



高等学校 21 世纪规划教材

大学物理

下 册

杨庆芬 张 闪 李同锴 主编



中国铁道出版社

CHINA RAILWAY PUBLISHING HOUSE

高等学校 21 世纪规划教材

大学物理

下册

杨庆芬 张 闪 李同锴 主编

中国铁道出版社

内 容 提 要

本书是大学工科物理的基础教学用书. 全书分上、下两册, 上册内容包括力学、热学、电磁学; 下册内容包括振动和波动、波动光学、近代物理基础. 本书既是多年工科物理教学实践的一次总结, 也是教学改革的一次尝试.

全书内容精练, 难易适度, 力图在有限的课时内完成大学物理基本内容的传授, 同时又能扩大知识面, 培养学生的创新能力. 本书每章均附有阅读材料, 在近代物理基础篇中加入了选学内容: 原子核物理和粒子物理简介、广义相对论和宇宙学简介、高新技术物理基础. 另外, 为了能在传授知识的同时培养学生的科学素养, 还选编了部分科学家简介.

本书适合作为高等院校理工科非物理类专业大学物理课程的教材, 也可作为高校人文类专业的物理课程教材或参考书, 亦可作为高校自学考试、函授教材.

图书在版编目(CIP)数据

大学物理·下册/杨庆芬, 张闪, 李同锴主编. —北京: 中国铁道出版社, 2007. 1

高等学校 21 世纪规划教材

ISBN 978-7-113-07724-2

I. 大... II. ①杨...②张...③李... III. 物理学
—高等学校—教材 IV. 04

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 144009 号

书 名: 大学物理·下册

作 者: 杨庆芬 张 闪 李同锴 主编

出版发行: 中国铁道出版社(100054, 北京市宣武区右安门西街 8 号)

策划编辑: 李小军

责任编辑: 李小军 徐盼欣 编辑部电话: 010-83550579

封面设计: 路 瑶

印 刷: 北京鑫正大印刷有限公司

开 本: 730×988 1/16 印张: 19.5 字数: 394 千

版 本: 2007 年 1 月第 1 版 2007 年 1 月第 1 次印刷

印 数: 1~5000 册

书 号: ISBN 978-7-113-07724-2/O·156

定 价: 26.00 元

版权所有 侵权必究

凡购买铁道版的图书, 如有缺页、倒页、脱页者, 请与本社计算机图书批销部调换.

前 言

本书内容符合国家教育部关于“高等教育面向 21 世纪教学内容和课程体系改革计划”的基本要求,是编者总结多年的教学实践经验,参照原国家教委颁发的《高等学校工科本科物理课程教学基本要求(1995 年修订版)》,为高等工科院校各专业而编写的大学物理课程教材。

本书在编写过程中,力求突出以下特点:

1. 教材体系合理完整,重点突出,内容全面. 在力学部分,为了提高起点,精简了部分内容,并及早地把矢量、微积分知识应用到物理中,培养学生用高等数学分析和解决物理问题的能力. 本书还对教学内容做了适当调整:振动和波动内容放在波动光学之前讲,从而使位相概念得到很好的衔接;狭义相对论内容放在了近代物理基础一篇中讲,这样更加符合物理学发展的时间顺序,突出了相对论和量子力学在近代物理中的两大理论支柱作用。

2. 在系统阐述基本概念、基本规律、基本方法的同时,加强了物理学思想方法的讲授,引导和培养学生的科学创新意识和科学素养. 本书在基本教学内容之外,在一些章节后面还附加了科学家简介和阅读材料,介绍了重要的物理学家的生平和主要科学贡献,以及一些科普知识,希望学生在扩大知识面的同时,在科学素养和思想境界方面也能获得教益。

3. 内容现代化. 在确保经典物理内容的同时,加大了近代物理部分的内容. 在第六篇中,除去需要讲授的狭义相对论和量子物理基础内容之外,还加入了选学内容:原子核物理和粒子物理简介、广义相对论和宇宙学简介、高新技术物理基础. 在编排这些选学内容时,为了突出物理图像的建立,剔除了繁琐的数学推导,力求做到浅显易懂,旨在扩大学生的知识面和激发求知欲. 另外,在附加的阅读材料内容中,还介绍了如混沌、孤子、磁悬浮、液晶等现代热点内容。

本教材分为上、下两册,共 21 章. 上册内容为力学、热学、电磁学,下册内容为振动与波动、波动光学、近代物理学. 本书由杨庆芬、张闪、李同锴主编,参加本书编写工作的有:杨庆芬、张闪、李同锴、乔治、吴文旺、张彦立、闫宗林、史严、崔建坡、王振彪、刘虎、赵秋宇。

江南大学李果华教授对全书进行了严格的审阅,提出了许多宝贵意见. 在此表示衷心的感谢。

在本书的编写过程中,参考和借鉴了一些国内外的同类优秀教材,使本书编者受益匪浅,在此一并表示诚挚的谢意。

由于编者水平有限,书中难免有许多错误和疏漏,恳求读者批评指正。

编 者

2006.8

目 录

第四篇 振动和波动

第十二章 机械振动	(2)
§ 12-1 简谐振动	(2)
§ 12-2 简谐振动的描述	(5)
§ 12-3 简谐振动的能量	(13)
§ 12-4 简谐振动的合成	(15)
§ 12-5 阻尼振动、受迫振动和共振	(22)
思考题	(26)
习 题	(26)
阅读材料 A 混沌	(29)
第十三章 机械波和电磁波	(32)
§ 13-1 机械波的基本概念	(32)
§ 13-2 平面简谐波的波动方程	(37)
§ 13-3 波的能量	(42)
§ 13-4 惠更斯原理 波的衍射、反射和折射	(46)
§ 13-5 波的叠加原理 波的干涉	(48)
§ 13-6 多普勒效应 冲击波	(56)
§ 13-7 电磁波	(60)
思考题	(66)
习 题	(67)
科学家简介 克里斯蒂安·惠更斯	(70)
阅读材料 B 孤波与孤子	(72)

第五篇 波动光学

第十四章 光的干涉	(75)
§ 14-1 光源 单色光 相干光	(75)
§ 14-2 杨氏双缝干涉实验	(77)
§ 14-3 光程和光程差	(81)
§ 14-4 薄膜干涉	(84)
§ 14-5 劈尖 牛顿环	(87)

§ 14-6 迈克耳逊干涉仪	(93)
思考题	(95)
习 题	(95)
科学家简介 迈克耳逊	(97)
第十五章 光的衍射	(99)
§ 15-1 光的衍射现象 惠更斯-菲涅耳原理	(99)
§ 15-2 单缝的夫琅禾费衍射	(101)
§ 15-3 光栅衍射	(105)
§ 15-4 圆孔衍射 光学仪器的分辨率	(109)
§ 15-5 X射线的衍射	(112)
思考题	(113)
习 题	(114)
科学家简介 托马斯·杨和菲涅耳	(115)
阅读材料 C 全息照相简介	(116)
第十六章 光的偏振	(119)
§ 16-1 自然光和偏振光	(119)
§ 16-2 起偏和检偏 马吕斯定律	(120)
§ 16-3 反射和折射时光的偏振	(123)
§ 16-4 光的双折射	(125)
§ 16-5 偏振光的干涉	(130)
§ 16-6 人为双折射现象和旋光现象简介	(132)
思考题	(135)
习 题	(135)
科学家简介 夫琅禾费 马吕斯	(136)
阅读材料 D 液 晶	(137)

第六篇 近代物理基础

第十七章 狭义相对论基础	(143)
§ 17-1 伽利略变换 经典力学时空观	(143)
§ 17-2 迈克耳逊-莫雷实验	(146)
§ 17-3 狭义相对论基本假设 洛伦兹变换	(148)
§ 17-4 狭义相对论时空观	(154)
§ 17-5 狭义相对论动力学基础	(160)
思考题	(165)
习 题	(165)
科学家简介 爱因斯坦	(167)

第十八章 量子物理基础	(170)
§ 18-1 黑体辐射 普朗克量子假设	(170)
§ 18-2 光电效应 爱因斯坦的光子理论	(174)
§ 18-3 玻尔的氢原子理论	(181)
§ 18-4 德布罗意波	(188)
§ 18-5 不确定关系	(192)
§ 18-6 波函数 薛定谔方程	(194)
§ 18-7 一维无限深势阱	(198)
§ 18-8 氢原子的量子力学结果	(202)
§ 18-9 原子的壳层结构	(206)
思考题	(211)
习 题	(212)
科学家简介 为量子论的创立作出贡献的科学家们	(213)
阅读材料 E 有趣的量子力学测量问题	(216)
第十九章 原子核和粒子物理简介	(219)
§ 19-1 原子核的基本性质	(219)
§ 19-2 核结构模型	(223)
§ 19-3 原子核反应和原子核能的利用	(225)
§ 19-4 粒子物理简介	(230)
§ 19-5 物理规律的对称性和宇称守恒	(237)
* 第二十章 广义相对论和宇宙学	(242)
§ 20-1 广义相对论的基本原理	(242)
§ 20-2 广义相对论的实验检验	(248)
§ 20-3 大爆炸宇宙学简介	(252)
* 第二十一章 高新技术物理简介	(262)
§ 21-1 激光技术	(262)
§ 21-2 光纤通信技术	(265)
§ 21-3 红外辐射技术	(269)
§ 21-4 传感技术	(273)
§ 21-5 纳米技术	(278)
§ 21-6 超导技术	(281)
附 录	(287)
附录 I 国际单位制(SI)和量纲	(287)
附录 II 物理量名称、符号和单位(SI)列表	(290)
附录 III 常用基本物理常量表	(293)
附录 IV 历年诺贝尔物理学奖获得者	(294)
习题答案	(301)

第四篇 振动和波动

振动是自然界中最常见的运动形式之一。从狭义上说,通常把具有时间周期性的运动称为振动。但从更广泛的意义上说,任何复杂的非周期运动均属于振动的研究范围,因为这种运动可以分解为频率连续分布的无限多个简谐振动的叠加。分子热运动、电磁运动、晶体中原子的运动等虽然属于不同的运动形式,各自遵循不同的运动规律,但是,就其中的振动过程来说,具有共同的物理特征。

波动是振动在空间的传播,是物质的基本运动形式,也是自然界中的普遍现象,几乎涉及到科学研究的各个领域。在力学中有机械波,在电学中有电磁波。声是一种机械波,光则是电磁波。研究表明,一切微观粒子都具有波动性。尽管在物理学的各分支学科中,波动的具体内容不同、本质不同,但在形式上它们却具有相似性。它们都遵循一些共同的波动规律,都能用相同的数学方程来描述。

本篇只讨论机械振动、机械波和电磁波的基本规律。

第十二章 机械振动

物体或物体的一部分在某一位置附近做来回往复的运动,称为**机械振动**.机械振动是自然界中常见的一种运动形式,如钟摆的运动、活塞的运动、心脏的跳动、晶体中的原子或分子的运动等都是机械振动.

除机械振动外,自然界中还存在很多类似于机械振动的现象.广义上说,任何一个物理量(如物体的位置矢量、电流、电场强度或磁场强度等)随时间的周期性变化都可以叫做振动.这种振动虽然和机械振动有着本质的不同,但它们随时间变化的情况,以及许多其他性质在形式上都遵从相同的规律.因此,研究机械振动的规律有助于了解其他各种振动的规律.振动学是声学、地震学、建筑力学、机械原理、造船学等所必需的基础知识,也是光学、电学、无线电技术以及原子物理学等所不可缺少的基础.

在不同的振动现象中,最基本最简单的振动是简谐振动.一切复杂的振动都可以分解为若干个简谐振动.本章从讨论简谐振动的基本规律入手,进而讨论振动的合成与分解问题,最后介绍阻尼振动和受迫振动.

§ 12-1 简谐振动

一、弹簧振子模型

如图 12-1 所示,把一个质量为 m 的物体系在倔强系数为 k 的轻弹簧一端,弹簧的另一端被固定,物体限制在光滑水平面内运动,取平衡位置为 O ,不计空气阻力.把物体拉离平衡位置一个小位移(保证弹簧的弹力满足胡克定律)并释放,系统将在平衡位置附近作来回往复的运动,这样的系统称为**弹簧振子**.它是一个理想化的简谐振子模型.在一定条件下有许多系统可以看作简谐振子,如单摆、复摆等.

下面,我们先来分析弹簧振子的动力学特征.取如图 12-1 所示坐标轴 Ox ,对于振动中的任一时刻来说,物体的坐标为 x ,弹簧的形变也为 x ,在弹性限度内,物体所受的弹性力为

$$f = -kx \quad (12-1)$$

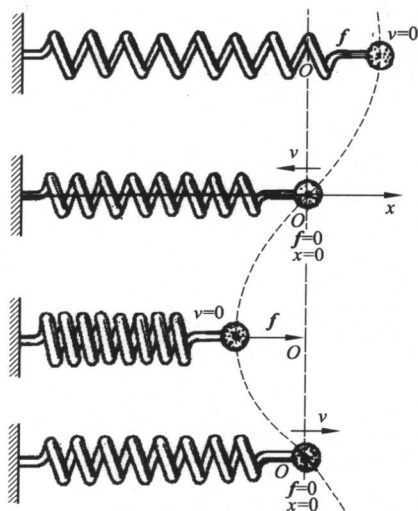


图 12-1 弹簧振子的运动

不计摩擦及空气阻力,物体只受弹性力作用.由牛顿第二定律,弹簧振子的动力学方程为

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -kx$$

令 $\omega^2 = \frac{k}{m}$, 得

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \omega^2 x = 0 \quad (12-2)$$

其中, ω^2 是由系统固有性质决定的常量. 式(12-2)为二阶常系数线性微分方程, 其通解为

$$x = A \cos(\omega t + \phi_0) \quad \text{或} \quad x = A \sin(\omega t + \phi'_0) \quad (12-3)$$

其中, A 、 ϕ_0 、 ϕ'_0 为积分常量, 由初始条件 x_0 、 v_0 确定.

从式(12-3)看出, 物体的位移随时间按余弦函数或正弦函数做周期性变化, 由于余弦函数和正弦函数的 ϕ_0 和 ϕ'_0 相差 $\pi/2$, 为统一起见, 本书以后均采用余弦函数的形式.

如果物体受到的力的大小总是与物体对其平衡位置的位移成正比、而方向相反, 这种性质的力称为线性回复力. 弹簧的弹力就是线性回复力. 就是在线性回复力的作用下, 物体的位移才满足式(12-2)的微分方程, 物体的运动才满足这种简单的余弦周期运动. 所以我们定义: 凡是受力满足式(12-1), 或运动微分方程为式(12-2), 或振动方程满足式(12-3)的系统, 称为简谐振子系统, 该系统的运动即为简谐振动. 实质上, 从上述三个角度中的任一角度出发来判断振动系统是否做简谐振动均是等价的.

另外, 方程(12-2)的解还可以用指数形式来表示

$$x = A e^{i(\omega t + \phi_0)} \quad (12-4)$$

实际上, 式(12-3)中的余弦和正弦函数就是上式的实数和虚数部分. 用复指数形式表示简谐振动, 其优点是运算比较方便.

二、几种常见的简谐振动

上述弹簧振子是一个理想模型. 实际发生的振动大多较为复杂, 一方面回复力可能不是弹力, 而是重力、重力矩、浮力等; 另一方面回复力可能是非线性的, 只能是在一定条件下才可近似当作线性的, 如单摆、复摆等.

1. 单摆

如图 12-2 所示, 一质量为 m 的小球, 系在长为 l 、质量忽略不计的不可伸长的摆绳下端, 绳的上端固定, 把小球略

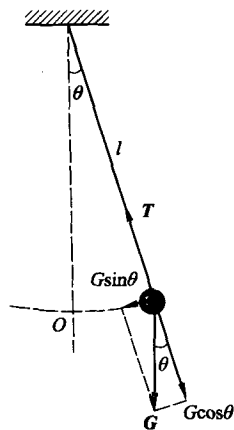


图 12-2 单摆

加移动后,小球即可在竖直面内做来回往复的小角度摆动,这种装置称为单摆。

当摆绳竖直时,小球在其平衡位置 O 处。当摆绳与竖直方向成 θ 角时,小球受到重力 G 和绳的拉力 T 两个力的作用(忽略空气阻力)。受力分析如图 12-2,重力的切向分量为 $mg\sin\theta$,小球的切向加速度大小为 $a_t = l \frac{d^2\theta}{dt^2}$,规定角位移 θ 从竖直位置算起,沿逆时针方向为正,则重力的切向分力 $mg\sin\theta$ 与 θ 反向。根据牛顿定律可得

$$-mg\sin\theta = ml \frac{d^2\theta}{dt^2} \quad (12-5)$$

当 θ 很小时(一般 $\theta \leq 5^\circ$), $\sin\theta \approx \theta$, 所以有

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{g}{l}\theta = -\omega^2\theta$$

式中 $\omega^2 = g/l$ 。其解为

$$\theta = \theta_m \cos(\omega t + \phi_0) \quad (12-6)$$

式(12-6)形式同式(12-3),即单摆的小角度摆动是简谐振动。

在单摆中,小球所受的回弹力不是弹性力,而是重力的切向分力。在 θ 很小时,此力与角位移成正比,方向指向平衡位置,虽然本质上不是弹性力,但其作用和弹性力完全一样,并且角位移随时间做周期运动。

2. 复摆

绕不过质心的水平固定轴转动的刚体称为复摆,如图 12-3 所示。质心在轴的正下方为复摆的平衡位置,质心 C 至轴心 O 的距离 h 为摆长。

设在任一时刻 t , OC 连线偏离平衡位置 θ 角,规定偏离平衡位置沿逆时针方向转过的角位移为正。这时复摆受到对于 O 轴的力矩为

$$M = -mgh\sin\theta$$

式中的负号表明力矩 M 的转向与角位移 θ 的转向相反。

当摆角 $\theta \leq 5^\circ$ 时, $\sin\theta \approx \theta$, 则

$$M = -mgh\theta \quad (12-7)$$

设复摆绕 O 轴的转动惯量为 I , 根据转动定律得

$$I \frac{d^2\theta}{dt^2} = -mgh\theta$$

或

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \omega^2\theta = 0 \quad (12-8)$$

其中 $\omega^2 = \frac{mgh}{I}$ 。其解为

$$\theta = \theta_m \cos(\omega t + \phi_0) \quad (12-9)$$

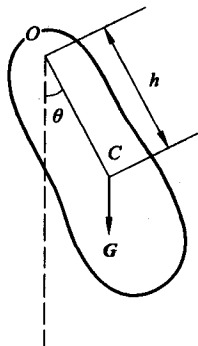


图 12-3 复摆

即复摆的小角度摆动也是简谐振动。

在复摆中,与弹性力相当的是重力矩,称为线性回复力矩。

进一步研究表明,任何一个物理量(例如长度、角度、电流、电压以及化学反应中某种化学组分的浓度等等)的变化规律凡满足式(12-2)或式(12-3),且常量 ω 取决于系统本身的性质,则该物理量做简谐振动。

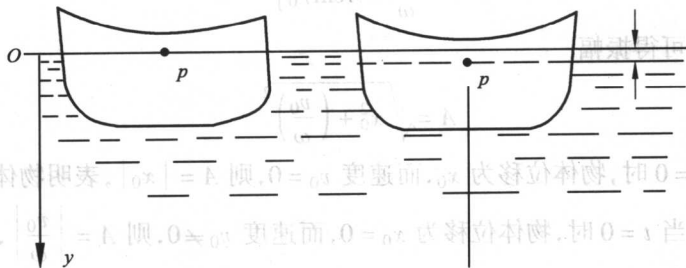
例 12-1 一质量为 m 的平底船,其平均水平截面面积为 S ,吃水深度为 h ,如不计水的阻力,求此船在竖直方向的振动周期。

解 此船静浮时,所受的浮力和重力平衡,有

$$\rho h S g = m g \Rightarrow m = \rho h S$$

当船在任一位置时,以水面处为坐标原点,取竖直向下的坐标轴为 y 轴(如图),船的位置可用静浮时的水线 p 对水面的位移 y 来描述,此时船所受的合力为

$$f = -(h + y) \rho S g + m g = -(h + y) \rho S g + \rho h S g = -y \rho S g$$



例 12-1 图 船舶在竖直方向的振动

因为力 f 的大小与位移 y 成正比,方向相反,所以船在竖直方向做简谐振动,其角频率及振动周期分别为

$$\omega = \sqrt{\frac{\rho S g}{m}}, T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{\rho S g}} = 2\pi \sqrt{\frac{h}{g}}$$

例如,如果船的吃水深度为10 m,那么这种竖直振动的周期大约为6 s. 然而,这种振动在船舶振动的总图像中并不是主要的. 波浪的作用更易于激起船舶的左右摇摆及前后颠簸,但这些振动并不会使船舶的质心位置相对于水面发生什么大的起落。

§ 12-2 简谐振动的描述

一、描述简谐振动的几个重要物理量

如前所述,做简谐振动的物体其位移随时间按余弦函数(或正弦函数)做周期性变化,其变化规律满足式(12-3)

$$x = A \cos(\omega t + \phi_0)$$

式中, A 、 ω 和 ϕ_0 都是常数. 下面就其物理意义进一步讨论.

1. 振幅

在简谐振动的振动方程中, 因余弦函数(或正弦函数)的绝对值不能大于 1, 所以物体的振动范围在 $+A$ 和 $-A$ 之间, 我们把做简谐振动的物体离开平衡位置的最大位移的绝对值 A 叫做振幅. 振幅是由初始条件决定的.

将简谐振动的振动方程对时间求一阶导数可得振动的速度方程, 我们将振动方程一并写出为

$$\left. \begin{aligned} x &= A \cos(\omega t + \phi_0) \\ v &= -\omega A \sin(\omega t + \phi_0) \end{aligned} \right\} \quad (12-10)$$

设初始条件, $t=0$ 时, $x=x_0$, $v=v_0$. 代入上式得

$$\left. \begin{aligned} x_0 &= A \cos \phi_0 \\ -\frac{v_0}{\omega} &= A \sin \phi_0 \end{aligned} \right\}$$

取两式平方和, 可得振幅

$$A = \sqrt{x_0^2 + \left(\frac{v_0}{\omega}\right)^2} \quad (12-11)$$

例如, 当 $t=0$ 时, 物体位移为 x_0 , 而速度 $v_0=0$, 则 $A=|x_0|$, 表明物体恰好处于最大位移处; 又若当 $t=0$ 时, 物体位移为 $x_0=0$, 而速度 $v_0 \neq 0$, 则 $A=\left|\frac{v_0}{\omega}\right|$, 表明其初速度越大, 振幅越大.

2. 周期、频率、圆频率

物体做简谐振动时, 周而复始, 做一次完全的振动所需的时间叫做简谐振动的周期, 用 T 表示. 根据定义, 有

$$A \cos(\omega t + \phi_0) = A \cos[\omega(t+T) + \phi_0]$$

已知余弦函数的周期为 2π , 所以有

$$\omega T = 2\pi$$

即

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad (12-12)$$

单位时间内物体所做的完全振动的次数称为振动频率, 用 ν 表示, 单位为赫兹(Hz). 显然, 频率与周期的关系为

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} \quad (12-13)$$

或

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu \quad (12-14)$$

ω 表示振动系统在 2π s 内完成振动的次数, 称为圆频率或角频率.

对于简谐系统来说, T 、 ν 、 ω 是由振动系统的固有性质决定的, 因此又称为固有周期、固有频率和固有角频率. 如对于弹簧振子:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}, T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}, \nu = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} \quad (12-15)$$

对于单摆

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}, T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}, \nu = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{l}} \quad (12-16)$$

对于复摆

$$\omega = \sqrt{\frac{mgh}{I}}, T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgh}}, \nu = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{mgh}{I}} \quad (12-17)$$

应用周期和频率的概念,又可将简谐振动的振动方程表示为

$$x = A \cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \phi_0\right) \quad (12-18)$$

$$x = A \cos(2\pi\nu t + \phi_0) \quad (12-19)$$

3. 位相、初位相和位相差

(1)位相:由式(12-10)可知,当 A 与 ω 一定时,振动物体在任一时刻的运动状态都由 $(\omega t + \phi_0)$ 决定,称为振动的位相. 用 ϕ 表示位相,即 $\phi = \omega t + \phi_0$.

在振动和波动的研究中,位相是一个十分重要的概念. 位相是描述物体振动状态的物理量. 物体的振动状态在一个周期内的每一时刻都是不同的,这相当于位相经历着从 0 到 2π 的变化. 例如,在用余弦函数表示的简谐振动中,若某时刻 $\phi = 0$,则在该时刻 $x = A, v = 0$,表示物体在正的最大位移处且速度为零,如图 12-4 中 a 点;当 $\phi = \pi/2$,则 $x = 0, v = -\omega A$,表示物体在平衡位置处并以最大速率向 x 轴负方向运动,如图 12-4 中 c 点;当 $\phi = \pi$,则 $x = -A, v = 0$,表示物体在负的最大位移处且速度为零,如图 12-4 中 d 点;当 $\phi = 3\pi/2$,则 $x = 0, v = \omega A$,这时物体也在平衡位置处但以最大速率向 x 轴正方向运动,例如图 12-4 中 e 点. 位相还可以反映振动的周期性,如图 12-4 所示,凡是位移和速度都相同的运动状态,它们在时间上相差整数个周期,对应的位相差 2π 或 2π 的整数倍,如图 12-4 中的 b, f 和 g 点.

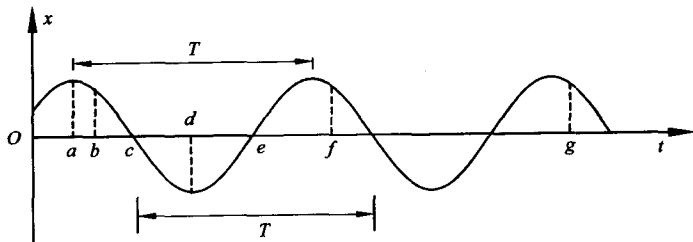


图 12-4 简谐振动的位相与振动状态

(2)初位相: $t = 0$ 时的位相 ϕ_0 称为初位相,简称初相. 初相同振幅一样由振动的初始条件决定. 从式(12-10)可得:

$$\tan \phi_0 = -\frac{v_0}{\omega x_0} \text{ 或 } \phi_0 = \arctan\left(-\frac{v_0}{\omega x_0}\right) \quad (12-20)$$

但由式(12-20)解出的 ϕ_0 值在 0 到 2π 之间有两个, 所以还需将其代回式(12-10)中进行取舍.

(3) 位相差: 在研究多个简谐振动的关系时, 位相差 $\Delta\phi$ 起着重要的作用.

两个同频率的简谐振动在同一时刻的位相差, 恒等于它们的初相差, 即

$$\Delta\phi = \phi_2 - \phi_1 = (\omega t + \phi_{20}) - (\omega t + \phi_{10}) = \phi_{20} - \phi_{10} \quad (12-21)$$

如果 $\Delta\phi$ 为零或 2π 的整数倍时, 则两振动的步调一致, 我们称这两个振动是同相的; 如果 $\Delta\phi$ 为 π 或 π 的奇数倍时, 则两振动的步调相反, 我们称这两个振动是反相的.

当 $\Delta\phi$ 为其他值时, 我们说二者不同相, 通常用超前或落后的概念来表示两个简谐振动的步调. 如果 $\Delta\phi = \phi_{20} - \phi_{10} > 0$, 则称第二个振动超前第一个振动 $\Delta\phi$ 或第一个振动落后第二个振动 $\Delta\phi$; 若 $\Delta\phi = \phi_{20} - \phi_{10} < 0$, 则称第一个振动超前第二个振动 $|\Delta\phi|$ 或第二个振动落后第一个振动 $|\Delta\phi|$.

图 12-5 给出了两个同频率同振幅不同位相的简谐振动的位移时间曲线. 简谐振动(2)和(1)具有恒定的位相差 $\Delta\phi = \phi_{20} - \phi_{10}$, 它们在步调上相差一段时间 $\Delta t = \frac{\phi_{20} - \phi_{10}}{\omega}$. 图 12-5 中(b)、(c)、(d)图表示几种具有不同位相差的简谐振动. 在图(b)中, 振动(2)比振动(1)超前 $3\pi/2$, 也可以说, 振动(2)比振动(1)落后 $\pi/2$.

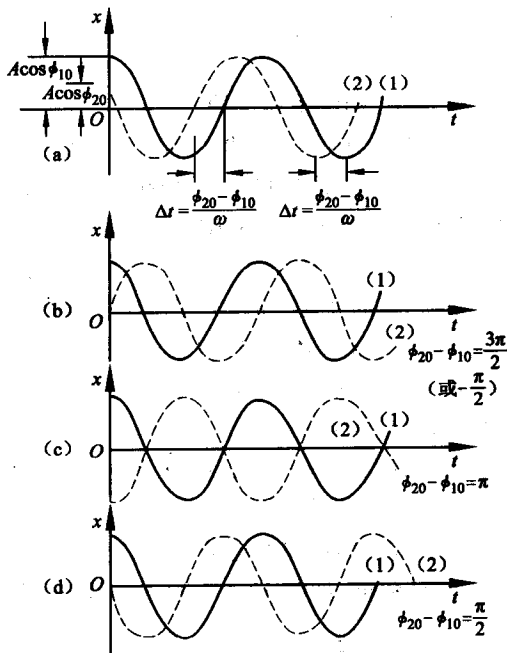


图 12-5 两个同振幅、同频率而不同位相的简谐振动的位移时间曲线

二、简谐振动的速度和加速度

将式(12-3)对时间求一阶导数得简谐振动的速度方程

$$\begin{aligned} v &= -\omega A \sin(\omega t + \phi_0) = -v_m \sin(\omega t + \phi_0) \\ &= v_m \cos\left(\omega t + \phi_0 + \frac{\pi}{2}\right) \end{aligned} \quad (12-22)$$

再对式(12-22)对时间求导数得简谐振动的加速度方程

$$a = -\omega^2 A \cos(\omega t + \phi_0) = -a_m \cos(\omega t + \phi_0)$$

$$= a_m \cos(\omega t + \phi_0 \pm \pi) \quad (12-23)$$

其中, $v_m = \omega A$ 称为速度振幅, $a_m = \omega^2 A$ 称为加速度振幅.

我们用位相差还可以比较不同的物理量变化的步调. 例如比较简谐振动的位移、速度和加速度的位相关系, 可以得出, 速度的位相比位移的位相超前 $\pi/2$, 加速度的位相比位移的位相超前(或落后) π , 也可以说加速度与位移反相.

图 12-6 所示为简谐振动的 x 、 v 和 a 随时间变化的关系曲线.

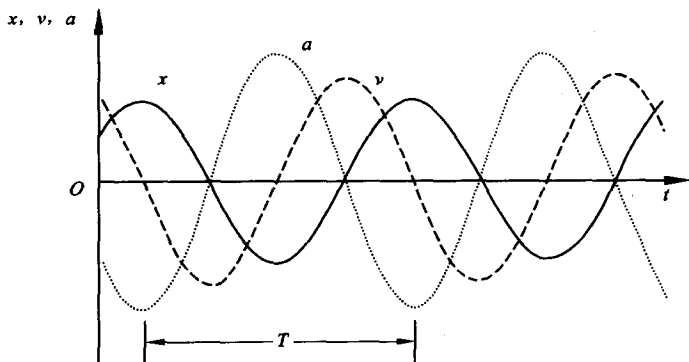


图 12-6 简谐振动的 x 、 v 、 a 随时间变化的关系曲线

三、简谐振动的旋转矢量图表示法

为易于理解简谐振动中 A 、 ω 和 ϕ_0 三个物理量的意义, 常采用一种直观的几何方法, 即旋转矢量图表示法.

如图 12-7 所示, 取坐标轴 Ox , 由原点 O 作一矢量 A , 矢量的长度取为振幅 A , 该矢量称为振幅矢量. 让矢量 A 在图平面内绕 O 点作逆时针方向的匀速转动, 转动的角速度的数值等于角频率 ω . 设在 $t=0$ 时, 振幅矢量 A 与 x 轴之间的夹角为初位相 ϕ_0 . 经过时间 t , 矢量 A 转过角度 ωt , 与 x 轴之间的夹角变为 $(\omega t + \phi_0)$, 这一夹角等于简谐振动在该时刻的位相. 这时矢量 A 的末端 M 在 x 轴上的投影点 P 的位移是

$$x = A \cos(\omega t + \phi_0)$$

这正是简谐振动的振动方程. 可见, 作匀速转动的矢量 A , 其端点 M 在 x 轴上的投影点 P 的运动是简谐振动. 在矢量 A 的转动过程中, M 点做匀速圆周运动, 通常把这个圆称为参考圆. 矢量 A 转一周所需的时间就是简谐振动的周期.

由此可见, 简谐振动的旋转矢量表示法把描写简谐振动的三个特征量非常直观地

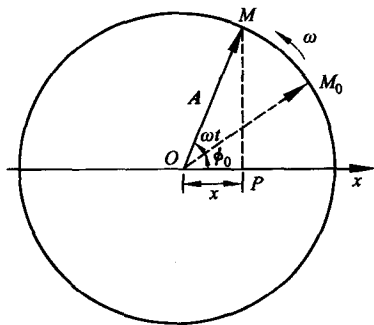


图 12-7 简谐振动的旋转矢量图表示法

表示出来了,矢量的长度即为振动的振幅,矢量旋转的角速度就是振动的角频率,矢量与 x 轴的夹角就是振动的位相,而 $t=0$ 时矢量与 x 轴的夹角就是初位相。

利用旋转矢量图,可以很容易地表示两个简谐振动的位相差。我们把图 12-5 中描述的不同初位相的简谐振动用旋转矢量表示出来,如图 12-8 所示。可以看出,它们的位相差就是两个旋转矢量之间的夹角。

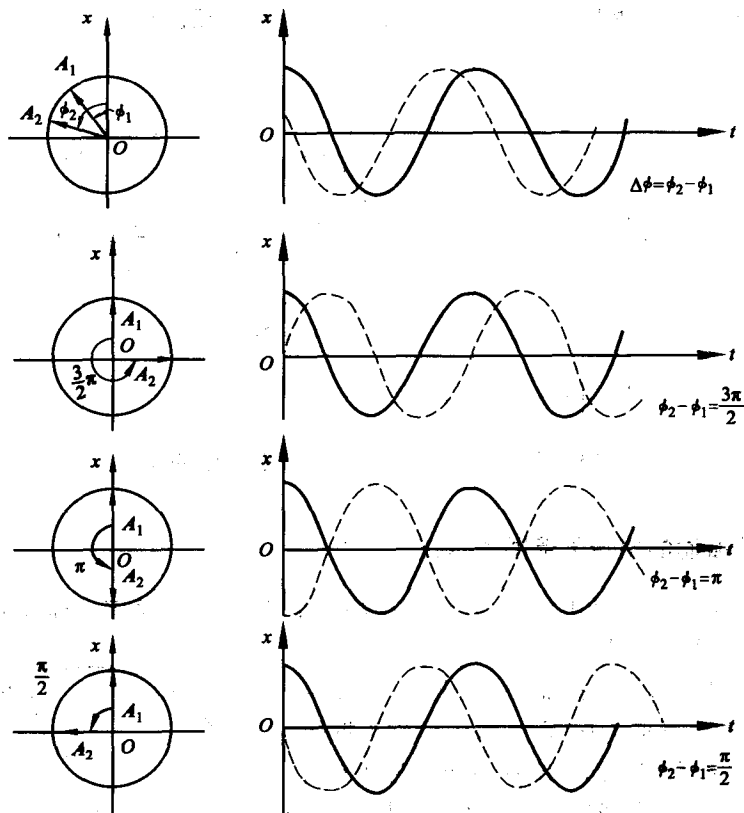


图 12-8 用旋转矢量表示两个简谐振动的位相差

例 12-2 一物体沿 x 轴做简谐振动,振幅 $A=0.12\text{ m}$,周期 $T=2\text{ s}$. 当 $t=0$ 时,物体的位移 $x=0.06\text{ m}$,且向 x 轴正方向运动. 求:

- (1) 此简谐振动的振动方程;
- (2) $t=T/4$ 时物体的位置、速度和加速度;
- (3) 物体从 $x=-0.06\text{ m}$ 向 x 轴负方向运动,第一次回到平衡位置时所需的时间.

解 (1) 设这一简谐振动的振动方程为

$$x = A \cos(\omega t + \phi_0)$$

已知 $A=0.12\text{ m}$, $T=2\text{ s}$, 则 $\omega = \frac{2\pi}{T} = \pi\text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$.