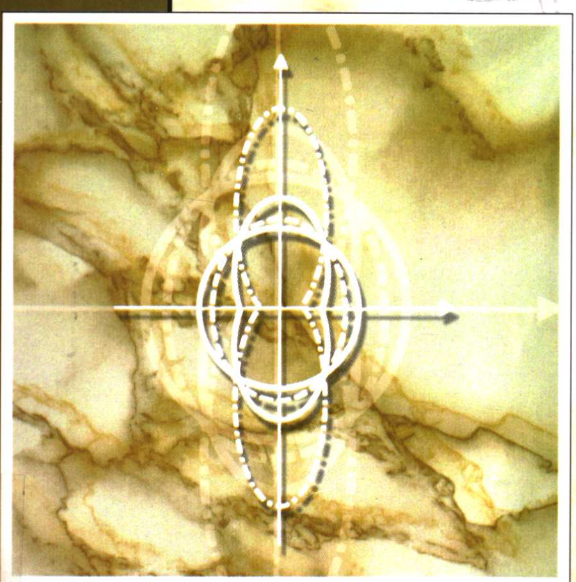
研究生系列教材

工程电动力学

（修订版）

王一平



西安电子科技大学出版社
http://www.xduph.com

研究生系列教材

工程电动力学

(修订版)

王一平

西安电子科技大学出版社

2007

内 容 简 介

本书是在1985年出版的《工程电动力学》的基础上修订而成的。

本书包含电磁场方程、电磁场的基本解法、电磁场的基本定理、运动系统的电磁场、平面电磁波、电磁波的辐射与散射、导行电磁波和电磁理论中的常用数学公式等内容。

本书内容丰富，讲法严谨，概念清晰，数学演算详细，便于自学。本书可供研究生学习，亦可作为有关学科的大学教师、本科高年级学生及科技人员的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

工程电动力学/王一平. —2版(修订本)
—西安：西安电子科技大学出版社，2007.1
ISBN 978-7-5606-1767-1
Ⅰ.工… Ⅱ.王… Ⅲ.工程力学：电动力学—研究生—教材，Ⅳ.0442

中国版本图书馆CIP数据核字(2007)第006342号

策　　划　马乐惠
责任编辑　王　瑛　马乐惠
出版发行　西安电子科技大学出版社(西安市太白南路2号)
电　　话　(029)88242885　88201467　　邮　编　710071
http://www.xduph.com　　E-mail：xdupfxb@pub.xaonline.com
经　　销　新华书店
印刷单位　陕西天意印务有限责任公司
版　　次　1985年11月第1版　2007年1月第2版　2007年1月第2次印刷
开　　本　787毫米×1092毫米　1/16　印张26.25
字　　数　621千字
印　　数　3501～7500册
定　　价　32.00元
ISBN 978-7-5606-1767-1/TM·0035

XDUP 2059001-1

西安电子科技大学
研究生教材建设基金资助

修订版前言

本书出版后，深受有关学科的教师和研究生的欢迎，多年来被若干博士生导师定为报考博士学位的必需参考书。

20余年过去了，原作者之一的陈达章教授早已调离，而另一作者刘鹏程教授已于1997年英年早逝，因此，此次再版的修订工作只能由原来此书的发起人独立承担。但两位教授当年在铸成本书中曾经付出的辛勤劳动和贡献是不可磨灭的。

本书的有关内容除第四章外，基本上是宏观的经典的电磁场理论和它的边值问题在几种典型情况下求解的结合。为保持本书的这种以数学物理方法解析推理的特色，第七章删去了涉及波导技术元件的"加载介质片的矩形波导"一节。为尊重本书读者意见和刘鹏程教授的生前愿望，此次修订仍未在书中列入习题题解，但对绝大多数习题增附了必要的提示，尽管它们不是惟一的和完全恰当的。

另外，在参考文献中增加了近年来得到的有关资料。

全书修订后仍分为七章。第一章至第三章论述经典电磁场的基本理论及基本计算方法。第三章系统而集中地叙述了有用的电磁场定理，但删去了巴俾涅原理表示法的列表。这样做是为了集中讲述最基本的物理思想。第四章以狭义相对论为基础，着重讨论了运动系统电磁场的性质及计算方法。这是本书不同于一般工科电磁理论书籍的重要特色。它又是设计高能的、高频的和具有多粒子作用电子器件的理论基础，内容着重于工程应用基础，不涉及过多的理论物理问题。例如，未讨论粒子的质能关系。第五章至第七章论述了电磁波传播、辐射、散射及导行电磁波，这是前四章内容的深入应用。第五章着重分析了各向异性媒质中波的传播及反射、透射特性，介绍了新的分析方法。第六章介绍了辐射及散射的计算方法，包括多极子展开法、球面波展开法及计算辐射场和散射场时常用的鞍点法等，并给出了计算实例。第七章介绍了柱形波导系统中导行电磁波的分析方法及其特征，具体讨论了均匀填充波导和表面波波导中波的特性。其中介质波导部分是光纤传输经典理论的基础。

因本书中外文符号较多，为方便区别起见，除特定说明外，书中的矩阵(并矢)与张量用黑正体表示，矢量用黑斜体表示。

此书的出版得到了西安电子科技大学研究生教材建设基金的资助。

作　者

2006年10月

原版前言

1979年秋至1980年夏，我们举办过小型的电磁理论讨论班。在此基础上写成了《电磁波理论》一书，共12章。1980年秋至1981年夏，曾以其中7章作为教师进修和研究生学习的讲稿。后来又选其中大部分章节经补充写成《电磁场理论》讲义，先后在四届研究生中用作教材。鉴于本书与教材不完全一致，故定名为《工程电动力学》正式出版，以供相应学科的大学教师、科研人员参考和研究生学习之用。为了学习方便，我们在每一章加了引言和习题。

全书共分7章。第一章至第三章论述经典电磁场的基本理论及基本计算方法。第一章给出了描述电磁场运动规律的各种方程，其中包括本构方程，电磁力、电磁动量及电磁能量方程等。第二章介绍了电磁场的基本解法，其中包括各种位函数法，用标量格林函数、矢量格林函数及并矢格林函数求解波动方程，以及矢量波动方程的直接解法等。第三章介绍了许多有用的电磁场定理，例如二重性原理、等效原理、感应定理、互易定理及巴俾涅原理等。第四章以狭义相对论为基础，着重讨论了运动系统电磁场的性质及计算方法。第五章至第七章论述了电磁波传播、辐射、散射及导行电磁波，这是前四章内容的深入和应用。第五章着重分析了各向异性媒质中波的传播及反射、透射特性，介绍了新的分析方法。第六章介绍了辐射及散射的计算方法，包括多极子展开法、球面波展开法及计算辐射场和散射场时常用的鞍点法等，并给出了计算实例。第七章介绍了柱形波导系统中导行电磁波的分析方法及其特征，具体讨论了均匀填充波导、部分填充波导和表面波波导中波的特性。最后在附录中给出了电磁理论中常用的数学公式，它带有索引和手册的性质，比较系统地引出了有关数学分析方法的必需算式。

书中对时谐场的表示用 $e^{j\omega t}$，计量单位采用我国法定计量单位。参考文献附于全书之末。

西安交通大学黄席椿教授、傅君眉副教授审阅了本书的初稿，提出了许多宝贵意见，在此表示谢意！

由于我们水平所限，书中错误与不妥之处必然存在，我们诚恳地希望读者批评、指正。

作　者

1984年12月

目　录

第一章 电磁场方程

引 言

自从19世纪中期J.C.麦克斯韦提出描述电磁场的一组线性偏微分方程以来，尽管电磁学在各个方面都有了长足的进展，但在经典的、宏观的范围内，麦克斯韦方程组仍然是反映电磁场运动规律的基本定律。本章的目的是阐明这种普遍的规律。

本章首先简要介绍电磁场的基本实验定律，总结出麦克斯韦方程组；然后着重讨论麦克斯韦方程组的基本意义及其各种表示形式，强调在整个方程组中把独立方程与非独立方程区别开来和了解其限定形式不同于非限定形式的重要意义，并且给出各种非限定形式。关于电磁场的边界条件将用矢量斯托克斯定理导出，这种方法似乎比一般常用的方法更吸引人一些。本章在媒质的宏观电磁特性讨论中，以本构矩阵(Constitution Matrices)的形式给出媒质本构方程(Constitution Equations)的一般形式，并引入双各向异性媒质的概念。本章还讨论电磁场的能量、动量和麦克斯韦张力张量等问题，给出了电磁场的功率-能量守恒方程和电磁力-动量守恒方程。这些方程是麦克斯韦方程组及洛仑兹方程对电磁现象本质的进一步揭示，可帮助我们更深入地认识到电磁场的物质性和运动的波动性。本章最后一节讨论了为简化电磁场的计算而引入的位函数及其方程，对规范变换作了较详细的论述。

1.1 麦克斯韦方程组

1.1.1 实验定律

1. 场矢量与洛仑兹力

实验表明，一个运动的带电粒子将受到电荷和电流的作用力。从场的观点来看，这种作用力是由于电荷和电流在其周围产生电场或磁场而引起的，因而我们引入电场矢量 $\boldsymbol{E}$ 和磁场矢量 $\boldsymbol{B}$ 来描述其场的性质，作用力的规律可表示为

$$\boldsymbol{F}=q(\boldsymbol{E}+\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B}) \tag{1.1-1}$$

式(1.1-1)称为洛仑兹方程，式中 $\boldsymbol{F}$ 称为洛仑兹力，q 为带电粒子的电量，$\boldsymbol{v}$ 为带电粒子的运动速度。根据式(1.1-1)，利用试验电荷 q 可以确定电场矢量 $\boldsymbol{E}$ 和磁场矢量 $\boldsymbol{B}$。

电场矢量 $\boldsymbol{E}$ 定义为静止的试验电荷 q 所受的作用力 $\boldsymbol{F}$ 与试验电荷的比值(极限)，即

$$\boldsymbol{E} = \lim_{q \to 0} \frac{\boldsymbol{F}}{q} \tag{1.1-2}$$

由式(1.1－2)定义的电场矢量 $\boldsymbol{E}$ 称为电场强度矢量。式(1.1－2)表明，只有在试验电荷 q 足够小以致它对场源的影响亦即它本身场的存在可以忽略不计的情况下，式(1.1－2)定义的 $\boldsymbol{E}$ 才有意义。

在 $\boldsymbol{E}=0$ 的情况下，由式(1.1－1)可知，运动带电粒子 q 在磁场中所受的作用力为

$$\boldsymbol{F} = q\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B} \tag{1.1-3}$$

式(1.1－3)可作为磁感应强度矢量 $\boldsymbol{B}$ 的定义。磁感应强度矢量 $\boldsymbol{B}$ 常常又称为磁通密度矢量。

在体电荷分布的情况下，设体电荷密度为 ρ，运动速度为 $\boldsymbol{v}$，则运动电荷形成的运流电流密度为 $\boldsymbol{J}=\rho\boldsymbol{v}$，此时运动带电系统单位体积所受的电磁场的作用力可表示为

$$\boldsymbol{f} = \lim_{\Delta V \to 0} \frac{\nabla \boldsymbol{F}}{\nabla \boldsymbol{V}} = \rho\boldsymbol{E} + \boldsymbol{J} \times \boldsymbol{B} \tag{1.1-4}$$

式中：$\boldsymbol{f}$ 为体积力密度，右端第一项为电场力密度，第二项为磁场力密度。需要指出的是，式(1.1－4)中的 $\boldsymbol{E}$ 和 $\boldsymbol{B}$ 为带电体中任一点处总的电场和磁场，包括带电体本身产生的电场和磁场。

2. 库仑定律

库仑定律是静电学中描述两个点电荷之间相互作用力的基本实验定律。设均匀无界空间中有两个静止点电荷 q_1 和 q_2，根据库仑定律，点电荷 q_2 受 q_1 的作用力 $\boldsymbol{F}$ 可表示为

$$\boldsymbol{F} = \frac{q_1 q_2 \boldsymbol{R}}{4\pi\varepsilon R^3} \tag{1.1-5}$$

式中：$\boldsymbol{R}$ 是 q_1 到 q_2 的距离矢量；ε 称为媒质的介电常数或电容率。根据式(1.1－2)与(1.1－5)，均匀无界空间中点电荷 q 所产生的电场强度 $\boldsymbol{E}$ 为

$$\boldsymbol{E} = \frac{q\boldsymbol{R}}{4\pi\varepsilon R^3} \tag{1.1-6}$$

式中 $R=|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|$，$|\boldsymbol{r}'|$为点电荷的坐标(源点坐标)，$|\boldsymbol{r}|$为场点坐标。考虑到

$$\frac{\boldsymbol{R}}{R^3} = \frac{\boldsymbol{u}_R}{R^2} = -\nabla\left(\frac{1}{R}\right) \tag{1.1-7}$$

于是，式(1.1－6)可改写为

$$\boldsymbol{E} = -\frac{q}{4\pi\varepsilon}\nabla\left(\frac{1}{R}\right) \tag{1.1-8}$$

令

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon R} \tag{1.1-9}$$

则式(1.1－8)又可表示为

$$\boldsymbol{E} = -\nabla\varphi \tag{1.1-10}$$

由上式可以看出，静电场是位场，标量函数 φ 称为库仑位。由式(1.1－7)可以看出，静电场存在库仑位的关键在于库仑力是“有心力”。

根据点电荷电场强度的表达式(1.1－8)，很容易找出静止的体电荷分布的电场强度。设均匀无界空间中，体电荷分布在有限体积 V 内，电荷密度为 $\rho(\boldsymbol{r}')$，于是，$\mathrm{d}V'$内的电荷

元$\rho(\boldsymbol{r}')\mathrm{d}V'$产生的电场强度为

$$\mathrm{d}\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}) = \frac{\rho(\boldsymbol{r}')\mathrm{d}V'\boldsymbol{R}}{4\pi\varepsilon R^3}$$

利用式(1.1 - 7)，体积V内的体电荷产生的总的电场强度可表示为

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}) = \int_V \frac{\rho(\boldsymbol{r}')\boldsymbol{R}}{4\pi\varepsilon R^3}\mathrm{d}V = -\frac{1}{4\pi\varepsilon}\int_V \rho(\boldsymbol{r}')\nabla\left(\frac{1}{R}\right)\mathrm{d}V' \tag{1.1 - 11}$$

式中，梯度算子∇是对不带"撇"的场点坐标的运算，而体积分仅对带"撇"的源点坐标进行。于是，我们可将式(1.1 - 11)写成下面的形式：

$$\boldsymbol{E} = -\nabla\varphi \tag{1.1 - 10}$$

$$\varphi = \int_V \frac{\rho(\boldsymbol{r}')}{4\pi\varepsilon R}\mathrm{d}V' \tag{1.1 - 12}$$

3. 安培定律与毕奥-沙伐定律

安培定律是静磁学中描述两个恒定电流元之间作用力规律的基本实验定律。设均匀无界空间中有两个恒定电流元$\boldsymbol{J}_1\mathrm{d}V_1$与$\boldsymbol{J}_2\mathrm{d}V_2$，根据安培定律，电流元$\boldsymbol{J}_1\mathrm{d}V_1$受$\boldsymbol{J}_2\mathrm{d}V_2$的作用力$\mathrm{d}\boldsymbol{F}_1$可表示为

$$\mathrm{d}\boldsymbol{F}_1 = \frac{\mu}{4\pi}\frac{\boldsymbol{J}_1\times(\boldsymbol{J}_2\times\boldsymbol{R})}{R^3}\mathrm{d}V_1\mathrm{d}V_2 \tag{1.1 - 13}$$

式中：$\boldsymbol{R}$为电流元之间的距离矢量，其方向由电流元$\boldsymbol{J}_2\mathrm{d}V_2$指向电流元$\boldsymbol{J}_1\mathrm{d}V_1$；$\mu$为媒质的磁导率。

根据磁感应强度的定义式(1.1 - 3)，并作代换$q\boldsymbol{v}=\boldsymbol{J}_1\mathrm{d}V_1$，电流元$\boldsymbol{J}_1\mathrm{d}V_1$所受的作用力可表示为

$$\mathrm{d}\boldsymbol{F}_1 = \boldsymbol{J}_1\times\boldsymbol{B}\mathrm{d}V_1 \tag{1.1 - 14}$$

比较式(1.1 - 13)与(1.1 - 14)可以看出，电流元$\boldsymbol{J}_2\mathrm{d}V_2$产生的磁感应强度为

$$\mathrm{d}\boldsymbol{B} = \frac{\mu\boldsymbol{J}_2\times\boldsymbol{R}}{4\pi R^3}\mathrm{d}V_2$$

根据上式，并考虑到式(1.1 - 7)，我们可求出均匀无界空间中有限体积V内任意分布的恒定电流源产生的总磁场

$$\boldsymbol{B}(\boldsymbol{r}) = \frac{\mu}{4\pi}\int_V \frac{\boldsymbol{J}(\boldsymbol{r}')\times\boldsymbol{R}}{R^3}\mathrm{d}V' = -\frac{\mu}{4\pi}\int_V \boldsymbol{J}(\boldsymbol{r}')\times\nabla\left(\frac{1}{R}\right)\mathrm{d}V' \tag{1.1 - 15}$$

上式称为毕奥-沙伐定律。

4. 法拉第定律

法拉第定律是描述恒定磁场或似稳磁场中电磁感应的基本实验定律，它可表述为：在任意闭合回路中的感应电动势等于与此闭合回路相交链的磁通量的时间变化率的负值，即

$$\oint_l \boldsymbol{E}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{l} = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_S \boldsymbol{B}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{S} \tag{1.1 - 16}$$

对于运动的闭合回路，如图 1 - 1 所示，式(1.1 - 16)可改写为

$$\oint_l \boldsymbol{E}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{l} = -\int_S \frac{\partial\boldsymbol{B}}{\partial t}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{S} + \oint_S (\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B})\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{l} \tag{1.1 - 17}$$

上式右端第一项为回路不动时由于磁场变化引起的感应电动势，第二项为由于回路在磁场中运动而引起的感应电动势。对于静止闭合回路，由式(1.1 - 16)可得

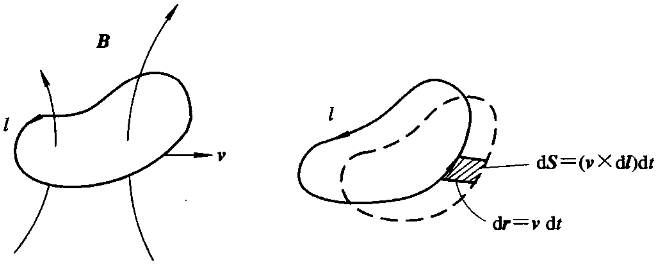


图 1-1 磁场中运动的闭合回路

$$\oint_l \boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{l}=-\frac{\partial}{\partial t}\int_S \boldsymbol{B}\cdot d\boldsymbol{S} \tag{1.1-18}$$

应用斯托克斯定理，上式左端的线积分可写成面积分，于是有

$$\int_S(\nabla\times\boldsymbol{E})\cdot d\boldsymbol{S}=-\frac{\partial}{\partial t}\int_S \boldsymbol{B}\cdot d\boldsymbol{S}$$

因为 S 是任意的，必然有

$$\nabla\times\boldsymbol{E}=-\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} \tag{1.1-19}$$

式(1.1-18)与(1.1-19)分别称为法拉第定律的积分形式与微分形式。

对于静态场，$\partial/\partial t=0$，式(1.1-19)简化为$\nabla\times\boldsymbol{E}=0$。由式(1.1-10)也可以直接得到$\nabla\times\boldsymbol{E}=0$，因此，库仑定律与法拉第定律的静态形式是一致的。

5. 电荷守恒定律

电荷守恒定律又称为电流连续性方程，数学上它可表示为

$$\oint_S \boldsymbol{J}\cdot d\boldsymbol{S}=-\frac{\partial Q}{\partial t} \tag{1.1-20}$$

式中，Q 为闭合面 S 所包围体积中的总电荷。应用高斯散度定理，上式左端的面积分可写成体积分，再将总电荷 Q 写成体电荷密度 ρ 的体积分，于是，式(1.1-20)可改写为

$$\int_V \nabla\cdot\boldsymbol{J}\,dV=-\frac{\partial}{\partial t}\int_V \rho\,dV \tag{1.1-21}$$

由于体积 V 是任意的，则必然有

$$\nabla\cdot\boldsymbol{J}=-\frac{\partial\rho}{\partial t} \tag{1.1-22}$$

式(1.1-21)与(1.1-22)分别称为电流连续方程的积分形式与微分形式。

1.1.2 麦克斯韦方程组

由上节所述基本实验定律出发，我们可导出描述静态场或似稳场特性的几个基本定理。将这些基本定理作适当的推广或修正，便可得到描述宏观电磁现象基本特性的麦克斯韦方程组。

1. 高斯定理

假设在均匀无界空间中，闭合面 S 包围的体积 V 内分布有密度为 $\rho(\boldsymbol{r}')$ 的体电荷，按照式(1.1-11)可以计算出这些体电荷产生的电场强度 $\boldsymbol{E}$。我们定义电感应强度 $\boldsymbol{D}=\varepsilon\boldsymbol{E}$，由式(1.1-11)可以看出，由于消去了介电常数 ε，因此矢量 $\boldsymbol{D}$ 与介质的性质无关。

由式(1.1－11)可得

$$\nabla \cdot \boldsymbol{D} = \nabla \cdot (\varepsilon \boldsymbol{E}) = -\frac{1}{4\pi}\int_V \rho(\boldsymbol{r}')\nabla \cdot \nabla\left(\frac{1}{R}\right)\mathrm{d}V'$$

$$= -\frac{1}{4\pi}\int_V \rho(\boldsymbol{r}')\nabla^2\left(\frac{1}{R}\right)\mathrm{d}V' \qquad (1.1-23)$$

利用含有狄拉克(Dirac)δ函数的关系式(见附录3)

$$\nabla^2\left(\frac{1}{R}\right) = -4\pi\delta(R)$$

由式(1.1－23)可导出高斯定理

$$\nabla \cdot \boldsymbol{D} = \rho \qquad (1.1-24)$$

高斯定理表明，矢量场 $\boldsymbol{D}$ 的场源为自由电荷，只有存在自由电荷的场点，才存在 $\boldsymbol{D}$ 的散度，且数值上等于自由电荷密度。

式(1.1－24)为高斯定理的微分形式。将式(1.1－24)对体积 V 积分，并应用高斯散度定理，可得到高斯定理的积分形式

$$\oint_S \boldsymbol{D} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} = \int_V \rho\, \mathrm{d}V \qquad (1.1-25)$$

闭合面 S 上的面积元矢量 $\mathrm{d}\boldsymbol{S}$ 沿外法线方向。式(1.1－25)左端的面积分代表电感应强度 $\boldsymbol{D}$ 由体积 V 发出的穿过闭合面 S 的通量，因此，电感应强度 $\boldsymbol{D}$ 又称为电通量密度矢量。式(1.1－25)表明，穿过闭合面 S 的电通量等于 S 所包围的体积 V 内总的自由电荷。

虽然高斯定理是由静电学中的库仑定律导出的，但实验表明，高斯定理也适用于时变场的情况。

2. 磁通连续性原理

由静磁学中的毕奥-沙伐定律出发，我们可导出与静电学中的高斯定理相对应的磁通连续性原理。

设均匀无界空间中体积 V 内有恒定电流 $\boldsymbol{J}(\boldsymbol{r}')$，根据毕奥-沙伐定律，有

$$\boldsymbol{B}(\boldsymbol{r}) = -\frac{\mu}{4\pi}\int_V \boldsymbol{J}(\boldsymbol{r}') \times \nabla\left(\frac{1}{R}\right)\mathrm{d}V' \qquad (1.1-15)$$

考虑到 $\nabla \times \boldsymbol{J}(\boldsymbol{r}') = 0$，于是有

$$\nabla \times \left(\frac{\boldsymbol{J}}{R}\right) = \nabla\left(\frac{1}{R}\right) \times \boldsymbol{J} + \frac{1}{R}\nabla \times \boldsymbol{J} = \nabla\left(\frac{1}{R}\right) \times \boldsymbol{J}$$

$$= -\boldsymbol{J} \times \nabla\left(\frac{1}{R}\right) \qquad (1.1-26)$$

将式(1.1－26)代入式(1.1－15)，可得

$$\boldsymbol{B}(\boldsymbol{r}) = \frac{\mu}{4\pi}\int_V \nabla \times \left(\frac{\boldsymbol{J}}{R}\right)\mathrm{d}V' = \nabla \times \frac{\mu}{4\pi}\int_V \frac{\boldsymbol{J}(\boldsymbol{r}')}{R}\mathrm{d}V'$$

根据上式，我们可引入磁矢位 $\boldsymbol{A}$，即

$$\boldsymbol{A}(\boldsymbol{r}) = \frac{\mu}{4\pi}\int_V \frac{\boldsymbol{J}(\boldsymbol{r}')}{R}\mathrm{d}V' \qquad (1.1-27)$$

于是，磁感应强度 $\boldsymbol{B}$ 可用磁矢位 $\boldsymbol{A}$ 表示为

$$\boldsymbol{B} = \nabla \times \boldsymbol{A} \qquad (1.1-28)$$

由式(1.1－28)与高斯散度定理，我们可求得磁通连续性原理的微分形式与积分形式