号有两种情况,一种是信号本身是离散的,如描述逐年人口统计情况的信号、反映工厂每月产量的信号、股票市场指数等;另一种是对连续信号按照某种方式采样得到的信号,如将  $f(t)$  以  $\Delta t$  为间隔采样,得到  $f(n\Delta t)$  等。如果将离散信号的信号幅值加以量化,并用二进制或十六进制的数码来表示,这种量化后的离散时间信号称为数字信号。计算机处理的就是数字信号。需要说明的是,在实际问题中,有时候信号的自变量并不一定具有时间的意义。例如描述大气压随海拔高度变化的信号,其自变量表示海拔高度;描述一幅新闻图片的信号,其自变量是图片上各点的坐标位置(这是一个二维信号)等。在研究信号时,为了方便,不再考虑自变量的实

际的物理意义,而统称自变量为时间变量。

### 3. 周期信号与非周期信号

周期信号的特点是将一个时限波形以一定时间间隔周而复始重复,是一个无始无终的信号,可以表示为

$$f(t) = f(t - nT), \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \text{(任意整数)}$$

满足此式的最小  $T$  值称为信号的周期。可见,只要给出周期信号在任一周期的变化过程,就可确定它在任一时刻的数值。

非周期信号在时间上不具有周而复始的特性,它可以是有限时间的,也可以是无限时间的。若令周期信号的周期  $T$  趋于无限大,周期信号就成为非周期信号,基于这一点可以建立起傅里叶级数和傅里叶变换的有效联系。

如果一个周期信号的周期较长,且在其周期内信号变化无规律(随机),则利用这种长周期的可知信号可以构成所谓“伪随机信号”。从某一时间来看,伪随机信号变化无规律,是随机的,但经过一定周期后,波形严格重复,所以称为“伪”随机信号。利用这一特点产生的伪随机码在通信系统中有着广泛的应用。

除上述划分方式之外,还可以将信号分为能量受限信号(简称能量信号)和功率受限信号(简称功率信号)、电视信号、广播信号、雷达信号、控制信号、载波信号、已调信号、调制信号和通信信号等,这里不一一列举。

#### 1.1.4 几种常用的基本信号

下面给出几种常用的基本信号。这类信号很重要,不仅是因为要经常用到它们,而且由它们可以构成许多其他信号,换个方式来说,可以将其他信号分解成(或表示为)这些基本信号的组合。因此,这些基本信号不论是对于信号与系统基本特性的研究,还是对于信号与系统分析方法的讨论,都是非常重要的。

##### 1. 指数信号

连续时间指数信号的一般形式为

$$f(t) = ce^{\alpha t} \quad (1-5)$$

式中,  $c$  和  $\alpha$  可以是实常数,也可以是复数或虚数,如  $\alpha = j\omega$ ,  $\alpha = \sigma + j\omega$ 。

##### 2. 正弦信号

正弦信号和余弦信号二者仅在相位上相差  $\pi/2$ ,在本课程中统称为正弦信号。

连续时间正弦信号的一般表达式为

$$f(t) = A \cos(\omega_0 t + \phi) \quad (1-6)$$

式中  $A$  为振幅,  $\phi$  为初相位,  $\omega_0$  为角频率。

连续时间正弦信号是周期信号,其基波周期  $T_0$ 、基波频率  $f_0$  和角频率  $\omega_0$  之间的关系为  $T_0 = 1/f_0 = 2\pi/\omega_0$ ; 当基波周期  $T_0 \rightarrow \infty$ , 角频率  $\omega_0 \rightarrow 0$  时,  $f(t) = c$  称为直流信号。

连续时间正弦信号是应用十分广泛的基本信号,它是最简单的声波、光波、机械波、电波等物理现象的数学抽象。图 1-3 是正弦信号的波形表示。

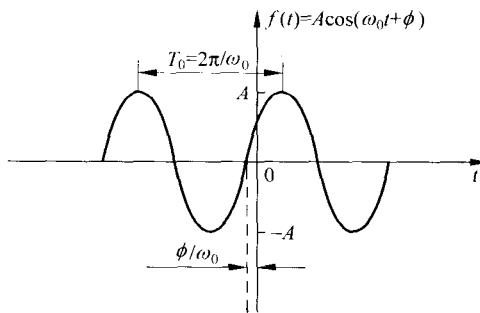


图 1-3 正弦信号的波形

### 3. 单位阶跃信号

连续时间单位阶跃信号定义为

$$u(t) = \begin{cases} 1, & t > 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases} \quad (1-7)$$

其波形如图 1-4 所示,该信号在  $t=0$  处是不连续的。

单位阶跃信号不仅在信号与系统分析中有着十分重要的作用,而且在简化信号的时域表示方面也非常有用。如根据单位阶跃信号的特性,双边信号乘以单位阶跃信号就变成了单边信号:

$$\begin{aligned} f(t)u(t) &= \begin{cases} f(t), & t > 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases} \\ f(t)u(t - t_0) &= \begin{cases} f(t), & t > t_0 \\ 0, & t < t_0 \end{cases} \end{aligned} \quad (1-8)$$

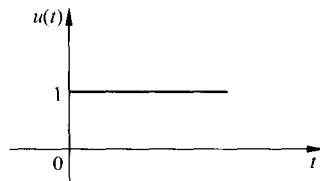


图 1-4 单位阶跃信号的时间波形

### 4. 单位冲激信号

在自然界中,某些物理现象需要用一个作用时间极短但取值极大的函数模型来描述,例如力学中两个钢体碰撞时瞬间作用的冲激力,电学中的雷击电闪,数字通信中的采样脉冲等。“冲激函数”的概念就是以这类实际问题为背景而引出的。

#### (1) 单位冲激函数的定义

冲激函数常记作  $\delta(t)$ ,故又称为  $\delta$  函数。 $\delta$  函数是一个奇异函数,可以由不同的方式来定义。

##### ① 用一类函数的极限来定义。

用某些函数的极限(这种函数的极限不同于一般的极限,可称为广义极限)来定义冲激函数,物理概念十分清楚。设有一宽度为  $\tau$ ,高度为  $\frac{1}{\tau}$  的矩形脉冲,如图 1-5(a)所示,当保持矩形脉冲面积  $\tau \cdot \frac{1}{\tau} = 1$  不变,而是脉宽  $\tau$  趋于零时,脉冲幅度  $\frac{1}{\tau}$  必趋于无穷大(这种极限恰好与那种“作用时间极短,但取值极大”的物理现象相对应),此极限情况即为单位冲激函数,记作  $\delta(t)$ 。