

高 等 学 校 教 材

大学物理实验

林新源 李宏远 朱 戎 梁华秋 邵先亦 郑薇薇 杨建成 编

上海第二军医大学出版社

大学物理实验

林新源 李宏远 朱 戎 梁华秋 邵先亦 郑薇薇 杨建成 编

图书在版编目(CIP)数据

大学物理实验/林新源等主编—上海:第二军医大学出版社,2006.8

ISBN 7-81060-620-4

I. 大… II ①林…②李…③朱…④梁…⑤邵…⑥郑…⑦杨… III. 物理学—实验—高等学校—教材 IV. 04-33

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 074764 号

大学物理实验

主 编 林新源 李宏远 朱 戎 梁华秋 邵先亦 郑薇薇 杨建成

责任编辑 李春德

第二军医大学出版社出版发行

上海市翔殷路 800 号 邮政编码:200433

电话/传真:021—65493093

全国各地新华书店经销

开本 787×1092 1/16 印张:11 字数:250 千字

2006 年 8 月第 1 版 2006 年 8 月第 1 次印刷

ISBN 7-81060-620-4/O·006

定价:16.50 元

前 言

大学物理实验是大学理、工、医等各科必修基础课,是培养学生创新能力、实践能力和提高学生科学素质的重要环节。本书是结合我们多年的物理实验教学和改革的经验、吸取其他院校物理实验教材之所长编写而成。

在编写此书过程中,我们力求作到以下几点:

1. 为了使学生系统了解和掌握基础物理实验的基本理论和基本方法,除了通过完成具体实验题目使学生获得有关实验技能的基本训练外,同时强调了对学生在物理实验基础理论和方法上的系统教学,使学生学到的知识更为系统、灵活。

2. 突出了误差估计和数据处理的教學。为了把测量误差和数据处理贯穿于整个实验过程,除了在绪论中详细介绍实验误差和数据处理外,本书对不同的实验题目提出了不同的实验误差要求,以进一步加强学生的数据处理能力。

3. 在内容编排上考虑了循序渐进、叙述详细、深浅适度的原则。

本书由台州学院物理系有关老师编写、实验一、二、三、四、五、六、二十八由李宏远老师编写;实验七、八、九、十、十一、十二由郑薇薇老师编写;实验十三、十四、十五、十六、十七、二十一由梁华秋老师编写;实验十八、十九、二十、二十七、三十由杨建成老师编写;实验二十二、二十三、二十四、二十六由朱戎老师编写;实验二十五、二十九、三十二由邵先亦老师编写;其余由林新源老师选编。

本书编写过程中得到台州学院物理与电子工程学院领导和老师的大力帮助和支持,谨在此表示衷心感谢。

限于我们的水平,不妥之处,请读者批评指正。

编者

2006年2月

目 录

绪论	1
第一章 测量误差与数据处理	3
第一节 测量与误差	3
第二节 有效数字及其运算	7
第三节 误差处理	9
第四节 常用的数据处理方法	15
第二章 基本实验	18
实验一 固体密度测定	18
实验二 自由落体实验	24
实验三 刚体转动的研究	26
实验四 动量守恒定律的验证	29
实验五 杨氏模量的测量(伸长法)	31
实验六 杨氏模量的测量(弯曲法)	34
实验七 金属线胀系数的测量	37
实验八 水的汽化热的测定	39
实验九 冰的熔化热的测定	41
实验十 气体摩尔热容比的测定	43
实验十一 固体比热容的测量(冷却法)	46
实验十二 液体表面张力系数的测定(拉脱法)	49
实验十三 静电场的描绘	53
实验十四 伏安法测电阻	57
实验十五 直流电表改装	60
实验十六 用惠斯通电桥测电阻	63
实验十七 电位差计测电动势	67
实验十八 磁场的描绘	70

实验十九	电子束线的聚焦	75
实验二十	电子束线的偏转	80
实验二十一	示波器的使用	83
实验二十二	牛顿环	92
实验二十三	分光计的调节和使用	96
实验二十四	偏振现象的观察和分析	102
实验二十五	光栅衍射实验	105
实验二十六	CCD 单缝衍射实验	108
第三章	综合性实验	112
实验二十七	霍尔效应实验	112
实验二十八	声速的测量	122
实验二十九	光电效应实验	129
实验三十	半导体热敏电阻特性的研究	132
实验三十一	弦振动研究	136
实验三十二	迈克尔逊干涉仪的调整与使用	141
第四章	设计性实验	145
实验三十三	“碰撞打靶”实验中能量损失的分析	145
实验三十四	重力加速度的测量	147
实验三十五	迈克尔逊干涉仪的深入研究	150
实验三十六	变阻器的使用与电路控制	153
实验三十七	落球法测定液体的粘度	158
附表		161
参考文献		170

绪 论

一、大学物理实验的目的与作用

物理学是一门以实验为基础的科学,物理学新概念的建立与新规律的发现都要依赖于反复的实验。物理学上新的突破常常是通过新的实验技术的发展,从而促成科学技术的革新,形成新的生产力。物理实验的方法、思想,仪器和技术已经被普遍的应用于各自然科学领域。

作为高校理工类专业的学生,不仅要有丰富的物理理论知识,而且还要有一定的动手能力。大学物理实验可以使你受到系统的实验方法和实验技能的训练,不仅有利于本学科的学习,有利于动手能力的培养,而且有利于培养自己严肃认真的工作作风,实事求是的科学态度和勇于探索的钻研精神。因此,物理实验与物理理论同等重要,两者相辅相成,缺一不可。

二、物理实验基本程序

物理实验课的基本程序一般分为三个阶段:课前预习、实验操作和撰写实验报告。

1、课前预习

每次实验课前要做好实验准备工作,通过阅读实验教材和有关参考资料,充分了解本次实验的目的、原理、所要使用的实验仪器,明确测量的基本方法,了解实验要求及实验中特别要注意的问题等。在此基础上要写出简要的预习报告,其主要内容包括:

- (1)实验名称和实验目的;
- (2)实验原理、计算公式及其使用条件、电路图、光路图和装置简图等;
- (3)合理的实验数据记录表格;
- (4)实验注意事项。

2、实验操作

实验操作是实验程序中的关键环节,在动手操作之前首先认识和熟悉仪器,理解使用方法,记录仪器的规格型号,然后进行仪器的安装、调试。实验要按步骤井井有条的进行。要明确每步操作的意义,最忌盲目操作。实验过程中安装调试仪器要耐心细致;安排仪器尽量做到便于观察、读数和记录;使用仪器要按操作规程进行;观测时要精神集中,认真观察记录,测量所获得的实验数据除有明确的理由肯定有错误的数据外,都应及时、正确的记录,如出现异常数据时,应增加测量次数。做完实验后,务必将所用的仪器设备整理复原,并将原始数据记录表经教师审阅签字后方可离开实验室。

3、撰写实验报告

实验报告是实验过程和实验结果的正式报导。一份标准的物理实验报告通常分为三个部分。

第一部分:预习报告

第二部分:实验记录

实验记录是实验过程中所得到的原始材料,是得出成果、检验成果的主要依据,也是日后进一步研究的基础资料。内容包括:

- (1)仪器:记录实验所用主要仪器的型号和规格。
- (2)实验内容和现象的观测记录。

(3)实验数据记录。数据记录应做到整洁清晰而有条理,尽量采用列表法。在根据数据特点设计表格时,力求简单明了,分类清楚而有条理,便于计算与复核,达到省时省工的目的。在标题栏内要求注明单位。

数据记录不得任意涂改,确实测错而无用的数据,可在旁边注明“作废”字样,不要任意划去。

第三部分:数据处理与计算。此部分一般在实验后进行,包括:

1、作图、计算与误差估算。作图应按图解法要求绘制图线。计算时,应先将公式化简,再代入测量数据进行计算。误差估算要预先写出误差公式。

2、结果:按标准形式写出实验结果。这是实验的一个主要目的之一,在必要时也应注明结果的实验条件。

3、附注:对实验中出现的说明和讨论,并写出实验心得和建议等。

实验报告力求书写清晰,字迹端正,数据记录整洁,图表合理,文字通顺,内容简明扼要,实验报告一律用专门的实验报告本书写。

三、遵守实验规则

为了保证实验正常进行,为了培养严肃认真的作风和良好的实验工作习惯,每个实验室都制定有实验室规则。凡进入实验室的实验人员都应认真遵照执行,特别应注意的是:

1、实验应在规定时间内进行,不得无故缺席或迟到。

2、进入实验室应带上预习报告与数据记录表,并接受教师的检查。

3、进入实验室后,应根据仪器清单核对自己使用的仪器有否缺少或损坏,若发现问题,应及时提出。

4、实验操作时,动作应认真细致,严格按照各种仪器仪表的操作规则与注意事项进行操作,尤其是电学实验,线路接好后,应先经教师或实验室工作人员检查,许可后方可接通电源。

5、实验完毕,应将仪器整理还原,将桌面和凳子收拾整齐,经教师审查测量数据和仪器还原情况并签字后,方可离开实验室。

6、实验过程中如有损坏仪器,应及时报告教师或实验室工作人员,并填写损坏单,说明损坏原因。按学校规定处理。

第一章 测量误差与数据处理

第一节 测量与误差

测量是人类认识和改造物质世界的重要手段之一。通过测量,人们对客观事物获得数量的概念,经过归纳和分析,总结出一般规律,从而建立起相关的定律。

一、测量

测量就是把待测的物理量与选做标准的同类物理量(仪器)进行比较,确定待测量是标准量的多少倍。这个标准量成为该物理量的单位,这个倍数称为待测物理量的数值。一个物理量都由数值和单位组成。

例如,单摆摆线的长度与米尺相比,得出摆线的长度为 1.136 米;摆球的质量与砝码相比(通过天平),得出摆球质量为 31.85 克。

二、测量的分类

测量的方法很多,但可以归并为两类。

1. 直接测量

在测量中,某物理量能从仪器刻度上直接读出,这类测量叫做直接测量。如用米尺测量物体长度,用天平测量物体的质量,用温度计测量物体的温度,用电流表测量电路中的电流强度等。

一些比较式仪器,如毫秒表、电桥等,因参与测量的对象就是被测量,也属直接测量。

2. 间接测量

在大多数情况下,物理量并不能通过直接测量得出,而常常先直接测出与所求量有关的一些物理量,然后借助于一些定律、公式,将所求的物理量推算出来,这类测量叫做间接测量。例如,测量匀速运动物体的速率,先直接测量物体通过的位移 S 和经历的时间 t ,再根据公式 $v = S/t$ 得出;测量重力加速度 g ,先直接测量单摆的摆长 L 和摆动周期 T ,再用公式 $g = 4\pi^2 L/T^2$ 经计算得出。

其实,一个物理量需用直接测量或间接测量并不是绝对的,通常与选用仪器有关,而与物理量本身无关。例如测量球的体积,选用游标卡尺测球的半径,再用公式计算体积,属间接测量。若选用量筒测量体积就是直接测量。随着科学技术的发展,科研部门将为直接测量提供各种更为精密的仪器设备。

三、误差

任何物理量在一定条件下都客观的存在一个唯一确定的值,这个确定的值称为它的真值。但实际在对该物理量进行测量时,由于受测量仪器、测量方法、测量条件、观察者生理反应能力和操作水平等因素的限制,测量结果的测量值与真值之间总存在着一定的差异,这个差异称为测量的绝对误差,简称误差。

即

$$\text{误差}(\delta_x) = \text{测量值}(X_i) - \text{真值}(M_x)$$

$$(1-1-1)$$

在实验中进行测量和数据处理时,都应着眼于减少误差,尽可能使实验结果接近真值。误

差产生的原因是多方面的,从误差的性质和来源上可以分为系统误差和偶然误差两大类。

1. 系统误差

在相同的条件下,对同一物理量进行多次测量时,误差的大小和正负总保持不变或按一定的规律变化(都偏大、都偏小或作周期性偏离)。这种误差称为系统误差。

系统误差主要来自以下几方面:

(1) 仪器误差

仪器误差是由于测量仪器不完善或有缺陷,以及没有按规定条件使用而造成的误差。例如:米尺刻度不均匀;米尺由于变形造成刻度不标准;仪器零点不准;电表轴承磨损;天平砝码不准;电子仪器的某些器件性能达不到设计要求等等都属于仪器误差。修正的方法是隔一定时期用标准仪器来校验和调节。

(2) 方法误差

方法误差是由于理论(定律或公式)本身不够严密或实验方法粗糙等原因所引起的误差。例如用分析天平称物体质量时没有考虑空气浮力的影响;在热学实验中没有考虑与外界进行热交换的影响;在电学实验中没有把电表的内阻、接触电阻对测量值的影响考虑在内等等。

(3) 人员误差

人员误差这是由于观察者个人生理和心理上的特点所造成的误差。例如,在使用停表计时,有人施之过早而有人施之过晚;在电表读数时,有人偏左而有人偏右;在估计读数时,有人习惯偏大而有人习惯偏小等。

(4) 环境误差

环境误差是由于测量时所处的周围环境,比如温度、湿度、气压、震动、电磁场等与设计者所要求的标准状态不一致而引起的误差。

2. 偶然误差

在同一条件下,对某一物理量进行多次测量时,每次测量的结果有差异,其差异的大小和符号以不可预定的方式变化着。这种误差称为偶然误差或随机误差。

偶然误差是由于一些偶然的、不确定的因素引起的。例如,各次观察时仪器对的位置不准;调节平衡时,平衡点调节不到位;读数不准确;实验仪器由于环境温度、湿度、震动、杂散电磁场的干扰、电源电压的波动等因素引起测量值的变化。这些因素的影响一般是微小的、混杂的,并且是随机出现的。

每次测量的偶然误差是无规则的,但若测量次数充分多时,就会发现在一定条件下,它具有一定的规律性。这种规律性表现为偶然误差服从一定的统计规律,即:

①绝对值小的误差出现的概率比绝对值大的误差出现的概率要大的多。

②比真值大的测量值与比真值小的测量值出现的概率相等。

3. 系统误差与偶然误差的关系

系统误差的特征是它的确定性,而偶然误差的特征是它的随机性。两者经常同时存在于实验之中,又是难以严格区分。通常把一些不确定的系统误差看作偶然误差来处理。有时,两者的区别与空间和时间的因素有关。例如,环境温度对标准仪器的影响,在短时间内可以看成是系统误差,而在长时间内则认为是偶然误差。另外,随着科学技术的发展,人们对误差来源及其变化规律的认识加深,有可能把过去认识不到而归于偶然误差的某些误差,确定为系统误

差。

还必须指出,在测量中,由于读数或计算时发生错误,致使测量结果与真值之间产生较大的偏差,这种偏差是错误而不是误差,它是不应该出现的。这是完全可以避免的。

4. 对误差大小的评价

实验中常用精密度、准确度和精确度来评价测量结果中误差的大小。

(1)精密度

精密度表示测量结果中偶然误差大小的程度。精密度高是指在多次测量中,数据的离散性小。

(2)准确度

准确度是测量结果中系统误差大小的程度。准确度反映了测量值或实验所得结果与真值符合的程度,它是描述接近真值的尺度。准确度高表示多次测量数据的平均值偏离真值的程度小,系统误差小。

(3)精确度

精确度是对测量结果中系统误差和偶然误差大小的综合评价,它表示测量结果与真值的一致程度。精确度高表示在多次测量中,数据比较集中且逼近真值,即测量结果中的系统误差和偶然误差都比较小。

在日常中,在评价测量结果时,我们常用到精度这个概念。精度是一个泛指的概念,有时,它是表示系统误差的大小,即准确度的高低;有时,它是表示偶然误差的大小,即精密度的大小;同时,它也可以用来综合评价系统误差和偶然误差的大小,即表示测量结果的精确度。

(4)测量仪器的精度

物理实验是依靠测量仪器来进行的。测量结果的误差大小在很大程度上取决于测量仪器是否准确,通常用精度和级别来描述仪器的这种性质。

仪器的精度通常指它能分辨的物理量的最小值。仪器的精度越高,即它的分度越细,允许的偏差就越小。由于多种因素,如材质不均匀、加工装配的缺欠以及环境(如温度、湿度、震动、杂散光、电磁场等)的影响,仪器的精度受到一定的限制。按照标准,在正常使用条件下(如温度、湿度、放置方式、额定功率等都符合要求),用某种级别的仪器进行测量时,对最大允许偏差有具体规定,这种最大允差也叫仪器的极限误差或公差,我们用 $\Delta_{\text{仪}}$ 来表示。 $\Delta_{\text{仪}}$ 可在产品说明书和仪器手册中查找到。表1-1-1给出了常用仪器的最大允差。

表1-1-1 常用仪器量具的主要技术要求和最大允差

量具(仪器)	量 程	最小分度值	最大允差
木尺(竹尺)	300 ~ 500mm	1mm	$\pm 1.0\text{mm}$
	600 ~ 1000mm	1mm	$\pm 1.5\text{mm}$
钢板尺	150mm	1mm	$\pm 0.10\text{mm}$
	500mm	1mm	$\pm 0.15\text{mm}$
	1000mm	1mm	$\pm 0.20\text{mm}$
钢卷尺	1m	1mm	$\pm 0.8\text{mm}$
	2m	1mm	$\pm 1.2\text{mm}$

游标卡尺	125mm 300mm	0.02mm 0.05mm	$\pm 0.02\text{mm}$ $\pm 0.05\text{mm}$
螺旋测微器(千分尺)	0 ~ 25mm	0.01mm	$\pm 0.004\text{mm}$
七级天平(物理天平)	500g	0.05g	$\pm 0.08\text{g}$ (接近满量程) $\pm 0.06\text{g}$ (1/2 量程附近) $\pm 0.04\text{g}$ (1/3 量程和以下)
三级天平(分析天平)	200g	0.1mg	$\pm 1.3\text{mg}$ (接近满量程) $\pm 1.0\text{mg}$ (1/2 量程附近) $\pm 0.7\text{mg}$ (1/3 量程和以下)
普通温度计(水银或有机溶剂)	0 ~ 100℃	1℃	$\pm 1^\circ\text{C}$
精密温度计(水银)	0 ~ 100℃	0.1℃	$\pm 0.2^\circ\text{C}$

一般而言,有刻度的仪器、量具的最大允差大约对应与其最小分度值所代表的物理量。应当说明,最大允差是指所制造的同型号同规格的所有仪器中有可能产生的最大误差,并不代表每一台仪器的每个测量值都有如此之大的误差。它既包括仪器在设计、加工、装配过程中乃至材料选择中的缺欠所造成的系统误差,也包括正常使用过程中测量环境和仪器性能随机涨落的影响。

实验室选取仪器要得当,仪器使用不当对仪器和实验均不利。选取仪器有两个最基本的指标:测量范围和精度。当被测量超过仪器的测量范围时,不仅测量误差增大,而且可能会损坏仪器;在满足精度的条件下,经常选用精度较低的仪器。

四、不确定度与置信概率

误差定义为测量值与真值的偏离,但真值是无法测得的,因此误差也就无法得到。我们只能通过一定的方法对测量误差进行估计,这就需要引入不确定度的概念。不确定度是指由于测量误差的存在而对被测量值不能肯定的程度,是表征被测量的真值所处的量值范围的评定。我们在表示完整的测量结果时,除给出被测量 χ 的量值 χ_0 ,同时要标出测量的总不确定度 $u_{c(\chi)}$ 写成

$$\chi = \chi_0 \pm u_{c(\chi)} \quad (P = \rho) \quad (1-1-2)$$

的形式。括号内的 P 是一个表示可能性大小的概率, ρ 为具体概率值,称之为置信概率。结果表达式(1-1-2)的含义是:区间 $(\chi_0 - u_{c(\chi)}) \sim (\chi_0 + u_{c(\chi)})$ 内包含被测量 χ 的真值的可能性有 ρ 。由式(1-1-2)可知,我们可以将不确定度理解为一定概率下的误差限值。

为了直观的评定测量结果,也常采用相对不确定度的概念。用 u_r 表示相对不确定度,则有

$$u_r = u_{c(\chi)} / \chi_0 \quad (1-1-3)$$

对不同的要求,置信概率可取不同的值,常见的取值有0.68,0.90,0.95,0.99等。国家技术监督局1994年建议,置信概率通常取0.95,因此当 $P=0.95$ 时,不必注明 P 值。多数的工业和商业用途上所用的约定概率为0.95。

根据估计方法的不同,总不确定度可分为两类分量,一类是可以通过多次重复测量用统计学方法估算出的A类不确定度 $u_{A(\chi)}$,另一类使用其它方法估算出的B类不确定度 $u_{B(\chi)}$ 。将两

类分量按方和根的方法合成,就得到测量结果的总不确定度:

$$u_{c(x)} = \sqrt{[u_{A(x)}]^2 + [u_{B(x)}]^2} \quad (1-1-4)$$

第二节 有效数字及其运算

一、有效数字

任何一个物理量的测量结果都有一个近似的测量值。确定用多少位数字来正确记录实验的测量值,使实验记录在一定程度上反映出实际测量过程,这是实验数据处理中的一个重要问题。

1. 有效数字

我们把测量结果中可靠的数字,加上可疑的一位数字统称为测量结果的有效数字。例如,9.057的有效数字是四位,“9.05”是可靠数字,“7”是可疑数字,这一数字虽然是可疑的,但它在一定程度上反映了客观实际,因此它也是有效的。

有效数字的位数与十进制单位变换无关,即用来表示小数点位置的零不是有效数字。例如,5.24cm、0.0524m都是三位有效数字。不是用来表示小数点位置的零是有效数字,例如,5.0024cm是五位有效数字;5.2400cm也是五位有效数字。

2. 确定测量结果有效数字的基本方法

① 数字式显示仪器上显示出的所有数字均是有效数字,都应读出并纪录。

② 可连续读数的分度值式仪器,必须记录到最小分度值的十分之一位。若读数恰好与某一最小刻度重合,也应估读下一位为0,否则将影响有效数字位数。

3. 数值表示的标准形式

数值表示的标准形式是用10的分幂来表示其数量级,即采用科学计数法。前面的数字是测得的有效数字并只保留一位数在小数点的前面。例如,3.3 × 10⁵m、8.25 × 10⁻³kg等。

二、有效数字的运算

在有效数值的运算过程中,为了不致因运算而引起误差或损失有效数字,进而影响测量结果的精确度,我们以误差理论为依据,应尽可能简化运算过程而作了一些适当的规定。这些规定称运算规则。

1. 规定

计算结果中只保留一位可疑数字。

2. 尾数舍入法则

尾数大于5则入,小于5则舍。等于5若前一位为奇数则入,偶数则舍。例如,2.036取三位有效数字为2.04;32.549取三位有效数字为32.5;1.015取三位有效数字为1.02;1.025取三位有效数字为1.02;

3. 加减运算

首先将各分量小数点对齐,以可疑数字位置最前者为准,其他数字比它多留一位,多余数按尾数舍入法则处理,最终运算结果,再根据尾数舍入法则将多余的一位去掉。

例如, $43.7 + 8.424 \approx 43.7 + 8.42 \approx 52.12 \approx 52.1$

$71.3 + 6.262 - 0.753 + 271 \approx 71.3 + 6.3 - 0.8 + 271 \approx 347.8 \approx 348$

4. 乘法运算

找出有效数字位数最少的数为标准,其余各数的有效数字位数比它多留一位,然后进行运算。最后结果的有效数字位数与运算前各数中有效数字位数最少的相同。

$$\begin{aligned}\text{例如, } D &= \frac{980.12 \times 8.44 \times 1.1373^2}{4 \times \pi^2} \\ &\approx \frac{980.1 \times 8.44 \times 1.137^2}{4 \times 3.142^2} \\ &\approx \frac{980.1 \times 8.44 \times 1.293}{4 \times 9.872} \\ &\approx \frac{1.070 \times 10^4}{39.49} \\ &\approx 271\end{aligned}$$

从上可看出,中间运算过程同样按照乘除运算规则运算。

5. 对数运算

取对数前后,有效数字位数应相等。所以 n 位有效数字的数值至少应当用 n 位对数表,或用 $n+1$ 位对数表,以免损失精度。

三、使用有效数字时的注意事项

1. 物理公式中有些数值,不是实验测量值,不必考虑有效数字位数。例如,圆柱体积公式 $V = \frac{1}{4}\pi D^2 L$ 中的 $\frac{1}{4}$ 。

2. 对数运算时,首数不算有效数字。

3. 不确定度的有效位

不确定度的值通常只取一位或两位有效数字。如果表示成相对不确定度的形式,一般情况下也只取 2 位有效数字。不确定度在计算过程中要多保留一位,若不确定度的值只取 1 位,则运算过程中的不确定度数值取 2 位有效数字,直到最终的不确定度,才修约成 1 位,(修约指从较多的数字中留下了有效数字,去掉多余的数字)

4. 测量结果的有效位

国际上规定,测量结果的修约间隔与其不确定度的修约各间隔相等。即不确定度给到了哪一位,测量结果也应给出到这一位。例如,用单摆测得某地重力加速度为

$$g = (9.812 \pm 0.018) \text{ m/s}^2$$

不确定度取 2 位,测量值的有效数字的末位是和不确定度末位同一位的 2。

在算不清测量不确定度的大小时,无法确定测量结果给出到哪一位;一旦得到了测量结果的不确定度,给出到哪一位就确定了,测量结果的有效位也就明确了。

第三节 误差处理

一、算术平均值——近真值

尽管一个物理量的真值是客观存在,然而,即使对测量值已经进行了系统误差的修正,由于偶然误差的存在,企图得到真值的愿望仍不能实现。根据偶然误差具有抵偿性的特点,误差理论可以证明,如果一个物理量测量了相当多次,那么,其算术平均值就是接近真值的最佳值。

设在相同条件下对一个物理量进行了多次测量,测量值分别为 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$, 各次测量的随机误差分别为 $\delta_1, \delta_2, \delta_3, \dots, \delta_n$ 用 M_x 表示该物理量的真值。根据误差的定义有

$$\delta_1 = X_1 - M_x$$

$$\delta_2 = X_2 - M_x$$

.....

$$\delta_n = X_n - M_x$$

将以上各式相加,得

$$\sum_{i=1}^n \delta_i = \sum_{i=1}^n X_i - nM_x$$

或

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \delta_i = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i - M_x \quad (1-3-1)$$

用 $\bar{X}$ 表示算术平均值,即

$$\bar{X} = \frac{1}{n} (X_1 + X_2 + \dots + X_n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i \quad (1-3-2)$$

或(1-3-1)写为

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \delta_i = \bar{X} - M_x$$

根据随机误差的抵偿性特征,当测量次数 n 相当多时,由于正负误差相互抵消,各个误差的代数 and 的极限趋近于零,即

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \delta_i = 0$$

于是有

$$\bar{X} \rightarrow M_x$$

由此可见,测量次数愈多,算术平均值接近真值的可能性愈大。当测量次数相当多时,算术平均值是真值的最佳值,称近真值。因此可以用算术平均值作为被测量值的最佳值。从理论上讲,测量次数越多,算术平均值就愈接近于真值。但是测量次数并不是越多越好,因为增加测量次数,测量时间就要延长,实验环境可能出现不稳定,实验者也要疲劳,这将引入新的误差,对此一般的原则是,在偶然误差较大的测量中要多测几次,否则可少些,一般实验可取 5 ~ 10 次为宜。

二、标准偏差

1. 标准偏差

由于真值不知道,误差 δ_i 就不能计算。根据算术平均值是近真值的结论,在实际计算时

采用算术平均值 $\bar{x}$ 代替真值,用各次测量值与算术平均值的差值

$$V_i = x_i - \bar{x} \quad (1-3-3)$$

来估算各次的误差,差值 V_i 称为偏差。

误差理论证明,当测量次数 n 有限,可用偏差来估算误差,称标准偏差。它的计算公式为

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n V_i^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (1-3-4)$$

2. 算术平均值的标准偏差

由于测量值有偶然误差,它们的算术平均值也必然有偶然误差,由于求和时的抵偿效应,算术平均值的误差绝对值较小,因而算术平均值的标准偏差 $S_{(\bar{x})}$ 也应少于标准偏差 S ,误差理论可以证明平均值的标准偏差为

$$S_{(\bar{x})} = \frac{S}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}} \quad (1-3-5)$$

标准偏差反映了测量值的分散情况,反映了测量值偏离真值的可能性,标准偏差小的测量值,表示分散范围较窄,测量值偏离真值的可能性较小,即测量值的可靠性较高。

三、实验中不合理数据的剔除

在测量中因疏忽或其他种种原因(如有突然的振动,偶尔读错或记录错误等),使得在一组数据中有时会出现一个或一些不正常的的数据。在数据处理时应将它们从实验结果中剔除,剔除测量中不合理数据的标准有多种,这里仅介绍格罗布斯判据。按此判据给出一个和数据个数 n 相联系的系数 G_n ,当已知数据个数 n ,算术平均值 $\bar{x}$ 和一组测量数据的标准偏差 S ,则可以保留的测量值 x_i 的范围为

$$((\bar{x} - G_n \cdot S) \leq x_i \leq (\bar{x} + G_n \cdot S)) \quad (1-3-6)$$

在此范围外的数据都应剔除

G_n 系数表 (1-3-1)

n	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
G_n	1.15	1.46	1.67	1.82	1.94	2.03	2.11	2.18	2.23	2.28	2.33
n	14	15	16	17	18	19	20	22	25	30	
G_n	2.37	2.41	2.44	2.48	2.50	2.53	2.56	2.60	2.66	2.74	

例:测得一组长度值(单位:cm)

98.28	98.26	98.24	98.29	98.21
98.30	98.97	98.25	98.23	98.25

计算出 $\bar{x} = 98.328\text{cm}$, $S = 0.227\text{cm}$

$n = 10$, 从表查得 $G_n = 2.18$

数据 98.97 在此范围之外,应剔除。除去后还剩九个数据,再计算

$\bar{x} = 98.257\text{cm}$, $S = 0.029\text{cm}$, $S_{(\bar{x})} = 0.010\text{cm}$

四、标准不确定度的评定

1. 标准不确定度评定的步骤

评定不确定度的任务就是找出不确定度的来源,算出每个输入量的不确定度 $u(x_i)$,然后把它们合成,计算出被测量的不确定度。目前已经获得国际公认的主要原则有以下几点:

(1)测量结果的不确定度一般包含若干分量,这些分量可按其数值的评定方法归并成 A、B 两类:A 类是指对多次重复测量结果用统计方法计算标准偏差;B 类是指用其他方法估计的近似相当于标准偏差的值。

(2)如果各分量是独立的,测量结果的合成标准不确定度是各个分量平方和的正平方根。

(3)要求将合成标准不确定度乘以一个包含因子 k ,作为展伸不确定度,使测量结果以高置信概率包含被测真值。

2. 直接测量的标准不确定度

(1)直接测量结果的 A 类标准不确定度

由于偶然效应,被测量 X 的多次重复测量值 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 将是分散的,从分散的测量值出发,用统计的方法评定标准不确定度,称标准不确定度的 A 类评定。设 A 类标准不确定度为 $u_{A(x)}$,用统计方法求出平均值的标准偏差

$$S(\bar{x}) = S/\sqrt{n} = \sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2 / [n(n-1)]}$$

A 类标准不确定度就取平均值的标准偏差,即

$$u_{A(x)} = S(\bar{x}) \quad (1-3-7)$$

当测量次数趋于无限时,算术平均值将无限接近待测物理量的真值,根据误差理论的高斯分布可知

$[\bar{x} - S(\bar{x})] \sim [\bar{x} + S(\bar{x})]$ 范围包含真值的概率为 68%,

$[\bar{x} - 1.96S(\bar{x})] \sim [\bar{x} + 1.96S(\bar{x})]$ 范围包含真值的概率为 95%,

$[\bar{x} - 2.58S(\bar{x})] \sim [\bar{x} + 2.58S(\bar{x})]$ 范围包含真值的概率为 99%。

当有限次测量时,要保持同样的置信概率,必须要扩大置信区间,把 $S(\bar{x})$ 乘以一个大于 1 的因子 t ,在 t 分布下,A 类标准不确定度为:

$$u_{A(x)} = t \cdot S(\bar{x}) \quad (1-3-8)$$

下表 t 与 n 关系表给出了不同置信概率下 t 因子与测量次数的关系

t 与 n 的关系表 表(1-3-2)

$t \backslash n$	3	4	5	6	7	8	9	10	15	20	∞
0.68	1.32	1.20	1.14	1.11	1.09	1.08	1.07	1.06	1.04	1.03	1
0.90	2.92	2.35	2.13	2.02	1.94	1.86	1.83	1.76	1.73	1.71	1.65
0.95	4.30	3.18	2.78	2.57	2.46	2.37	2.31	2.26	2.15	2.09	1.96
0.99	9.93	5.84	4.60	4.03	3.71	3.50	3.36	3.25	2.98	2.86	2.58

[例]测量某一长度得到 9 个值:42.35,42.45,42.37,42.33,42.30,42.40,42.48,42.35,42.29(均以 mm 为单位),求置信概率为 0.68,0.95,0.99 时,该测量值的平均值,平均值标准偏差和 A 类标准不确定度。

解:由式(1-3-2)得平均值 $\bar{x} = 42.369\text{mm}$,由式(1-3-5)得平均值的标准偏差为 $S(\bar{x})$