

智慧经典

带铰链的方块

令人着迷的创意游戏

[美] 伊万·莫斯科维奇 著

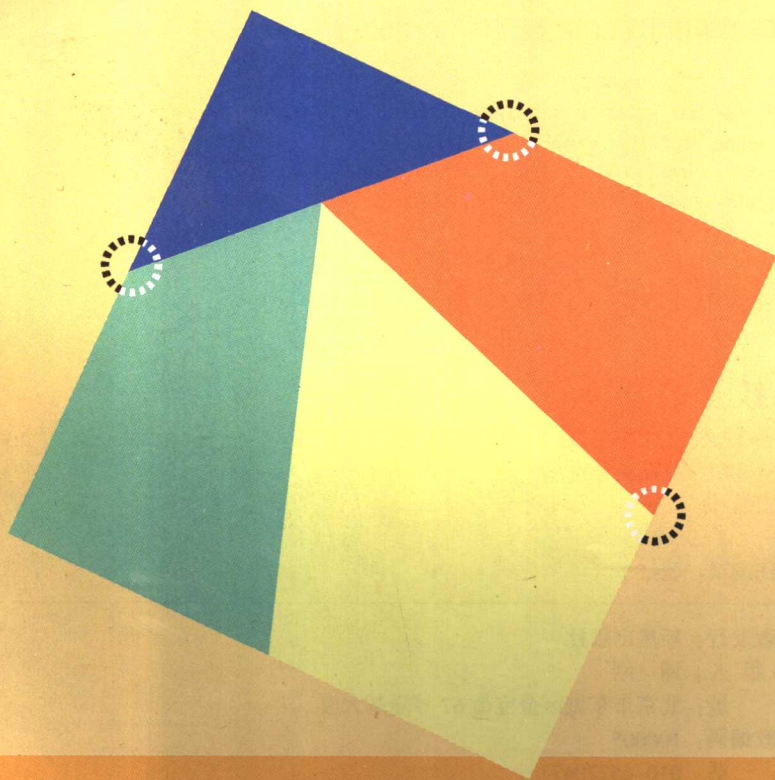
匡志强 译

新星出版社 NEW STAR PUBLISHER

带铰链的方块

[美] 伊万·莫斯科维奇 著

匡志强 译



令人着迷的创意游戏

新星出版社 NEW STAR PUBLISHER

图书在版编目 (CIP) 数据

带铰链的方块：令人着迷的创意游戏/(美) 伊万·莫斯科维奇著；
匡志强译. —北京：新星出版社，2006.1

(智慧经典)

ISBN 7-80148-994-2

I. 带... II. ①莫... ②匡... III. 数学—普及读物 IV. 01-49

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2005) 第 151598 号

THE HINGED SQUARE & OTHER PUZZLES by IVAN MOSCOVICH

Copyright: © 2004 by IVAN MOSCOVICH

This edition arranged with STERLING PUBLISHING CO., INC.

through BIG APPLE TUTTLE-MORI AGENCY, LABUAN, MALAYSIA.

All rights reserved.

著作权合同登记号：图字：01-2006-0323

带铰链的方块

——令人着迷的创意游戏

[美] 伊万·莫斯科维奇/著

匡志强/译

责任编辑：耿红平

出版发行：新星出版社

出版人：谢刚

地址：北京市东城区金宝街 67 号隆基大厦

邮政编码：100005

电话：010-65270477

传真：010-65270449

电子邮箱：newstar_publisher@163.com

经销：广东联合图书有限公司

销售热线：010-65513628 65512133

印刷：河北大厂彩虹印刷有限公司

开本：787×1092 1/16

印张：8

版次：2006 年 1 月第一版 2006 年 1 月第一次印刷

定价：26.00 元

版权所有，翻版必究；如有质量问题，请通过销售热线联系调换。

目 录

序言	5	配对	26
带铰链的方块	6	三角形运输车	28
密格尔定理	7	让人做噩梦的条码	31
巧画多边形	9	酷酷的雕塑	32
巧画三角形和六边形	11	大小问题	33
巧画正方形	12	对称性	34
巧画正五边形	13	雪花	36
正多边形和星形	14	杜德尼的棉被	37
巧画六角星	15	棘手的挂毯	38
巧画正七边形	16	弯弯曲曲的算术	39
巧画正七角星	17	在花园的小径上?	40
巧画正八边形	18	星际战斗	41
巧画八角星	19	蚂蚁纵队	42
巧画正九边形	20	隐身瓢虫	43
圆形六合彩游戏	21	外星间谍	44
直奔蜂后而去	22	舰队司令	45
钉板上的正方形	23	太空迷航	46
可变形的圆柱体	24	施莱格尔的捷径	47
彩色玻璃窗	25	三角形棋盘	48

连线问题	49	自然界中的神圣比例	76
几何抽奖游戏	50	五角星	77
在球体上疾驰	52	黄金矩形	78
就在边线旁边	53	恰当的比例	79
箍环万岁!	54	赛道狂飙	80
兜圈子	55	抢占地盘	82
管道趣题	56	窥视孔	84
网络	57	6 环定理	86
足球	58	运动场	87
乌龟翻身	60	彩色连接	88
五边形着色问题	62	漂亮的垫脚石	89
给十二面体上的五边形着色	63	了不起的马赛克	91
搭配火柴	64	饥饿的猫	91
更多乱七八糟的火柴	65	思考线	92
火柴杆配对	66	请吃奶酪	94
点对点	68	将军!	96
箭头部队	70	旅行到远方	97
瞄准箭头	72		
黄金比例	74	答案	98

序 言

早在中学时我就喜欢上了谜题和数学趣题。在 1956 年，一次偶然的机会使我的这种兴趣转变为一种癖好。当时我看到了《科学美国人》杂志上第一次刊出的马丁·加德纳数学游戏专栏。在过去的 50 年时间里，我一直在设计和创造教具、谜题、游戏、玩具以及科学博物馆里那些可以拿在手上的展品。

趣味数学是一种重在娱乐的数学，不过，当然了，这个定义实在太宽泛了。趣味数学在很大程度上可谓寓教于乐，而且在趣味数学和“严肃”数学之间其实并没有清晰的界限。要欣赏数学，你并不一定得是数学家。数学只是另一种语言——创造性思维和解题的语言，它会丰富你的人生，就像它已经（和仍将）丰富我的人生一样。

不少人似乎都坚信，即便没有任何数学知识，生活仍然有可能过得很好。事实并非如此：数学是所有知识的基础，是所有高等文化的承载者。要开始欣赏和学习数学的基础，任何时候都不会太晚。它会给我们太过迟钝的头脑补充丰富的智力历练，并给我们提供各种各样的乐趣，而这些乐趣可能是我们前所未有的。

在收集和创造趣题时，我更喜欢那些不仅仅是逗乐的东西，喜欢这样一些趣题，它们能提供智力满足和学习经验的机会，并且激发好奇心和创造性思维。为了强调这些准则，我把我的趣题称为“思维宝”。

“智慧经典”系列通过大量趣题、游戏、问题和其他东西，系统地涵盖了相当广泛的数学思想，从那些来自数学史上的最经典趣题到许多全新的原创思想。

《带铰链的方块》这本书包含了亨利·杜德尼所创造的经典方块—三角形转换（趣味数学中真正的瑰宝之一），以及许多经典或新颖的趣题、游戏等等。

为了把所有趣题都设计得尽可能使每个人都能理解，我花了很多工夫，不过其中仍然有一些问题的答案可能是很难的。由于这一原因，这些思想是以一种新颖的、具有高度美感的视觉形式展现出来的，使得读者更容易体会其中隐含的数学内容。

我比以前任何时候都更加渴望这几本书能表达我对数学的热情和迷恋，并与读者们共享这种热情。这些书把趣味与娱乐同智力挑战联系了起来，通过这种方式，我们可以欣赏与理解大量在艺术、科学和日常生活中司空见惯的思想和基本概念。

书里还包含了一些游戏，它们被设计成能够容易地制作和游玩的样式。许多游戏的结构使它们可以激荡心灵、萌发新思想和洞察力，从而为新的思维模式和创造性表达模式扫清道路。

尽管题材很分散，但在这些书所涉及的题材中仍有一种隐含的连续性。每一道“思维宝”趣题都是独立的（即便事实上它们存在相互关联），因此你可以随意选择一道，沉浸于其中，而不用担心受到交叉引用的困扰。

我希望你会喜欢这套“智慧经典”系列，就像我在为你创造它们时已经感受到的那样。

伊万·莫斯科维奇

假如你觉得这一天过得很糟，不要紧，坐下来，抬起脚，把你的满腔怒火发泄在这些无辜的方块和圆圈身上吧。它们都可以用各种有趣的方式进行切割和划分。

▼ 带铰链的方块

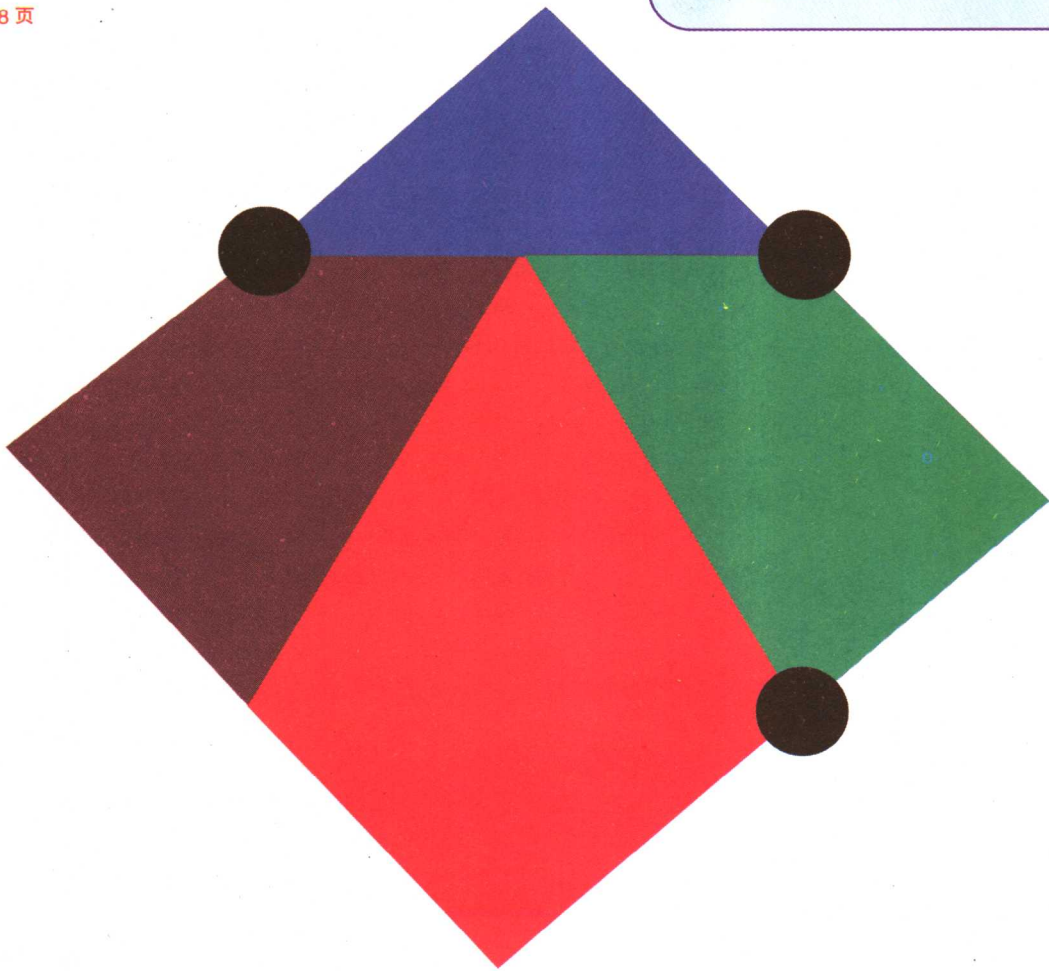
亨利·恩斯特·杜德尼所创造的这个带铰链的方块变换，是趣味几何学中真正的瑰宝。杜德尼把一个正方形分割成4块，由铰链（在这里用黑点表示）彼此相连。如果把蓝色的这块固定住，绕着铰链旋转其他3块，就可以把它们重新组合成一个新的形状。只用眼睛看，你能猜出新的形状是什么样的吗？

答案：第98页

几何分割

什么是几何分割？它意味着一个几何图形可以被切割成许多块，而把这些块重新组织起来就可以得到一个新的图形。

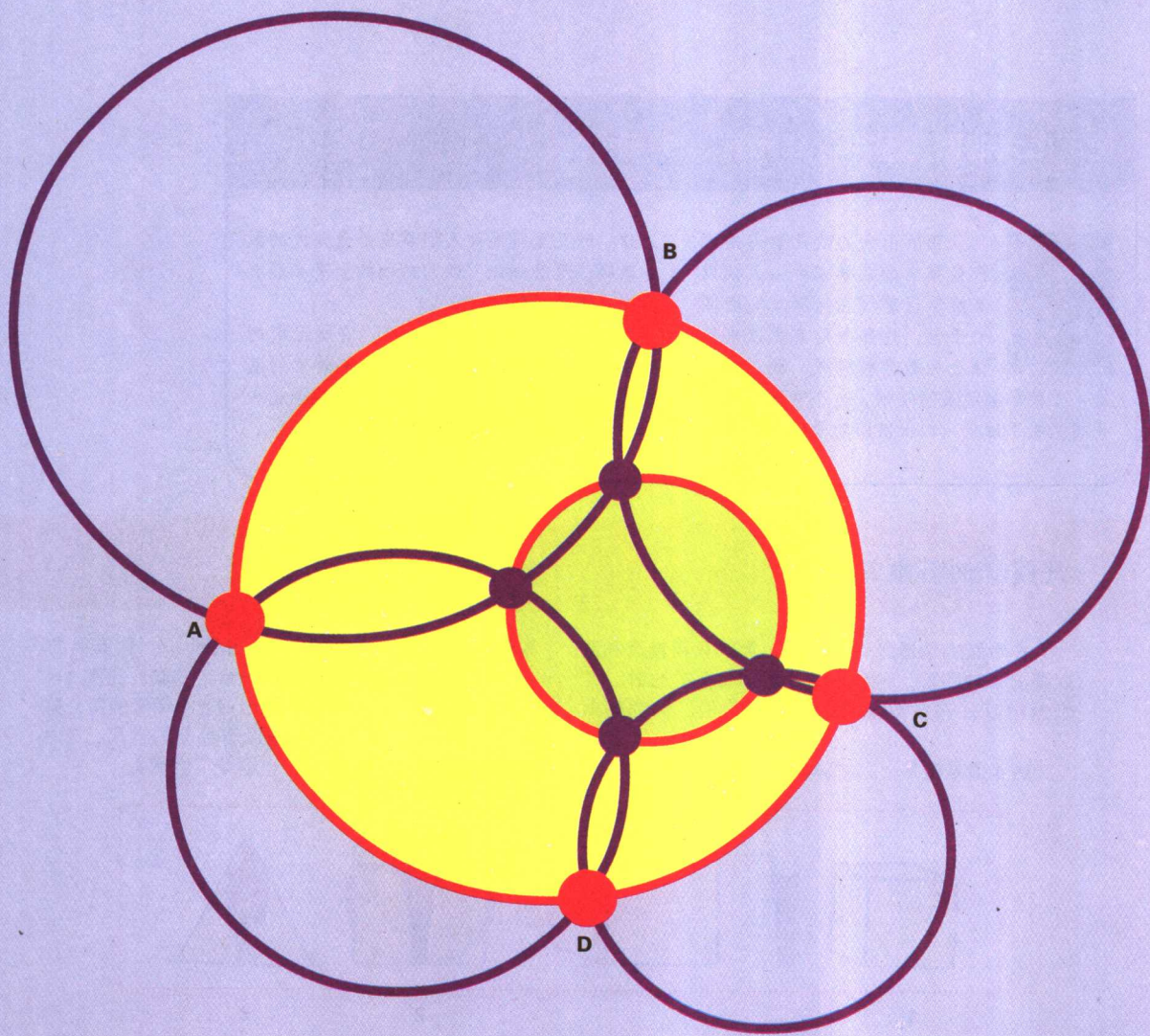
伟大的趣题发明家萨姆·劳埃德和亨利·杜德尼的目标是：用最小的块数来进行这样的变换。在这个过程中，他们创造了许多数学趣题，这些趣题令后来的无数读者获得了快乐。



▼ 密格尔定理

画一个圆，在圆上标出4个点：A、B、C、D。然后再通过点A和B、点B和C、点C和D、点D和A，分别画4个圆。正如图中所显示的，这4个圆的交点也正好位于一个圆上。这是不是始终成立呢？动手试一试，想想看究竟是什么道理。

答案：第98页



对于点和线，我们都早已司空见惯。但是点并不仅仅是标记——它们还是用来定义位置的数学符号。线也不仅仅是组成图形的基本成分，它们还是数学符号，用来把点连接在一起、表明距离和方向以及定义空间。点和线（以及它们之间的关系）是几何学的基本工具。早在能够进行数学证明之前，古希腊人就已经把几何学从一门丈量土地的实用学问转变成了抽象形式的科学。

亚历山大的欧几里得（公元前 325—前 265）



亚历山大的欧几里得是古代最著名的数学家之一。他以其数学巨著《几何原本》而闻名于世，这部书是有史以来最伟大的数学教科书。欧几里得是一个数学家学派的领袖，这个学派的成员共同完成了后来人们仅仅归功于欧几里得的

工作。欧几里得还被人们看成是最伟大的数学教师。尽管如此，我们对他的生平并没有多少可靠的了解。

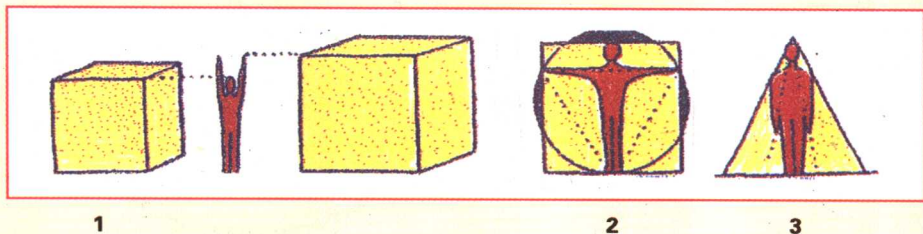
《几何原本》共有 13 卷，它所汇聚的数学知识 2000 多年来一直是数学教育的基础。欧几里得的《几何原本》还以其陈述和证明定理的清晰性而著称。

❁ 几何学的基本工具

古希腊人创造了许多题目，要求只用直尺和圆规画出各种图形。他们留下了 3 道著名的难题，几个世纪以来许多数学家试图解决它们，但都失败了。

这 3 道难题是：立方体倍积（构造一个立方体，

其体积是给定立方体的 2 倍，见图 1）；化圆为方（构造一个正方形，其面积等于给定的圆，见图 2）；三等分角（把一个给定的角切分成 3 个相等的角，见图 3）。只用一只圆规和一根没有标度的直尺，这 3 道难题没有一道能被解决，也绝对不能解决。



❁ 用圆规画正多边形

古典时期最美妙的趣题之一就是构造正多边形。古希腊人建立了一套与几何学有关的富有挑战性的游戏规则，他们限定在创造几何图形时只能以圆规和直尺为工具。欧几里得《几何原本》里的第一条定理就是构造一个等边三角形。著名德国艺术家阿尔布雷希特·丢勒是用这种方法绘制精确几何图形的专家。

你能像丢勒一样，只用圆规和直尺，作出后面几页所示的这些图形吗？不允许测量距离和角度。丢勒所用的方法显示在每一页上。

拿破仑皇帝对这些趣题很感兴

趣，还提出了一些新的变形。一名意大利数学家洛伦佐·马斯凯罗尼(1750-1800)也做了同样的事情，他还证明每一个能用圆规和直尺作出的图形都可以只用圆规作出。

1795年，19岁的卡尔·弗雷德里克·高斯证明了一个相当难的问题：哪些多边形能够用圆规和直尺作出，而哪些却不能。他的第一个伟大成就是构造出了正17边形。据历史记载，年轻的高斯对他这个发现得意非凡，因此选择数学作为他一生的事业。

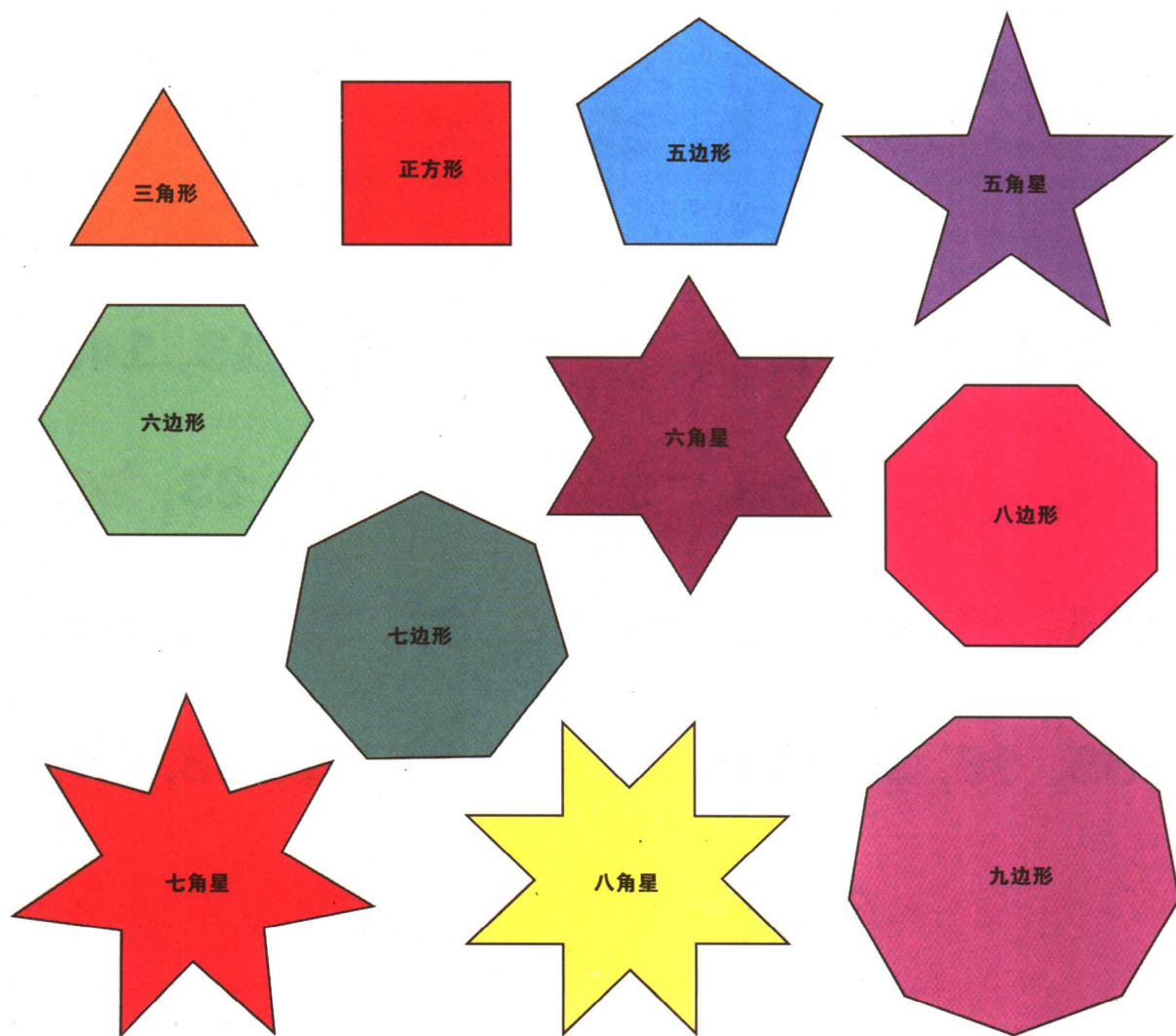
就这样，一个表面上似乎很简

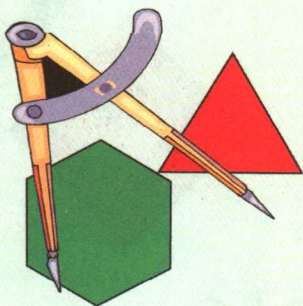
单的问题就变成了一系列问题。对于某些 n 值(n 是多边形的边线数目)，这个问题相当简单；对于另外一些 n 值，这个题目就要难一些了；对于有些 n 值，这个题目则相当难(比如高斯证明出的 $n=17$ 问题)。最后，对于有些 n 值，这个问题根本就没有解。在下面这些数字中，红色表示可以构造出这个 n 值的正多边形，而黑色则表示无法作出。

有一条定律规定了一个给定的数字应该是红色的还是黑色的。但是如果不利数论——算术中最高深的部分，我们很难叙述这条定律。

3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14,
15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24,
25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34,
35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44,
45, 46, 47, 48, ……

 用圆规和直尺作出正多边形是一个很有逻辑性的、让人很有满足感的几何学活动。古希腊人以及后来的许多人（比如德国艺术家丢勒）就用这种方式奠定了几何学的基础。丢勒的手法显示在后面各页中。你能画出后面各页里给出的图形吗？记住：你只能使用圆规和直尺，而且不允许测量距离或者角度。



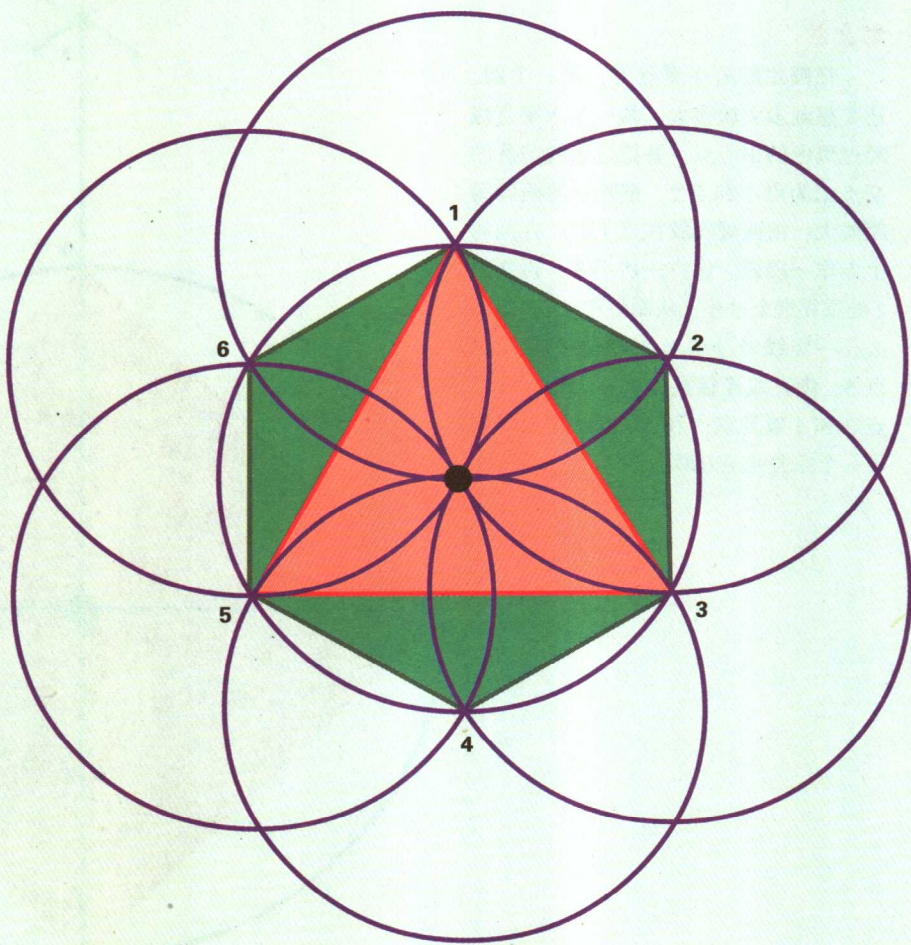


◀ 巧画三角形和六边形

这里的挑战是画出一个等边三角形和一个正六边形。

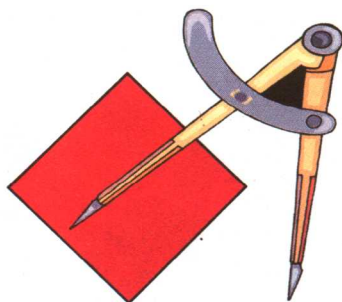
怎么做：

把圆规的一只脚放在黑点上，随意画一个圆，想画多大就多大。让圆规两脚的距离保持不变，把圆规脚放在圆的任意一点上，再画一个新的圆。以两圆的交点为圆心，半径不变，再画第3个圆。如此这般再重复4遍，然后像右图所示的那样给交点编上号。要想把等边三角形显示出来，只要将点1和3、点3和5以及点5和1之间连上直线就行了。要得到正六边形，则要用直线分别连接点1和2、点2和3、点3和4、点4和5、点5和6以及点6和1。



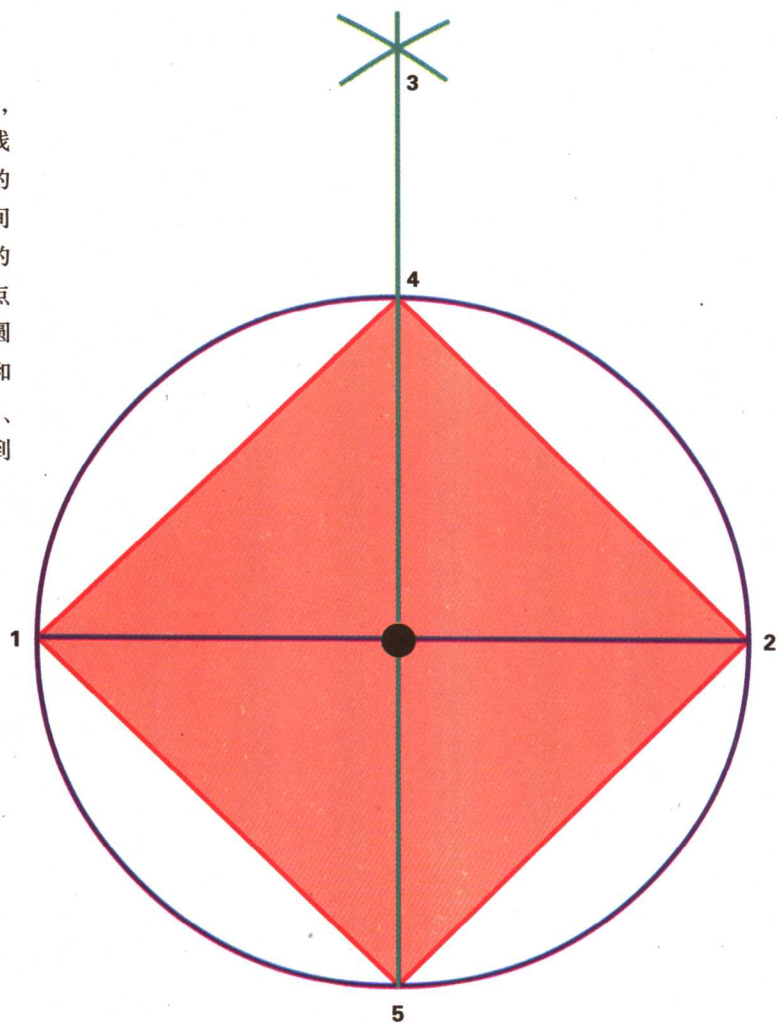
► 巧画正方形

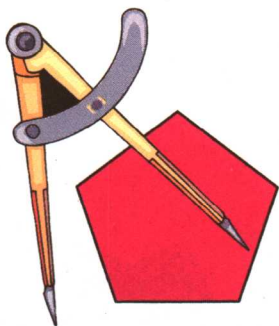
这一次，你能画出一个完美的正方形吗？它可能并不像听上去那么容易……



怎么做：

把圆规脚放在黑点上，画一个圆，还是想画多大就多大。画一条水平直线经过黑色的中心点，并把这条线与圆的交点记为点1和点2。把圆规的两脚间距放大，把圆规脚放在点1处，在圆的上方作一段弧。保持一切不变，再在点2处重复这个过程，从而得到点3。过圆心作一竖线经过点3，于是得到点4和点5。画直线连接点1和4、点4和2、点2和5以及点5和1，就在圆上得到了一个完美的正方形。





◀ 巧画正五边形

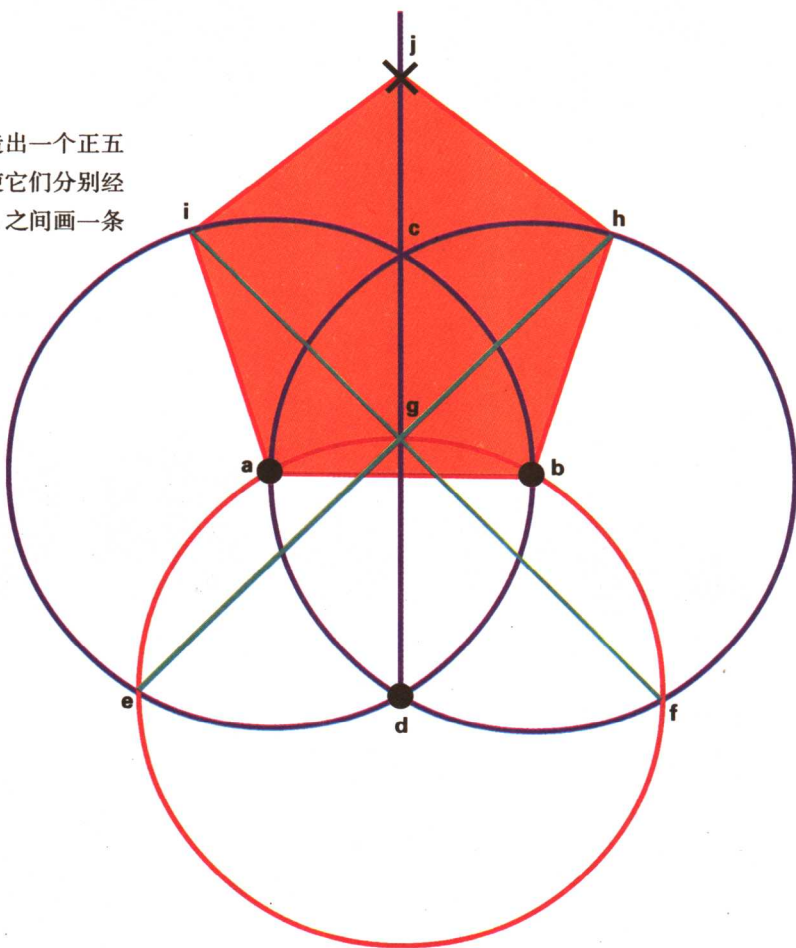
仍然沿用第9页上的规则，你能画出一个如左图所示的正五边形吗？

怎么做：

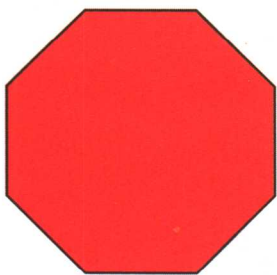
无需改动圆规的设置，就可以构造出一个正五边形。画2个圆（这里用蓝色表示）使它们分别经过对方的圆心。然后在2个圆心a和b之间画一条线，这就是正五边形的边长。

把2个圆相交之处分别标记为c（上）和d（下）。从d到c画一条直线并向上延长。把圆规脚放在d处，再画一个圆（用红色表示）经过2个圆的圆心a和b。

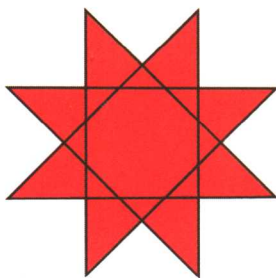
把第3个圆和前面2个圆相交之处记为e和f，与直线cd相交之处记为g。将e和g以直线相连并延长到圆的外端，把这个交点标记为h。再将f和g以直线相连并延长到圆的外端，把这个交点标记为i。把点i和a、点h和b相连，就得到了正五边形的另2条边。将圆规脚放在点i，作一段圆弧与dc的延长线相交，把交点标为j。将点i和j、点h和j相连，就完成了正五边形的构造。



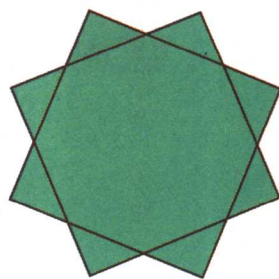
放松一下，来点调剂吧——不再绘制图形，而是从图形中看出另外一些图形来。这里的目标是在下面这些图形中找出正多边形和复合多边形。仔细看——你会惊讶于你竟然能找到那么多。



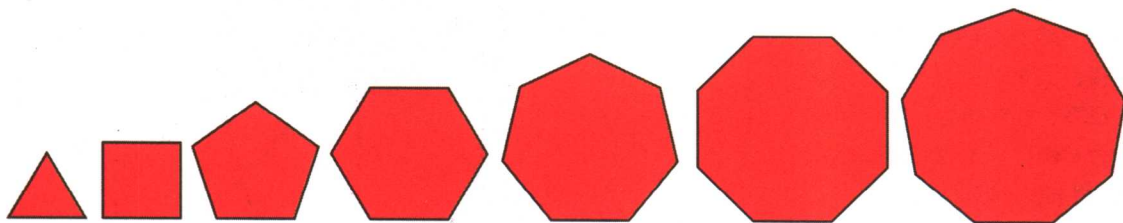
正八边形



正八角星



两个正方形构成的复合正八边形



▲ 正多边形和星形

如果一个多边形有以下 2 条性质，它就被称为正多边形：

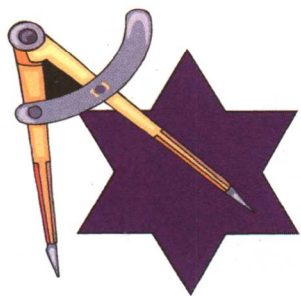
1. 它的所有边长相等；
2. 它的所有角相等。

圆可以被看做是一个有着无穷多条边的正多边形。正多边形有无穷多种，可以分成如下几类：

1. 简单正多边形；
2. 星形正多边形；
3. 复合正多边形。

从等边三角形开始到正九边形为止，总共有多少种星形正多边形和复合正多边形呢？

答案：第 98 页



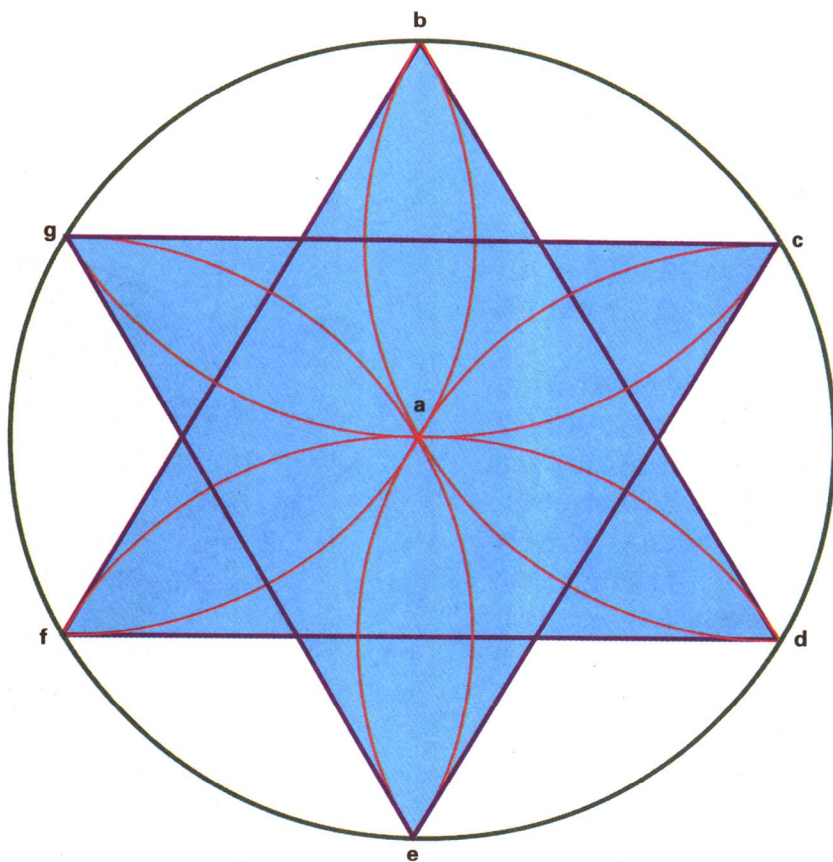
◀ 巧画六角星

你能找到画有 6 个顶点的六角星的方法吗？

怎么做：

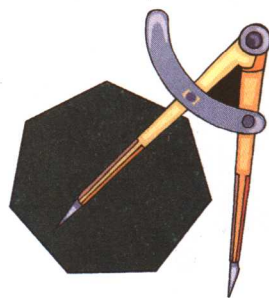
六角星和我们在第 11 页上碰到的三角形和六边形的构造十分相似。我们已经在右边把那个图中的大三角形又画了一遍（不过用字母代替了数字）。

记住，如果你画出了 2 个叠在一起的等边三角形，你就可以得到一个六角星。一个三角形把点 b、d 和 f 连在一起，而另一个三角形则把 g、c、e 连在一起。这就成了！



► 巧画正七边形

考虑考虑这个问题：你能画出一个有 7 条边的正七边形吗？



怎么做：

把圆规脚放在黑点处，画一个随便多大的圆。用第 11 页所示的方法，构造一个等边三角形。

从点 2 出发经过圆心画一条直线到达三角形的边，记这个交点为 b。把圆规设成点 1 和 b 之间的距离，以点 1 为圆心作圆，在旧圆上标出交点 c。将圆规脚放在点 c 上，再标出点 d，依次作圆，继续标出点 e、f、g 和 h。将这些点相连，就得到了一个正七边形。

