- 教学基本要求
- 教学内容指导与概念辨析
- 内容提要
- 知识结构框图
- 典型问题
- 习题解答
- 自测题及答案

新三导丛书
XIN SAN DAO CONG SHU

物理学教程

（《物理学》第四版·改编版）

导教·导学·导考

（第2版）

黄海清 张孟 唐远河 编

西北工業大學出版社

三导丛书

物理学教程

（《物理学》第四版·改编版）

导教·导学·导考

（第2版）

黄海清　张　孟　唐远河　编

西北工業大學出版社

【内容简介】 本书是为配合马文蔚主编的《物理学教程》(《物理学》第四版·改编版)而编写的教学辅导书。按该教材的章节结构，给出了每章的教学基本要求、教学内容指导与概念辨析、内容提要、知识结构框图、典型问题、习题解答等，并在每单元后配有与教材进度相适应的自测题及答案。书后附有课程考试模拟题、近年考研试题及答案。

本书可作为理工科院校学生学习物理学课程的参考书，也可供教师教学参考。

图书在版编目(CIP)数据

物理学教程(《物理学》第四版·改编版)导教·导学·导考. —2版/黄海清，张孟，唐远河编. —西安:西北工业大学出版社，2006.6

ISBN 7-5612-1717-X

Ⅰ.物… Ⅱ.①黄… ②张… ③唐… Ⅲ.物理学—高等学校—教学参考资料 Ⅳ.O4

中国版本图书馆CIP数据核字(2003)第109560号

出版发行：西北工业大学出版社
通信地址：西安市友谊西路127号 **邮编**：710072
电　　话：(029)88493844　88491757
网　　址：www.nwpup.com
印 刷 者：陕西宝石兰印务有限责任公司
开　　本：787 mm×960 mm　1/16
印　　张：20.375
字　　数：552千字
版　　次：2006年6月第2版　2006年6月第1次印刷
定　　价：26.80元

前　言

本书是为配合马文蔚主编的《物理学教程》(《物理学》第四版·改编版）而编写的教学辅导书。全书共分为17章，每章都包括教学基本要求、教学内容指导与概念辨析、内容提要、知识结构框图、典型问题、习题解答等内容。各章之首的“教学基本要求”，列出了每章须掌握、理解和了解的内容；作为本书的一个特色——“教学内容指导与概念辨析”力求深入浅出地向读者介绍各章的重点、难点，以及学习过程中应注意的问题；各章的“内容提要”“知识结构框图”旨在帮助读者对本章的基本概念、基本规律及其内在联系与差异有一个纲领性的认识，使所学知识系统化，便于掌握和记忆；“典型问题”选自《物理学教程》中每章后的典型“问题”，并进行了详细的解答；“习题解答”选自《物理学教程》中每章后的习题，每道题均先进行分析，再做出详解。为了帮助学生进行综合练习，达到原国家教委颁布的高等工科院校“大学物理课程教学基本要求”，在每单元后配有与教材进度相适应的自测题共11套及答案，学生可自我检测学习效果。书后附有课程考试模拟题、近年考研试题及解答。

参加本书编写工作的有空军工程大学黄海清（第1～6，16，17章及自测题7套，模拟题A，考研试题及答案）、张孟（第7～12章及自测题2套），西安理工大学唐远河（第13～15章及自测题2套，模拟题B，C)。本书由黄海清任主编，负责全书统稿工作，西北工业大学宋士贤教授和西安交通大学张淳民教授审阅了书稿，在此谨表谢意。

由于编者水平有限，书中难免有疏漏和错误之处，恳望读者提出宝贵意见。

编　者

2006年6月

目　　录

第 1 章 质点运动学

1.1 教学基本要求

(1) 理解质点、参考系的概念．

(2) 掌握位置矢量、位移、速度、加速度、角位移、角速度和角加速度等描述质点运动和运动变化的物理量．

(3) 能根据具体问题用直角坐标系，求质点作平面曲线运动的运动方程，并由运动方程求质点的位移、速度、加速度；由速度（或加速度）求运动方程（或速度）．熟练掌握质点运动学两类问题的解决方法．

(4) 能计算质点作圆周运动时的角速度、角加速度、法向加速度和切向加速度．

(5) 了解相对运动的概念，并能应用速度变换关系式计算质点的相对运动问题．

1.2 教学内容指导与概念辨析

1. 位置矢量 $\boldsymbol{r}$，位移 $\Delta\boldsymbol{r}$，速度 $\boldsymbol{v}$ 和加速度 $\boldsymbol{a}$

它们是从不同角度来描述质点运动的基本物理量，其共同特征是：具有瞬时性、矢量性、相对性和叠加性．必须明确以下几个方面：

(1) 位移等于终止时刻的位置矢量 $\boldsymbol{r}_{末}$ 减初始时刻的位置矢量 $\boldsymbol{r}_{初}$，切不可将二者的顺序颠倒，即应为 $\Delta\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}_2-\boldsymbol{r}_1=\boldsymbol{r}_{末}-\boldsymbol{r}_{初}$．位移和路程是两个不同的概念，路程是在一定时间内物体所经路径的总长度，是标量；而位移是在这段时间内，从起始位置引向终止位置的有向线段，是矢量．两者无论在曲线运动中，还是在直线运动中都是不同的．位移与位置矢量虽然都是矢量，但它们的物理意义是不同的．位置矢量与时刻对应，而位移与时间间隔相对应．位移的大小和方向与参考系的选取有关，它具有相对性．

(2) 平均速度和瞬时速度，二者既有区别又有联系．瞬时速度是当 $\Delta t\to 0$ 时平均速度的极限值．讲平均速度时必须指明哪一段位移或哪一段时间的平均速度；讲瞬时速度时，必须指明哪一时刻或哪一位置的瞬时速度．速度与速率是两个不同的概念．速率只反映物体运动的快慢，是标量；而速度反映物体运动的快慢和方向，是矢量．物体可以同时具有变化的速度，恒定的速率，例如匀速率圆周运动就是一例．速度具有相对性，变换参考系时，速度也将随之改变．

(3) 加速度的方向是速度变化的方向，它不代表物体运动的方向，速度的方向才代表物体运动的方向．当加速度的方向与速度的方向垂直时，加速度只改变速度的方向，而不改变速度的数值（速率）．加速度是速度随时间的变化率，只有当速度随时间的变化率越大时加速度才越大．一个速度为零的物体加速度可以不为零．加速度具有相对性，变换参考系时，加速度也将随之改变．

(4) 位置矢量、位移、速度、加速度都是矢量，它们不仅有大小而且有方向．

a. 表达这些量时，通常有两种表达方法，一是用矢量解析式表示，如 $\boldsymbol{v}=3\boldsymbol{i}+4\boldsymbol{j}$ ($\mathrm{m\cdot s^{-1}}$)，这样既表示了大小又表示了方向．或是分别给出其大小和方向，大小用 $\boldsymbol{v}$ 的模值，即 $|\boldsymbol{v}|=\sqrt{3^2+4^2}=5\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$ 表示，方向用与某一已知方向的夹角表示，如：其方向与 x 轴夹角为 $\alpha=\arctan\dfrac{4}{3}$.

b. 矢量与数量间不能用等号，如表达式 $\boldsymbol{a}_n=5\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$ 是错的，应写为 $\boldsymbol{a}_n=5\ \boldsymbol{e}_n\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$.

2. 运动学中的两类基本问题

第一类问题是已知运动方程求运动状态，第二类问题是已知运动状态求运动方程．由运动方程求速度、加速度时用导数运算，由速度（加速度）求位移（速度）时用积分运算．这些量都是矢量，所以都是矢量导数和矢量积分．具体运算时先将要求导数或求积分的矢量函数在一定坐标中表示为矢量解析式，然后对各分量求导或求积，再将求得的结果用矢量解析式表达．

3. 自然坐标系与切向加速度 a_t 和法向加速度 a_n

引入自然坐标系后，对一般曲线运动的 $\boldsymbol{a}_t$ 和 $\boldsymbol{a}_n$ 赋予了明确的物理意义：$\boldsymbol{a}_t$ 是由于速度大小变化而产生的加速度，$\boldsymbol{a}_n$ 是由于速度方向变化而产生的加速度．

4. 相对运动

分析相对运动问题时，应首先确定静止坐标系 S 和运动坐标系 S′，S′相对于 S 的运动速度为牵连速度，然后找出质点的绝对运动速度和相对运动速度，代入伽利略速度变换式中求解．

5. 矢量的运算

学习质点运动学这一部分内容时，应特别注意：

$$|\Delta\boldsymbol{r}|\neq\Delta r,\quad |\Delta\boldsymbol{v}|\neq\Delta v,\quad \left|\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}\right|\neq\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t},\quad \left|\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}\right|\neq\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$$

由于质点作一般曲线运动，有

$$|\Delta\boldsymbol{r}|\neq\Delta r,\quad |\Delta\boldsymbol{v}|\neq\Delta v$$

从而导致

$$\left|\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}\right|\neq\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t},\quad \left|\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}\right|\neq\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$$

由于初学者往往容易以中学物理研究直线运动的观点来考虑问题，所以对上述情况常常感到难以理解．其实 $|\Delta\boldsymbol{r}|\neq\Delta r$ 可以这样来考虑，公式左边是位置矢量差的大小，即位移的大小；公式右边是位置矢量大小的差．如图 1-1 所示．

$$\boldsymbol{r}_2-\boldsymbol{r}_1=\Delta\boldsymbol{r}=\Delta\boldsymbol{r}_n+\Delta\boldsymbol{r}_t$$

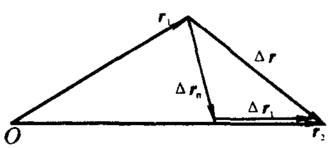


图 1-1

$\Delta\boldsymbol{r}_n$：由于位置矢量方向变化而引起的．

$\Delta\boldsymbol{r}_t$：由于位置矢量长短变化而引起的．

$\Delta\boldsymbol{r}$ 是 $\Delta\boldsymbol{r}_n$ 与 $\Delta\boldsymbol{r}_t$ 的矢量和．而 Δr 仅仅是考虑位置矢量长短的变化，Δr 与 $\Delta\boldsymbol{r}_t$ 的模值相对应．可见 Δr 仅是 $|\Delta\boldsymbol{r}|$ 中的一部分．

同样道理，不难理解 $|\Delta\boldsymbol{v}|\neq\Delta v$.

对式 $|\Delta \boldsymbol{r}| \neq \Delta r$ 两边同除以 Δt,再取极限,并令 $\Delta t \to 0$,就可以得到 $\left|\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}\right| \neq \frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}$.

一个简单的例子就可以说明这一问题. 如:圆周运动情况下,由于位置矢量 $\boldsymbol{r}$ 的长短不变化,所以 $\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t} = 0$,而 $\left|\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}\right| = v \neq 0$,$v$ 是圆周运动的速率.

对式 $|\Delta \boldsymbol{v}| \neq \Delta v$ 两边同除以 Δt,再取极限,并令 $\Delta t \to 0$,就可得到 $\left|\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}\right| \neq \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$.

学习了变速率圆周运动以后,我们知道,等式的左边是圆周运动总加速度的大小,而等式的右边是切向加速度的大小,二者当然不相等了!

1.3 内容提要

1. 位置矢量、位移

从坐标系的原点 O 引向质点某一时刻所在位置 P 的有向线段 $\overrightarrow{OP}$ 称为质点在该时刻的位置矢量 $\boldsymbol{r}$,简称位矢. 在直角坐标系中位置矢量和坐标的关系是

$$\boldsymbol{r} = x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j} + z\boldsymbol{k}$$

它是时间 t 的函数,即

$$\boldsymbol{r}(t) = x(t)\boldsymbol{i} + y(t)\boldsymbol{j} + z(t)\boldsymbol{k}$$

上式又称质点的运动学方程.

质点在 t_1 时刻的位置矢量为 $\boldsymbol{r}_1$,t_2 时刻的位置矢量为 $\boldsymbol{r}_2$,在 t_1 至 t_2 这段时间内质点的位移定义为

$$\Delta \boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}_2 - \boldsymbol{r}_1 = \Delta x\boldsymbol{i} + \Delta y\boldsymbol{j} + \Delta z\boldsymbol{k}$$

位移与路程是两个不同的概念.

2. 速度与速率

速度是描写质点位置变化快慢及方向的物理量. 速度是位置矢量对时间的一阶导数,即

$$\boldsymbol{v} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i} + \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j} + \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k} = v_x\boldsymbol{i} + v_y\boldsymbol{j} + v_z\boldsymbol{k}$$

速度的大小叫速率,速率 $v = \frac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}t}$,它是路程对时间的导数.

在自然坐标系中,速度亦可表示为

$$\boldsymbol{v} = \frac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{e}_t$$

$\boldsymbol{e}_t$ 表示质点运动轨迹切线方向的单位矢量.

3. 加速度

加速度是描写质点速度随时间变化的物理量,它是速度对时间的一阶导数或位置矢量对时间的二阶导数.

在直角坐标系中有

$$\boldsymbol{a} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i} + \frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j} + \frac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k} = a_x\boldsymbol{i} + a_y\boldsymbol{i} + a_z\boldsymbol{k}$$

在自然坐标系中,加速度可分解为切向加速度和法向加速度,即

$$\boldsymbol{a} = \boldsymbol{a}_t + \boldsymbol{a}_n = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{e}_t + \frac{v^2}{R}\boldsymbol{e}_n$$

4. 圆周运动中的角量与线量

(1) 角量:

角坐标 $\theta(t)$　当质点作圆周运动时,位矢与 Ox 轴的夹角.

角位移 $\Delta\theta$　在 Δt 时间内,位矢所转过的角度 $\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1$.

角速度 ω　质点角坐标随时间的变化率 $\omega = \dfrac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}$.

角加速度 α　质点角速度随时间的变化率 $\alpha = \dfrac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}$.

(2) 角量与线量的关系:　$v = r\omega$,　$a_t = r\alpha$,　$a_n = \dfrac{v^2}{r} = r\omega^2$

5. 相对运动

当直角坐标系 S′ 相对坐标系 S 平动时,在 S 和 S′ 系中所描写的质点的位置矢量、速度、加速度有关系:

$$\boldsymbol{r}(t) = \boldsymbol{r}'(t) + \boldsymbol{R}(t)$$

$\boldsymbol{R}(t)$ 表示 t 时刻 S′ 系坐标原点 O' 对 S 系的位置矢量,$\boldsymbol{r}'(t)$ 为 t 时刻质点在 S′ 系中的位置矢量.

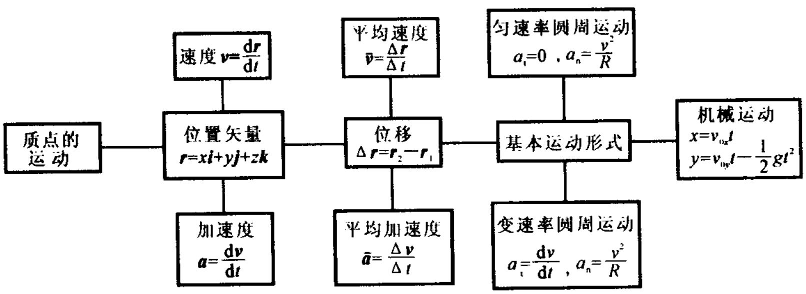
$$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}' + \boldsymbol{u}$$

$\boldsymbol{u}$ 为 S′ 系相对 S 系的速度,$\boldsymbol{v}'$ 为质点相对 S′ 系的速度.

$$\boldsymbol{a} = \boldsymbol{a}' + \boldsymbol{a}_0$$

$\boldsymbol{a}_0$ 为 S′ 系相对 S 系的加速度,$\boldsymbol{a}'$ 为质点相对 S′ 系的加速度.

1.4　知识结构框图



1.5　典 型 问 题

(原教材问题 1-2) 已知质点的运动方程为

$$\boldsymbol{r}=x(t)\boldsymbol{i}+y(t)\boldsymbol{j}$$

有人说其速度和加速度分别为 $v=\dfrac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}$, $a=\dfrac{\mathrm{d}^2 r}{\mathrm{d}t^2}$

其中 $r=\sqrt{x^2+y^2}$,你说对吗?

讨论 题中的解法错在对位置矢量先取模值,再求导数. 由于 $\left|\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}\right|\neq\dfrac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}$,所以求出的 $\dfrac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}$ 并不是速度的大小. 同理,$\dfrac{\mathrm{d}^2 r}{\mathrm{d}t^2}$ 也不是加速度的大小. 正确地计算速度、加速度及其大小的方法分别如下:

速度
$$\boldsymbol{v}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j}$$

速度的大小
$$v=|\boldsymbol{v}|=\sqrt{\left(\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right)^2+\left(\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\right)^2}$$

加速度
$$\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t^2}=\frac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{j}$$

加速度的大小
$$a=|\boldsymbol{a}|=\sqrt{\left(\frac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t^2}\right)^2+\left(\frac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}t^2}\right)^2}$$

1.6 习题解答

1-1 已知质点沿 x 轴作直线运动,其运动方程为 $x=2+6t^2-2t^3$. 求:(1) 质点在运动开始后 4.0 s 内位移的大小;(2) 质点在该时间内所通过的路程.

分析 这道题是已知运动方程求位移、路程问题. 由于运动方程是时间 t 的函数,所以要注意质点在运动过程中可能改变方向的问题. 如果质点在运动过程中改变运动方向,就会使位移的大小与路程不同. 可通过 $v=\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=0$,求出质点改变运动方向的时间及位置.

解 (1) 由 $x=2+6t^2-2t^3$,得

$$x\Big|_{t=0}=2\ \mathrm{m},\quad x\Big|_{t=4}=-30\ \mathrm{m},\quad \Delta x=x\Big|_{t=4}-x\Big|_{t=0}=-32\ \mathrm{m}$$

(2) 令 $v=\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=12t-6t^2=0$,得 $t=2$ s ($t=0$ 舍去),在该时刻质点改变运动方向,即是质点的"回头"点,此时

$$x\Big|_{t=2}=10\ \mathrm{m},\quad x\Big|_{t=0}=2\ \mathrm{m},\quad x\Big|_{t=4}=-30\ \mathrm{m}$$

则质点所经过的路程为

$$\Delta S=|x_4-x_2|+|x_2-x_0|=|-30-10|+|10-2|=48\ \mathrm{m}$$

1-2 一质点沿 x 轴方向作直线运动,其速度与时间的关系如图 1-2-1 所示. 设 $t=0$ 时,$x=0$. 试根据已知的 $v-t$ 图,画出 $a-t$ 图以及 $x-t$ 图.

分析 直线运动的图示法问题. 在直线运动中,$v-t$ 曲线的斜率即为加速度的大小,$x-t$ 曲线的斜率即为速度的大小.

解 首先画 $a-t$ 曲线.

0 ～ 2 s 时间内 $a_{AB} = \dfrac{v_B - v_A}{t_B - t_A} = 20\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$

2 ～ 4 s 时间内 $a_{BC} = 0$

4 ～ 6 s 时间内 $a_{CD} = \dfrac{v_D - v_C}{t_D - t_C} = -10\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$

由以上结果作质点的 $a-t$ 曲线，如图 1-2-2 所示．

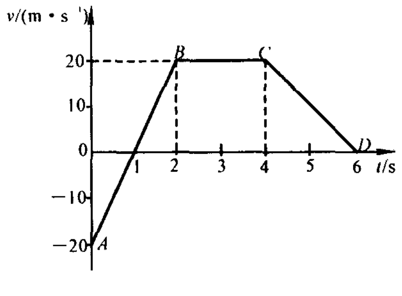


图 1-2-1

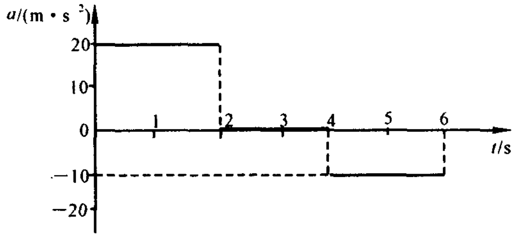


图 1-2-2

其次画 $x-t$ 曲线．

由于质点在任一时刻的位置，即 x 值可由 $v-t$ 曲线与 t 轴所围成的面积求得．很容易得到

$$t_1 = 1\ \mathrm{s},\quad x_1 = -10\ \mathrm{m}$$
$$t_2 = 2\ \mathrm{s},\quad x_2 = 0$$
$$t_3 = 4\ \mathrm{s},\quad x_3 = 40\ \mathrm{m}$$
$$t_4 = 6\ \mathrm{s},\quad x_4 = 60\ \mathrm{m}$$

考虑到 0 ～ 2 s 时间内，$a_{AB} > 0$. 当 $t_1 = 1$ s 时，$v_1 = 0$，曲线应为凹的，极值点在 $x_1 = -10$ m 处．

2 ～ 4 s 时间内，$a_{BC} = 0$. 当 $t_2 = 2$ s 时，$v_2 = 20\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$，曲线应为直线，斜率为 $k = \tan\theta = v_2$.

4 ～ 6 s 时间内，$a_{CD} < 0$. 当 $t_4 = 6$ s 时，$v_4 = 0$，曲线应为凸的，极值点在 $x_4 = 60$ m 处．

由以上结果作质点的 $x-t$ 曲线，如图 1-2-3 所示．

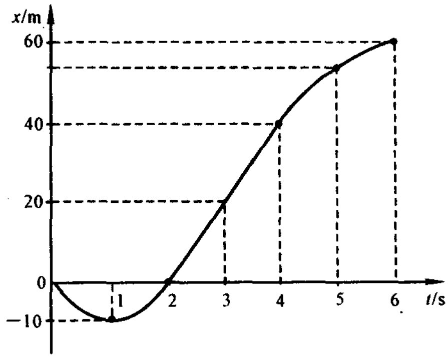


图 1-2-3

1-3 如图 1-3-1 所示，湖中有一小船．岸上有人用绳跨过定滑轮拉船靠岸．设滑轮距水面高度为 h，滑轮到原船位置的绳长为 l_0，试求：当人以匀速 $\boldsymbol{v}$ 拉绳时，船运动的速度 $\boldsymbol{v}'$ 为多少？

分析 速度矢量的合成问题．要从本质上理解速度的概念及其意义，弄清楚拉绳的速度 $\boldsymbol{v}$ 与船运动的速度 $\boldsymbol{v}'$ 两者之间的关系．

解 以船为研究对象，它的速度 $\boldsymbol{v}'$ 就是绳端点（即船头）的移动速度．建立如图 1-3-2 所示的坐标系．

$\boldsymbol{r}(t)$ 表示 t 时刻船头的位置矢量．

$\boldsymbol{r}(t+\Delta t)$ 表示 $t+\Delta t$ 时刻船头的位置矢量．

$\Delta\boldsymbol{r}$ 表示 t 时刻船头的位移且 $\Delta\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}(t+\Delta t) - \boldsymbol{r}(t)$.

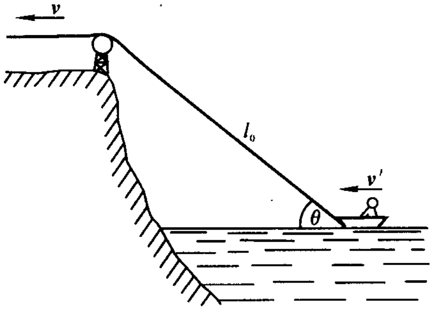


图 1-3-1

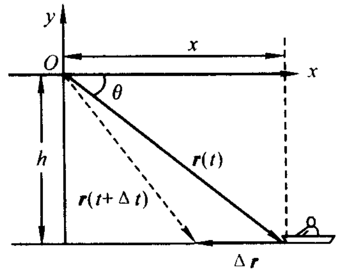


图 1-3-2

在拉绳的过程中,船头的运动轨迹,就是湖面上的一条线.船的运动速度 $\boldsymbol{v}'$ 应在轨迹的切线方向上,即应沿船头的位移 $\Delta\boldsymbol{r}$ 的方向.收绳的速率只是船速沿绳方向上的分量.所以

$$\boldsymbol{v}' = -\frac{v}{\cos\theta}\boldsymbol{i} = -v\left[1-\frac{h^2}{(l_0-vt)^2}\right]^{-\frac{1}{2}}\boldsymbol{i}$$

1-4 一升降机以加速度 $1.22\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$ 上升,当上升速度为 $2.44\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$ 时,有一螺丝自升降机的天花板上松脱,天花板与升降机的底面相距 2.74 m. 计算:(1) 螺丝从天花板落到底面所需的时间;(2) 螺丝相对升降机外固定柱子的下降距离.

分析 匀变速直线运动的问题.有两种分析方法:一是以地面为参考系,分别讨论升降机地板竖直向上匀加速运动和螺丝竖直上抛运动的相遇问题;二是以升降机为参考系,螺丝相对升降机作匀加速运动,升降机的高度就是螺丝运动的路程.

解 1 (1) 以地面为参考系,建立如图 1-4-1 所示的坐标系.升降机地板与螺丝的运动方程分别为

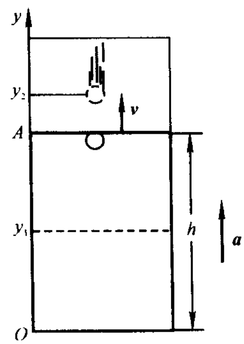


图 1-4-1

$$y_1 = v_0t + \frac{1}{2}at^2 \qquad ①$$

$$y_2 = h + v_0t - \frac{1}{2}gt^2 \qquad ②$$

当螺丝落至地板时,有 $y_1 = y_2$,即由式 ①、② 得

$$v_0t + \frac{1}{2}at^2 = h + v_0t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g+a}} = \sqrt{\frac{2\times 2.74}{1.22+9.8}} = 0.705\ \mathrm{s}$$

(2) 螺丝相对升降机外固定柱子下降的距离

$$d = h - y_2 = -v_0t + \frac{1}{2}gt^2 = -2.44\times 0.705 + \frac{1}{2}\times 9.8\times 0.705^2 = 0.716\ \mathrm{m}$$

解 2 (1) 以升降机为参考系,此时,螺丝对升降机的加速度为 $\boldsymbol{a}'$,由相对运动可知 $\boldsymbol{a}' = \boldsymbol{g} - \boldsymbol{a}$. 在选定的坐标中

$$a' = -g - a = -9.8 - 1.22 = -11.02\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$$

$$y = h + \frac{1}{2}a't^2$$

当 $t=0$ 时，螺丝与地板相距 $h=2.74$ m；螺丝与地板相遇时，$y=0$. 由此求得螺丝落到地板时间

$$t=\sqrt{\frac{2h}{-a'}}=\sqrt{\frac{2\times 2.74}{11.02}}=0.705\ \mathrm{s}$$

(2) 升降机在 t 时间内上升的高度

$$h'=v_0t+\frac{1}{2}at^2=2.44\times 0.705+\frac{1}{2}\times 1.22\times 0.705^2=2.024\ \mathrm{m}$$

则
$$d=h-h'=2.74-2.024=0.716\ \mathrm{m}$$

1-5 一质点自原点开始沿抛物线 $2y=x^2$ 运动，它在 Ox 轴上的分速度为一恒量，其值为 $v_x=4.0\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$，求质点位于 $x=2.0$ m 处的速度和加速度．

分析 运动学中的第一类问题．只要写出运动方程 $\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(t)$，并分别对其分量求导数，就可以求得速度、加速度，且速度、加速度应写成按基本单位矢量的分解式．

解 质点在 x 方向作匀速直线运动，则有

$$x=v_xt \quad ①$$

又由质点的轨迹方程有

$$y=\frac{1}{2}x^2=\frac{1}{2}v_x^2t^2 \quad ②$$

对式 ② 求导数得

$$v_y=\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}=v_x^2t \quad ③$$

$$a_y=\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2}=v_x^2 \quad ④$$

当质点位于 $x=2.0$ m 处时，由式 ① 得 $t=0.5$ s，则

$$\boldsymbol{v}=v_x\boldsymbol{i}+v_y\boldsymbol{j}=4\boldsymbol{i}+8\boldsymbol{j}\quad \mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

$$\boldsymbol{a}=a_x\boldsymbol{i}+a_y\boldsymbol{j}=16\boldsymbol{j}\quad \mathrm{m\cdot s^{-2}}$$

1-6 质点在 Oxy 平面内运动，其运动方程为 $\boldsymbol{r}=2t\boldsymbol{i}+(19-2t^2)\boldsymbol{j}$. 求：(1) 质点的轨迹方程；(2) 在 $t_1=1$ s 到 $t_2=2$ s 时间内的平均速度；(3) $t_1=1$ s 时的速度及切向和法向加速度．

分析 运动学中的第一类问题．运动方程与轨迹方程不同，轨迹方程可从运动方程的分量式 $x=x(t)$，$y=y(t)$ 中消去参数 t 而得到．

解 (1) 由质点的运动方程得

$$x=2t,\quad y=19-2t^2$$

消去参数 t 得质点的轨迹方程
$$y=19-\frac{x^2}{2}$$

(2)
$$\boldsymbol{r}\Big|_{t=1}=2\boldsymbol{i}+17\boldsymbol{j},\quad \boldsymbol{r}\Big|_{t=2}=4\boldsymbol{i}+11\boldsymbol{j}$$

$$\bar{\boldsymbol{v}}=\frac{\Delta\boldsymbol{r}}{\Delta t}=2\boldsymbol{i}-6\boldsymbol{j}$$

(3)
$$\boldsymbol{v}=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j}=2\boldsymbol{i}-4t\boldsymbol{j}$$

$$\boldsymbol{v}\Big|_{t=1}=2\boldsymbol{i}-4\boldsymbol{j}$$

$$v=|\boldsymbol{v}|=\sqrt{v_x^2+v_y^2}=2\sqrt{1+4t^2}$$