

鐵路职工教材

几何教学参考资料

(綜合类)

杭州鐵路局編

人民鐵道出版社



铁路职工教材
几何教学参考资料
(综合类)

杭州铁路局编

人民铁道出版社出版

(北京市霞公府17号)

北京市书刊出版业营业许可证出字第010号

新华书店发行

人民铁道出版社印刷厂印

(北京市建国门外七圣庙)

书号 1309 开本 787×1092 1/32 印张 2 1/4 字数 62 千

1959年4月第1版

1959年4月第1版第1次印刷

印数 0,001—3,000 册

统一书号: 7043·37 定价 (7) 0.13元

出版者的話

鐵路职工教材（高小至初中阶段的）出版后，很多铁路局的紅专学校、业余文化学校都作为职工教育的文化基础課本。近来各校教师来信要求我社出版有关教材的教学参考資料，以便掌握教学进度和掌握教材內容。铁路教育工作会议后，杭州及上海铁路局本着大跃进的精神，在短期內組織了管内教师及有关人員編写了語文（已出版）及綜合类算术、代数、几何、物理和化学以及工务类算术等十余种教学参考資料。这些教学参考資料的出版将会对有关教师在教學上有所帮助。但是，必須說明，教学参考資料只是供給教师在鑽研和掌握教材的参考，不能代替授課計劃，希望教师在熟悉教材的基础上，發揮积极性和創造性，进一步地作好教学工作，不要受教学参考資料的限制。

上述的这些教学参考資料，由于時間短促，內容还有某些缺点，希望使用这些書的教师及从事教育工作的同志們多提示意見，以便再版时，进一步修改补充。

1959年1月20日

說 明

为了貫徹党的“教育为无产階級政治服务，教育与生产劳动相結合”的方針，适应铁路运输事业和教育工作的需要，在党的领导下，組織教师編写了铁路职工教材几何（綜合类）教学参考資料。主要目的系帮助教师鑽研和掌握教材，提高教学质量。在編写内容上，本着教学改革的精神，采取按章提出教学目的和教学进度，按章按节提出教学建議，每章附有复习提綱，并补充了原教材勘誤表。

茲将教学目的和教学注意事項分別加以說明：

几何教課时数共 107 課时，具体安排，詳見各章教学进度。

一、几何教学目的：

通过教学使學員系統地了解平面图形的性質，使學員能应用这些性質去解有关的証明題、計算題和作圖題，发展邏輯思維和空間想象力；并且应用这些知識去解决：画图、看图、測量、測定面积、体积以及其他有关的生产問題；并为进一步学习更高深数学和其他科学打下基础。

通过教学培养學員的邏輯思維能力。并通过富有现实意义的作业和練習，培养學員热爱科学、热爱学习和刻苦鑽研不怕困难的精神。

二、几何教学注意事項

1. 貫徹政治思想教育任务：

(1) 以辯証唯物主义的观点闡明教材，使學員明确学习几何的目的；

(2) 通过各种作业培养學員独立思考的能力；要求學員按时完成作业。

2. 貫徹为生产服务的教学任务：

(1) 在职工教学中，貫徹为生产服务的教学任务显得特別重要。教师應該尽可能的将几何理論与生产知識联系起来，并指导學員將所得的知識应用到生产上去；

(2) 根据學員工作上的需要，可以补充一些有关的生产題，但編写时要符合实际。

3. 关于培养学员逻辑思维与空间想象力问题:

几何学的每一部分都体现了培养学员逻辑思维与空间想象力的特点,教师必须紧紧地掌握这个特点进行教学。教学时多用直观教具,多画几何图形,以积累学员的空间观念和发展空间想象力,在讲解过程中,应该条理清晰,步步有根据,这对培养逻辑思维有很大的作用。

4. 本书每章均附有复习建议提纲,希望教师结合具体情况,适当地掌握每章重点进行复习。关于书中的教学进度计划教师可根据本班情况机动地掌握。

这本教学参考资料,由于编写仓促,加以编写人员水平限制,内容上难免有很多错误和缺点,希望教师及从事教育工作的同志们多提示意见,以便改正。

目 录

几何教材分析.....	1
第一章 緒 論.....	3
第二章 三角形.....	9
第三章 平行线.....	21
第四章 四边形.....	28
第五章 圆.....	34
第六章 和圆有关的多边形.....	42
第七章 解三角形与几个求积公式.....	46
附录一 几何課本（綜合卷）勘誤表.....	52
附录二 习题分配表.....	54
附录三 解題提示.....	57

几何教材分析

第一章：本章是介绍几何学中的一些基础知识，为学习后面各章作好准备，内容包括：借助于公理和直观方法来说明的基本概念，用定义来说明的一些概念和用逻辑方法来说明的一些开头的定理。

第二章：本章从折线的概念引出最简单的多边形——三角形。首先介绍了有关三角形的一些重要名词和它的分类，其次是研究三角形全等的判定和等腰三角形的性质；另一个内容是在介绍不等量公理的基础上来研究三角形的角与角、边与边、边与角之间的关系；第三个内容是在研究直角三角形全等的基础上阐明线段的垂直平分线和角平分线的性质；第四个内容是在研究了有关的定理后阐明四种命题的概念和它们之间的关系；最后一个内容是介绍了基本作图和三角形的作图。

第三章：本章开始提出了一个新的概念——平行线，它为进一步研究三角形的性质提供了新的知识；第一个内容研究平行线的理论，第二个内容是在平行线理论的基础上来说明对应边互相平行的两个角的性质和研究由平行线理论推证出三角形、多边形的某些性质，第三个内容是研究了一种重要的作图方法——奠基法作图，并介绍了解作图题的分析和讨论的方法，最后一个内容是转入对称的研究。

第四章：本章教材是以平行四边形理论为基础，进一步研究各种四边形的重要性质。首先是研究平行四边形的性质，接着研究几种特殊平行四边形（矩形、菱形、正方形）的特性，其次是以平行四边形的性质为基础来阐明一条线段任意等分的方法和三角形两边中点连线的性质，最后研究了梯形的性质和四边形的作图。

第五章：本章共分五个部分来研究：第一部分是圆的基本性质，第二个部分是直线和圆的相互位置关系，第三个部分是圆与圆的相互位置关系，第四个部分是与圆有关的角的度量以及简单的概括，第五部分是在熟悉有关直线形和圆的性质的基础上来研究轨迹概念与六个基本轨迹，进一步研究了另一种重要的作图方法——轨迹作图法。

第六章：在熟悉直线与圆的关系以及与圆有关的角的度量的基础上

来研究三角形的外接圆与内切圆的性质，其次是四边形的外接圆与内切圆的问题，再其次是三角形中的三线共点的问题，最后是正多边形的作图。

第七章：在熟悉几何图形的全等与不等的基础上进一步研究几何图形的相似与比例的关系，它介绍了三角形相似的定义和判定方法，其次是从介绍函数概念入手，研究直角三角形的边和角的函数关系导出三角函数，并借助于三角函数的定义来推导勾股定理和解直角三角形，最后部分是介绍了弧度法和几个求积公式。

第一章 緒 論

一、教學目的：

1. 使學員了解幾何圖形的概念以及直線、圓和角的概念和某些性質。
2. 使學員能正確地使用直尺、圓規、量角器、三角板等儀器來画一些簡單的幾何圖形。
3. 使學員了解定義、定理、公理等概念。
4. 使學員了解證題的方法、步驟和書寫格式。

二、教學建議：

1. 發展學員的邏輯思維，是幾何教學重要目的之一。這個工作，應該在一開始就有計劃地進行。因此在本章教學時，同樣應該注意培養學員邏輯思維的能力。

2. 本章某些概念比較抽象，同時又很重要，如果這章未學好，那末講以後几章要遇到很多困難；因此在教學過程中要特別注意，盡量從實際出發，多用直觀教具，使學員明確每個概念、術語、定義、定理、公理等。並能用自已的語言將它們正確地表達出來。

3. 要告訴學員正確的幾何圖形，對於推理有很大幫助；防止因幾何圖形不正確而妨礙推理。

三、教學進程：

- | | |
|-----|-------------------------------|
| 第一課 | 1. 幾何學 2. 幾何圖形 3. 平面幾何學及其研究方法 |
| 第二課 | 4. 直線、射線和綫段 |
| 第三課 | 5. 圓和弧 |
| 第四課 | 6. 角和角的加減 |
| 第五課 | 7. 弧和角的量法 |
| 第六課 | 8. 几种特殊角的名称 |
| 第七課 | 9. 垂綫和斜綫 |
| 第八課 | 10. 定义 11. 公理 |
| 第九課 | 12. 定理 13. 定理的組成 |

第十課 定理的証明

第十一課 復習

一、基本概念

1. 几何学

教學建議：

結合學員熟悉的东西并參照課文进行講解，最后总结：几何学是研究物体形状、大小和相互位置关系的科学。（物体的物理性質、化学性質不管）。它是由于人类社会物質生活上的需要而产生出来的科学；这门科学对于我国社会主义建設有很大的用处。簡單地講一下，中国对几何学的研究已有几千年历史了，并有很大的成就。例：①約公元前1000年，陶器花紋就有菱形，正方形，圓內接正方形等几何图形。②在“九章算术”和“周髀算經”里都講到一些几何問題。

2. 几何图形

教學建議：

1. 以同样大小的实例例如鉄球、木球、皮球等作实例或同样大小的其他东西，指出：这几样东西虽然它們的顏色、組成和性質都不同，但是它們的形狀都相同。如果我們不管这些物体的組成、性質和顏色（即不管它們的物理性質和化学性質）。只研究它們的形狀和大小，那末这些东西都是几何体簡称为体。用几何体來說，这几样物体的几何体是完全相同的。几何体——是指物体的形狀和大小；

2. 拿一玻璃杯，其中一半是水，一半是油，油和水的分界处就是面，物体与相鄰空間隔开的一層叫做物体的面。面是想象为可以脫离物体而单独存在的，沒有厚薄，只有長短寬狹，这个面可以是平面，亦可以是曲面；

提問：几何学中研究的面是否亦研究它的顏色組成这一类东西？（不是的）

3. 面与面交界的地方就是綫，綫有直綫，曲綫。在几何里所講的綫与縫衣服用的綫是有区别的，縫衣服用的綫有粗細和顏色之分，但是几何学里講的綫是沒有粗細寬狹之分，只有長短之分；

4. 綫与綫相交处就是点，在几何学里講的点，只有位置，沒有長短、寬狹、厚薄之分。

几何形是由点、綫、面、体或者它們的集合構成的，即一个点，一条綫……都是几何形。它是从各种物体中抽象出它們的外形，这种外形就是几何形。所以几何形种类虽然很多，但是構成几何形的元素只有四个：点、綫、面、体。

点、綫、面、体之間有二种关系：1. 相交关系。2. 运动关系。按書講这两种关系。

5. 按書講解第3节平面几何学及其研究方法

二、簡單的几何图形

4. 直綫、射綫和綫段

教学建議：

1. 关于直綫、射綫和綫段的观念及其表示方法按書交代清楚。

过一点可以画无数条直綫，过二点只能画一条綫；

2. 直綫、射綫、綫段三者間的区别必須使每个學員都很明确；

直綫——兩端都没有限制，即无限伸長。

射綫——一端有限制，另一端没有限制，即一端不能伸長，而另一端是无限伸長。

綫段——兩端都有限制，即都不能伸長。

直綫，射綫，綫段的图形也是有区别的，直綫兩端沒有兩点。射綫一端有一个点，而另一端沒有点。綫段是兩端各有一个点。例如：

直綫 A ———— B

射綫 O ———— C

綫段 A ———— B

3. 綫段相等和不等观念。容易为成人所接受，除着重說明用圓規截取相等和不等綫段的方法外，其余可以略講；

4. 按書講綫段加減，但是要注意：綫段的和或差仍是一条綫段，不要画成折綫，或者画成在一条直綫上首尾不相銜接的兩条綫段；

5. 圓 和 弧

教學建議：

1. 这一节新概念很多，初学者一时搞不清楚，教师应该充分运用直观的方法（最好制作模型），阐明它们的区别。并在以后讲课中，加以较多联系与复习；

2. 直径都是弦，但弦不一定是直径；只有在同圆或等圆中，才能进行弧的大小的比较及其加减；

3. 为了使学员容易接受起见，若干弧相加，其和最好不要大于圆周。

6. 角和角的加减

教學建議：

1. 可以用圆规作为角的模型，来进行角的讲解；

必须使学员明确角的两条边是两条射线，它是无限长的。但在图形里不可能画得很长；

2. 要学员熟练于用三个大写字母来表示角，角顶的字母必须写在中間。角的讀法亦要注意，例如 $\angle ABC$ ，要讀做角 ABC ，不要限做 ABC 角。

角平分线的定义也可以这样講：平分一个角的射线叫做这个角的平分线。

7. 弧和角的量法

教學建議：

1. 通过角和圓的复习引出圆心角。

提問一、什么叫做角？角的两边是什么线组成？

这里应该强调提出，从一点出发的两条射线所组成的图形叫做角。因为角的边就是射线，所以講角的边的长短是没有意义的。

提問二、什么叫做圓？什么叫做圓的半徑？

把圓的半徑想象成射线，那末两条半徑的组成的角就叫做圆心角。

应该注意：圆心角的二边仍然是二条射线，不要說成是半徑；

2. 圆心角和所对的弧之间的关系；

这里要特别注意圆心角和所对的弧之间的关系，一定要在同圆或等圆中才能成立。

在同圆或等圆中：

一、圆心角相等，它们所对的弧就一定相等。例： $\angle AOB = \angle COD$ 则 $\widehat{AB} = \widehat{CD}$

二、弧相等，它们所对的圆心角亦一定相等。例： $\widehat{AB} = \widehat{CD}$ 则 $\angle AOB = \angle COD$

可以用能绕着圆心转动的扇形的模型作为教具；

3. 弧和角的度量：在大小两圆中，圆心角相等的情况下，学员容易误解大圆的圆心角所对弧的度数较大（其实，它们的度数仍然相等）。这点要特别指明。

环绕圆心一周的角，叫做周角，周角是 360° 的角。

8. 几种特殊角的名称

教学建议：

1. 周角的二边是重合的，它与射线的意义不同，所以一条射线不是周角；

2. 平角等于周角的一半，一条直线与平角在意义上是不同的。

9. 垂线和斜线

教学建议：

1. 应该使学员注意；（1）垂线和斜线都是对某一条直线来说的，所以必须说某直线的垂线或斜线。（2）某一条直线的垂线或斜线都是直线而不是线段或射线。

2. 要说明一个为什么要校验三角板的直角是否正确？然后讲校验的方法；

3. “过已知直线外的任意一点，可以引这条直线的一条垂线，并且只能引一条垂线”。及“过已知直线上的任意一点，可以引这条直线的一条垂线，并且只能引一条垂线。”这两个性质的证明部分，可以照书讲解。

三、几何命题和证明

教学建议：

“证明”和“几何命题”部份只要化少許的时间講一講就够了。

10. 定义：按書講解

11. 公理：按書的順序講，不过要注意下列問題：

教学建議：

1. 講述等量及不等量公理時，應該通過具體例子加以說明；
2. 要說明一下幾何圖形的空間移動是以後證明某些命題時要用這個方法的，移動幾何圖形是根據實際需要，並不是自找麻煩；
3. “量”與“數”的概念是不同的，數與名稱連在一起的，叫做量。單獨存在的叫做數。例如“3張客票”是量。“3”是數；
4. 說明等量公理4、5中為什麼要等量乘以等數（或除以等數）的道理。特別注意不等量公理5、6中“乘以相等正數”“除以相等正數”二個概念。

這節的練習可以叫學員熟記書中的公理。

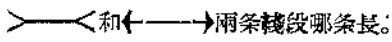
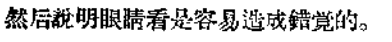
12. 定 理：

13. 定理的組成

1. 闡明定理與幾何命題之間的關係，定理是幾何命題，但幾何命題不一定是定理。
2. 不論怎樣的定理，它總是由條件和結論兩部分組成。

14. 定理證明

教学建議：

1. 要使學員明確為什麼要證明和怎樣證明的問題。可以讓學員看
和
然後說明眼睛看是容易造成錯覺的。
2. 在證明過程中，要特別強調每句話都要有根據，通個三個例題

的証明，使學員初步掌握幾何推理方法和證明的格式。

3. 第一章習題25~30題可以在老師輔導下來完成。

第一章復習建議：

此課進行的方法可參考總說明里講的方法，下列問題作為復習與練習的內容。

1. 幾何形由哪四個元素組成的？一個點、一條綫是否算是幾何形？（是的）。點、綫、面、體的意義怎樣？直綫、射綫、綫段有什麼區別？什麼叫中點？

2. 什麼叫做角？怎樣的兩個角叫做互為余角、補角、隣補角？怎樣的綫叫做角平分綫？

3. 什麼叫圓心角？它和所對的弧有什麼關係？（量數相同）割綫、弦、直徑、半徑有什麼區別？弓形和扇形有什麼區別？

4. 定理是由哪兩部分組成？舉例說明。

5. 復習學過的公理和定理，並提問推論是什麼意思？舉例說明。

6. 用若干證明題來復習證明的格式、步驟和方法。

第二章 三 角 形

一、教學目的：

1. 通過學習三角形全等的證明，三角形的邊、角關係和作圖題的學習，培養學員的推理能力和辯證唯物主義的世界觀；

2. 使學員牢固地掌握三角形全等的判定定理，等腰三角形的性質，三角形中邊、角的相互關係，內外角的關係，綫段垂直平分綫和角平分綫的性質；並能應用它們熟練地解有關的證明題和計算題；

3. 使學員了解四種命題的概念和它們之間的相互關係；

4. 使學員了解幾何作圖的意義和解作圖題的方法、步驟和格式，能熟練地使用圓規、直尺、三角板等儀器來解基本作圖題和三角形的作圖題。

二、教學建議：

1. 講解三角形的概念與分類時要啓發學員用自己的語言，說出概念的定義，以提高學員的學習興趣和質量。三角形的分類，要詳盡無

選，不能交叉，它只能属于一类，不能同时属于兩类或更多类；

2. 第一章里虽然講过一点証明題，但是尚未接触到三角形的証明，从本章开始將要系統地學習三角形全等的証明題。老师應該充分地估計到对于學習証明題的有利情况或可能的困难情况。有利情况：一、第一章里已學習了一些定理的証明，已有一定的學習基础。二、成人的理解力較強，邏輯思維能力也較強。三、學員都有自覺的積極的學習要求，在实际工作中积累的几何知識較多，空間想象力較強。困难情况：一、不会分析题目的已知和求証部分。根据題意画出图形。也不会看复杂的图形和从图形中找出关系。二、缺乏系統的邏輯思維，所以要學員口述或書面証明仍然有困难。对于較难的題目感到无从入手，不知道是否要添輔助綫？怎样添？和为什么要添等；

3. 老师可以按照下列方法去克服証題教学中的困难。一、教学之前細致地考虑自己的教法、充分地估計可能遇到的各种困难。二、掌握由易到难穩步前进，逐步提高教学的原则。三、使學員明确証題的推論根据是：已学过的公理、定义、定理和題中的已知条件。四、对于已学过的一些重要的公理、定义、定理(包括推論)，以及一些重要的名詞、術語，使學員透徹了解，并熟記之。五、培养學員画图、看图和邏輯思維的能力，例如开始时可以將图的一部分用陰影来表示等。六、每題都力求画出正确的图形，以帮助學員比較容易地找出其中的正确关系。七、使學員进行一些証題的口述，隨時糾正缺点和錯誤，对接受能力較差的學員应多予帮助。八、不要把难一点的習題集中一起，开始时多加提示啓发，帮助画图(亦可以替學員画出来)，逐步地提高后，學員就能獨立地解較难的或要添輔助綫的問題。九、作业要及时地、仔細地批改，及时地糾正錯誤和缺点；

4. 关于作图問題的教学：作图題的教学中，比較困难的是分析和討論部分。老师應該將这部份用口述的方法加以补充，以免后面講到要分析和討論的例題时感到突然和陌生。

本章的一般作图題只要求學員能写出已知、求作、作法、証明等四部分，对一般較簡單的作图要求學員在老师的輔導下写出分析和討論部分，在理論上初等几何作图是限于用沒有刻度的直尺和圓規，但为了方便起見，作图时可以用三角板、量角器等，力求图形画得正确，条理清

晰合理。

通过作图题的学习，对于学员生产上画图和看图均有一定的帮助，老师在教学中应该更多的联系生产实际，当作一个教学重点来处理。

三、教学进度：

- | | |
|-------|-------------------|
| 第 一 課 | 15. 三角形和它的分类 |
| | 16. 三角形中的几种主要线段 |
| 第 二 課 | 17. 预备概念 |
| | 18. 三角形全等的第一个判定定理 |
| 第 三 課 | 19. 等腰三角形的性質 |
| 第 四 課 | 20. 三角形全等的第二个判定定理 |
| 第 五 課 | 21. 三角形全等的第三个判定定理 |
| 第 六 課 | 21. 三角形全等的第三个判定定理 |
| 第 七 課 | 复 習 |
| 第 八 課 | 22. 直角三角形全等的判定定理 |
| 第 九 課 | 22. 直角三角形全等的判定定理 |
| 第 十 課 | 23. 三角形的外角和內角間的关系 |
| 第十一課 | 24. 三角形边和角的关系 |
| 第十二課 | 24. 三角形边和角的关系 |
| 第十三課 | 25. 三角形的边和边的依存关系 |
| 第十四課 | 25. 三角形的边和边的依存关系 |
| 第十五課 | 26. 线段的垂直平分性質 |
| 第十六課 | 27. 四种命題間的关系 |
| 第十七課 | 28. 角的平分线的性質 |
| 第十八課 | 28. 角的平分线的性質 |
| 第十九課 | 29. 基本概念 |
| 第二十課 | 30. 基本作图 |
| 第二十一課 | 31. 三角形的作图題 |
| 第二十二課 | 31. 三角形的作图題 |
| 第二十三課 | 复 習 |
| 第二十四課 | 复 習 |
| 第二十五課 | 測 驗 |