中央人民政府高等教育部推薦

高等學校教材試用本

理論力學

上册

Е. Л. НИКОЛАИ著

季文美　徐芝綸譯

商務印書館

中央人民政府高等教育部推薦
高等學校教材試用本

理　論　力　學

上　册

E. Л. 尼古拉依著
季文美　徐芝綸譯

商　務　印　書　館

本書係根據蘇聯國營理論技術出版社(Государственное издательство технико—теоретической литературы)出版的尼古拉依(Е. Л. Николаи)著"理論力學"(Теоретическая механика)1952年第十六版譯出。原書經蘇聯高等教育部審定爲高等工業學校教科書。

本書中譯本分上下兩册出版。上册包括剛體靜力學與運動學兩篇。原書正文前尙有"理論力學發展簡史"一文,由於譯者趕譯不及,而本書又急於出版,供各校教學需用,決定於下册刊出。

理　論　力　學

上　册

季文美　徐芝綸譯

商　務　印　書　館出版

上海河南中路二一一號

中國圖書發行公司發行

商務印書館上海廠印刷

(51048·1A)

1953年8月初版　版面字數245,000

印數1—6,000　定價¥15,000

上海市書刊出版業營業許可證出〇二五號

出版者的話

E. Л. 尼古拉依所著的理論力學上册，現在發行的第十六版，按照著者逝世後出版的第十四與第十五版重印，未加修改。

和前兩版一樣，爲配合當前教學大綱的要求——在理論力學課程中應多注意力學的歷史，——在本書前冠以序論：專講理論力學的歷史發展。這序論是由本社約請 И. Д. 莫依謝耶夫教授爲本書第十四版編寫的。

第十三版原序

我的"理論力學"上册第十三版是經過一些改寫後付印的。

本書的基本內容並沒有改變；改寫的是在講解靜力學與運動學的若干部份中引用了(根據現行的高等工業學校理論力學教學大綱)矢量代數與矢量分析。

引用矢量方法可以使許多力學問題的講解大為簡化，不過也得承認，過份率直地引用這方法，有時候不僅不能減少反而會增加初學者掌握力學題材的困難。對於初學者，由於對矢量運算不夠熟悉，所以常常不容易瞭解問題的力學實質，因此我認為，在以初學者為對象的力學教本裏，矢量方法的引用是應該相當慎重的。

理論力學的講解可以用三種方法：幾何法、解析法(或坐標法)以及以矢量代數與矢量分析為基礎的矢量法。在本書這一版的編寫中，我以為這三種方法沒有一種是可以完全擯棄不用的。本書裏講解每一問題的時候，我選取了在我看來是達到目的的最簡捷的一種方法。當然，在每一種情形下，對於各種方法的取捨，主觀的因素是無可避免的。本書在這方面究竟成功到什麼程度，只有留待讀者來判斷了。

矢量代數最初步的原理，在靜力學的緒論裏就加以說明。矢量代數與矢量分析的其餘的必需知識，則根據需要，在本書有關部分加以講述。

關於本書的內容，在運動學(第二篇)裏有一些補充。第十八章(剛體的定點轉動)裏加上了角加速度(§ 114)，剛體內各點的加速度(§ 117)，剛體內某點的速度在與剛體固連的各坐標軸上的投影(§ 121)；第十九章(剛體的一般運動)裏加上了 § 124，提出了在任何牽連運動中的加速度合成定理。

本書以前的各版都稱為"理論力學講義"，本版改用比較簡短的名稱"理論力學"。

E. 尼古拉依

尼氏理論力學上册譯序

本書是根據尼氏原著第十六版(1952)翻譯的。正文前原來有一篇序論"理論力學發展簡史",長達二十四頁;我們一直想把它儘先譯出。可是這序論裏有好幾處,我們要等找到足夠的參考資料後才敢定稿;這不只是爲了慎重,也因爲如果照字面直譯而不加一些解釋,對讀者的幫助可能是不大的。而且序論的內容,也只有在讀完理論力學之後才可能理解。因此,我們決定把序論留待下册譯完時一併付印。

我們分工譯出的初稿(第八章至十一章是徐芝綸譯的,其餘是季文美譯的),都經過互相核對。譯名是統一的,可是兩個人的文體很難做到完全一致。除例假之外,我們很少有整天的時間來做譯校的工作;所以,就是同一人譯出的部份,也可能有語氣不很連貫的地方。

由於時間和能力的限制,疏誤是難免的,希望讀者隨時指正。

譯者 1953 年 5 月

目　　錄

第一篇　剛體靜力學

緒論 ……………………………………………………………………1

§1 靜力學.運動學.動力學　§2 矢量.矢量的加與減　§3 矢量乘以標量.單位矢量　§4 矢量在軸上與平面上的投影　§5 矢量和在軸上與平面上的投影

第一章　靜力學公理……………………………………………………11

§6 質點.第一公理.力　§7 內力與外力.剛體.第二公理.第三公理、力的作用點沿力作用線的搬移　§8 靜力相當力系.合力.第四公理　§9 第五公理.作用與反作用.實例　§10 非剛體的平衡.第六公理

第二章　共面共點力系的合成……………………………………………23

§11 力平行四邊形.力三角形　§12 力多邊形.共點力的平衡條件　§13 力在軸上的投影.力沿坐標軸軸向分解　§14 用投影法求共點力的合成　§15 共點力的平衡方程式　§16 共線力的合成　§17 作用線匯交於同一點的力的合成　§18 三個非平行力的平衡

第三章　共面力偶的合成…………………………………………………38

§19 兩個同向平行力的合成　§20 兩個反向平行力的合成　§21 力偶.力偶矩　§22 力偶的相當條件　§23 力偶的合成.力偶的平衡條件

第四章　共面任意力系的合成……………………………………………49

§24 力對於一點的矩　§25 力的作用線向某一點搬移　§26 共面任意力系簡化為一個力與一個力偶.主矢量與主矩　§27 共面任意力系成平衡的情形.平衡方程式　§28 共面任意力系簡化為一個力偶的情形　§29 共面任意力系簡化為一個合力的情形.力矩定理　§30 應用力在坐標軸上的投影表示力矩　§31 靜定與超靜定問題　§32 計算支座反力的例題　§33 應用平衡方程式的另一些例題　§34 合力作用線的決定　§35 共面平行力的合成.平行力系的平衡方程式

第五章　索多邊形法……………………………………………………………………69

§36 情形一:力多邊形不閉合　§37 情形二:力多邊形閉合　§38 繩的平衡圖

第六章　桁架內力分析……………………………………………………………………77

§39 麥克斯威爾一克萊莫納圖　§40 李特爾法

第七章　空間共點力系的合成……………………………………………………………83

§41 力多邊形.力平行六面體　§42 力在某軸上的投影.矢量分解爲沿坐標軸的分量　§43 用投影法求共點力的合力.平衡方程式

第八章　空間力偶的合成…………………………………………………………………89

§44 力偶的相當條件　§45 力偶矩作爲矢量　§46 力偶的合成.力偶的平衡條件

第九章　力對於一點與對於一軸的矩……………………………………………………95

§47 力對於一點的矩　§48 兩個矢量的矢積　§49 力對於一軸的矩　§50 力對於一點的與對於一軸的矩之間的關係　§51 力系對於一點的與對於一軸的主矩　§52 力系對於一點的與對於一軸的主矩之間的關係

第十章　空間任意力系的合成……………………………………………………………102

§53 力向某一點的搬移　§54 空間任意力系簡化爲一個力與一個力偶　§55 力系成平衡的情形　§56 力系簡化爲一個力偶的情形　§57 力系簡化爲一個合力的情形.力矩定理　§58 力系簡化爲一個力螺旋的情形.中心軸　§59 兩個矢量和的矢積.兩個矢量的矢積在坐標軸上的投影　§60 用力在坐標軸上的投影表示力對於各軸的矩　§61 用投影法計算主矢量與主矩　§62 空間任意力系的平衡方程式　§63 兩點固定的剛體的平衡條件.支座反力的計算　§64 用實驗方法決定主矢量與主矩　§65 空間平行力的合成.平行力的平衡方程式　§66 用漸次合成法求平行力的合成　§67 平行力系的中心　§68 平行力系中心的坐標

第十一章　重心……………………………………………………………………………132

§69 剛體的重心.體積的重心　§70 面積的重心.平面圖形的靜矩.線段的重心　§71 求重心與靜矩的幾個簡易方法　§72 古爾丁努斯第一定理　§73 古爾丁努斯第二定理　§74 幾個簡單幾何圖形的重心　§75 用索多邊形求面積的重心

第二篇 運動學

第十二章 點的運動方程式 ……………………………………………151

§76 運動學.動力學 §77 軌跡.運動方程式 §78 直角坐標運動方程式 §79 極坐標運動方程式

第十三章 速度 ……………………………………………………160

§80 勻速運動的速度 §81 任何運動的速度 §82 矢量導數 §83 矢量微分的簡單規則 §84 速度作爲徑矢的矢導數 §85 速度在直角坐標軸上的投影 §86 求速度在坐標軸上投影的另一方法

第十四章 加速度 ……………………………………………………175

§87 直線勻變速運動的加速度 §88 幾何學中的幾個概念 §89 任何運動的加速度 §90 加速度在直角坐標軸上的投影 §91 切向加速度與法向加速度 §92 距離、速度與加速度的圖示

第十五章 剛體的平行移動與定軸轉動 ………………………………197

§93 剛體的平行移動 §94 剛體的定軸轉動

第十六章 相對運動 …………………………………………………209

§95 點的相對運動 §96 相對運動方程式.相對速度與相對加速度 §97 動點微位移的定理.偏差 §98 速度合成定理 §99 加速度合成定理,設牽連運動是平行移動 §100 加速度合成定理,設牽連運動是定軸轉動.複補加速度或哥氏奧利加速度 §101 速度與加速度在極坐標軸上的投影 §102 剛體的相對運動

第十七章 剛體的平面運動 …………………………………………233

§103 平面運動分解爲平移與旋轉.平面運動的方程式.平面圖形的角速度與角加速度 §104 平面圖形各點的速度.速度瞬心 §105 速度圖解 §106 平面圖形內各點的加速度.加速度瞬心 §107 加速度圖解 §108 關於平面圖形位移的定理.速度瞬心作爲轉動中心的極限位置 §109 瞬心軌跡 §110 平面圖形轉動的合成 §111 應用轉動合成法求平面機構中各構件的速度瞬心

第十八章 剛體的定點轉動 …………………………………………271

§112 歐拉角.剛體的定點轉動方程式 §113 關於定點轉動剛體位移的定理.

剛體的瞬軸與角速度 §114 角加速度 §115 定點轉動剛體內各點的速度 §116 轉動速度的矢量公式 §117 剛體內各點的加速度 §118 瞬軸的軌跡面 §119 角速度合成定理 §120 角速度在與剛體固連的各坐標軸上的投影 §121 剛體內某點的速度在與剛體固連的各坐標軸上的投影

第十九章 剛體的一般運動 ……………………………………203

§122 剛體的運動分解為平移與旋轉，剛體的運動方程式，角速度 §123 剛體內各點的速度，螺旋瞬軸 §124 在任何牽連運動中的加速度合成定理

理論力學

第一篇　剛體靜力學

緒　　論

§1　靜力學．運動學．動力學

力學是關於物體運動的科學。

所謂物體的運動，我們理解爲物體隨着時間改變在空間的位置。比較廣義的運動（亦卽指物體形態、生物組織、社會團體等等的所有各種變化）是其他各種科學（物理學、化學、生物學、社會科學等等）所研究的對象。物體位置的改變，爲區別於其他各種運動，有時稱爲機械運動。本書中的"運動"，以後就專指機械運動。

理論力學研究物體運動的一般規律，並對於有關物體運動的各種問題，提供一般的解答方式與方法。把力學原理應用於解答專門的工程問題（例如應用於結構物強度的分析與機器運動的研究等等），則屬於應用力學各部門的範圍。

機械現象（亦卽物體運動的各種現象）屬於物理現象的領域。在這種意義上，理論力學是理論物理學的一部門。

物體的平衡是運動的一個特殊情形。力學裏，研究物體平衡條件的這一部份，稱爲靜力學。平衡規律在本質上遠比一般的運動規律來得簡單；因此，靜力學自然也遠比力學的其他部份——研究物體運動現象的各部份——簡單淺易。所以，本書上册就從靜力學（第一篇）開始。

這樣的講解程序也和力學發展的歷史過程相符合。靜力學的基本定理從很古就已經發現，而運動現象有效的研究，只有在十七世紀發明了微量分析之後，才成爲可能。

其次將轉入物體運動的討論。在這裏，物體的運動先從純粹幾何觀點來研究（上册第二篇）。理論力學裏，研究運動的幾何性質的這一部份，稱爲運動學。在運動學裏，物體的運動被看爲與運動的物理原因無關。

然後進而研究物體由於物理原因所決定的運動（中册、下册）。理論力學裏，從事於這種研究的部份，稱爲動力學。在動力學裏，將建立物體運動最一般性的規律。

這樣，理論力學分爲三部份：靜力學、運動學、動力學。

§2　矢量.矢量的加與減

在力學的各部份裏，都需要處理這樣的量：不僅要說明它們的大小，而且要指出它們在空間的方向；例如：力、速度、加速度等等。同時，也將遇到這樣的量：只有大小，並無方向；例如質量、能量等等。這兩種物理量各有專門名稱，第一種量稱爲矢量或向量，第二種量稱爲標量或純量。

作爲本書的開場，下面先對於矢量稍加說明。[1]

矢量與標量，最好在標記的方式上就加以區別。本書中，標量將用普通的字母代表；而矢量則將用粗體的字母代表。並且，設用粗體的某

[1] 關於矢量，在這裏只提出在靜力學開頭就必須用到的一些基本知識。矢量理論的詳細敘述，可參閱科欽所著的矢量計算與張量原理(Н. Е. Кочин, Векторное Исчисление и Начала Тензорного Исчисления) 第六版，1938 (譯者註：此書已有第七版，1951)。

一字母代表矢量，則這一矢量的大小或模（這是標量）將用普通體的同一字母代表。因此，必須區別矢量 $\boldsymbol{a}$ 與它的大小 a。有時爲表示矢量 $\boldsymbol{a}$ 的大小，亦採用符號 $|\boldsymbol{a}|$。❶

取直線段 AB（圖 1）並註明這線段的明確方向，例如從點 A 到點 B；在圖上，這方向用加在點 B 的箭頭來表示。註明一定方向的這種線段，就是矢量的最簡單的實例。

任一矢量 $\boldsymbol{a}$，因具有一定的大小 a 與一定的方向，必可作圖表示：用線段 AB（圖 2），其長度包括 a 個長度單位（任意選擇的），而方向則與矢量的方向相同；在圖上，這方向用箭頭表示。點 A 稱爲矢的起點，點 B 稱爲矢的終點。有時亦將用兩個字母 AB 代表一個矢量，這時候，規定把註在矢的起點的字母寫在前面，註在終點的字母寫在後面。如

圖 1

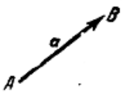

圖 2

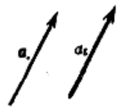

圖 3

果矢量 $\boldsymbol{a}$ 的方向是從 B 到 A，則須用 BA 代表這矢量。

兩個矢量 $\boldsymbol{a}_1$ 與 $\boldsymbol{a}_2$（圖 3），設大小相等，互相平行而且指向相同，則稱爲相等。

表示矢量的相等，將採用普通的等號：

$$\boldsymbol{a}_1=\boldsymbol{a}_2。$$

在矢量公式裏的某一矢量，設用兩個字母代表，則在這兩個字母的頂上將加一短劃。例如，爲表示矢量 AB 與 CD 的相等，將寫成：

---

❶ 在書寫時，用粗體很不方便。所以，在印刷裏矢量用粗體字母代表，在書寫時，仍用普通字母代表，但在字母頂上加一短劃（例如 $\overline{a}$）。

$$\overline{AB}=\overline{CD}。$$

設有若干矢量,例如 $\boldsymbol{a}_1$, $\boldsymbol{a}_2$, $\boldsymbol{a}_3$, $\boldsymbol{a}_4$, 等四個矢量(圖 4),並作圖如下。從任一點 A 作矢量 $\overline{AB}$, 等於矢量 $\boldsymbol{a}_1$;從畫出的線段的 B 端,作矢量 $\overline{BC}$, 等於矢量 $\boldsymbol{a}_2$;從這線段的 C 端,作矢量 $\overline{CD}$,等於矢量 $\boldsymbol{a}_3$;最後,從點 D 作矢量 $\overline{DE}$, 等於 $\boldsymbol{a}_4$。於是用直線連接第一矢量的起點 A 與最後矢量的終點 E。矢量 $\overline{AE}$ (從點 A 指向點 E)用字母 $\boldsymbol{a}$ 代表。這樣作出的矢量 $\boldsymbol{a}$ 稱爲原有矢量 $\boldsymbol{a}_1$, $\boldsymbol{a}_2$, $\boldsymbol{a}_3$, $\boldsymbol{a}_4$ 的和,而上述的作圖則稱爲矢量的合成或相加;矢量 $\boldsymbol{a}_1$, $\boldsymbol{a}_2$, $\boldsymbol{a}_3$, $\boldsymbol{a}_4$ 各稱爲分矢量。

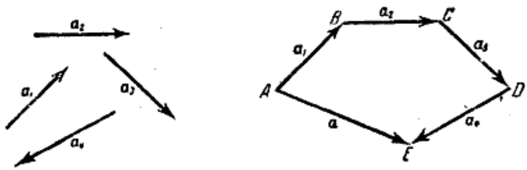

圖 4

表示矢量的合成或相加,將採用普通的加號:

$$\boldsymbol{a}=\boldsymbol{a}_1+\boldsymbol{a}_2+\boldsymbol{a}_3+\boldsymbol{a}_4。$$

設已知 n 個矢量 $\boldsymbol{a}_1$, $\boldsymbol{a}_2$,⋯, $\boldsymbol{a}_n$, 它們的和等於 $\boldsymbol{a}$; 則將寫爲

$$\boldsymbol{a}=\boldsymbol{a}_1+\boldsymbol{a}_2+\cdots+\boldsymbol{a}_n。$$

取兩個矢量 $\boldsymbol{a}_1$ 與 $\boldsymbol{a}_2$ (圖 5)。從任一點 A 作矢量 $\overline{AB}$ 與 $\overline{AC}$, 分別等於矢量 $\boldsymbol{a}_1$ 與 $\boldsymbol{a}_2$,並用直線連接點 B 與點 C; 矢量 $\overline{BC}$ (從 B 指向 C)

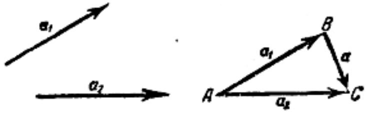

圖 5

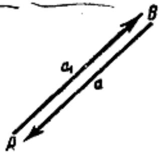

圖 6

用字母 $\boldsymbol{a}$ 代表。矢量 $\boldsymbol{a}$，設與矢量 $\boldsymbol{a}_1$ 相加可得矢量 $\boldsymbol{a}_2$，稱爲矢量 $\boldsymbol{a}_1$ 與 $\boldsymbol{a}_2$ 的差；而上述的作圖，稱爲矢量的相減。

表示矢量的相減，將採用普通的減號：

$$\boldsymbol{a}=\boldsymbol{a}_2-\boldsymbol{a}_1。$$

在 $\boldsymbol{a}_2=0$ 的特殊情形下，點 C 將與點 A 疊合，因而矢量 $\boldsymbol{a}$ 大小等於矢量 $\boldsymbol{a}_1$ 但沿相反方向（不是從 A 向 B，而是從 B 向 A，圖 6）。同時，在這一特殊情形下，上面的公式將成爲

$$\boldsymbol{a}=-\boldsymbol{a}_1。$$

由此可見，$-\boldsymbol{a}_1$ 是一個矢量，與矢量 $\boldsymbol{a}_1$ 大小相等方向相反。

§3　矢量乘以標量．單位矢量

設已知某一矢量 $\boldsymbol{a}$ 與某一正值的標量 m。作一個新的矢量，與已知矢量 $\boldsymbol{a}$ 同方向，而大小則等於已知矢量的大小 a 乘以標量 m。所得的新矢量稱爲矢量 $\boldsymbol{a}$ 與標量 m 相乘的積，並用 $m\boldsymbol{a}$ 代表。

所以，要把已知矢量乘以某一正的標量，只須把矢量的大小乘以標量，矢量的方向不變。

上節裏已經證明，矢量 $-m\boldsymbol{a}$ 與 $m\boldsymbol{a}$ 的區別不過是方向相反。因此，矢量 $\boldsymbol{a}$ 設乘以負的標量 $-m$，結果將等於矢量的大小 a 乘以數值 m，而方向則與原來的矢量相反。

設 $\boldsymbol{a}_1$ 與 $\boldsymbol{a}_2$ 是兩個相等的矢量，則分別乘以任一標量 m 所得的新矢量 $m\boldsymbol{a}_1$ 與 $m\boldsymbol{a}_2$ 亦必相等。所以，設

$$\boldsymbol{a}_1=\boldsymbol{a}_2,$$

則

$$m\boldsymbol{a}_1=m\boldsymbol{a}_2。$$

可見矢量的等式，並不因兩邊各乘以同一標量而喪失其相等性。

取若干個矢量 $\boldsymbol{a}_1$，$\boldsymbol{a}_2$，$\boldsymbol{a}_3$，$\boldsymbol{a}_4$（圖 7），並將它們相加。爲此，作多

邊形 $MNPQR$，各邊分別代表各矢量。各矢量的和 $\overline{MR}$ 用 $\boldsymbol{a}$ 代表。於是得

$$\boldsymbol{a}=\boldsymbol{a}_1+\boldsymbol{a}_2+\boldsymbol{a}_3+\boldsymbol{a}_4。$$

將點 P,Q 用直線與點 M 相連；並沿線段 MN,MP,MQ,MR 分別作線段 $MN_1=m\cdot MN$, $MP_1=m\cdot MP$, $MQ_1=m\cdot MQ$, $MR_1=m\cdot MR$，各式中的 m 是任意一個正數。用直線順次連接點 N_1, P_1, Q_1, R_1，得新多邊形 $MN_1P_1Q_1R_1$，與多邊形 $MNPQR$ 相似。新多邊形的各邊，分別與多邊形 $MNPQR$ 的各對應邊平行，並各等於後者乘以正數 m。因此，矢量 $\overline{MN_1}$, $\overline{N_1P_1}$, $\overline{P_1Q_1}$, $\overline{Q_1R_1}$, $\overline{MR_1}$ 分別與矢量 $m\boldsymbol{a}_1$, $m\boldsymbol{a}_2$, $m\boldsymbol{a}_3$, $m\boldsymbol{a}_4$, $m\boldsymbol{a}$ 相等。

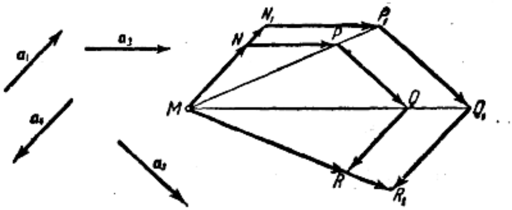

圖 7

但矢量 $\overline{MR_1}$ 是矢量 $\overline{MN_1}$, $\overline{N_1P_1}$, $\overline{P_1Q_1}$, $\overline{Q_1R_1}$ 的和，故

$$m\boldsymbol{a}=m\boldsymbol{a}_1+m\boldsymbol{a}_2+m\boldsymbol{a}_3+m\boldsymbol{a}_4。$$

上面所得的結論可以陳述如下：要把矢量和乘以某一正數，只須每一個分矢量各乘以這正數。

以上假定 m 是一個正數。設 m 是一個負數，可以用同樣的證明方法得到相似的結論。

大小等於一個單位值的矢量，稱爲單位矢量。設有某已知矢量 $\boldsymbol{a}$。作單位矢量與矢量 $\boldsymbol{a}$ 同方向；這單位矢量用 $\boldsymbol{e}$ 代表（因此，$e=1$）。矢

量 $\boldsymbol{a}$ 與 $\boldsymbol{e}$ 方向相同，但矢量 $\boldsymbol{a}$ 的大小等於矢量 $\boldsymbol{e}$ 的大小乘以 a。因此，

$$\boldsymbol{a}=a\boldsymbol{e}。$$

由此可見，任一矢量都可以用它的大小與對應的單位矢量的乘積來代表。

§4　矢量在軸上與平面上的投影

標明一定指向的無限長直線稱爲軸。

取矢量 $\boldsymbol{v}$ 與軸 x（圖 8），軸的指向在圖上用箭頭表示。用字母 A 與 B 代表矢量 $\boldsymbol{v}$ 的起點與終點，並通過點 A 與 B 各作垂直於軸 x 的平面 P 與 Q。這兩個平面與軸 x 的交點 a 與 b，稱爲點 A 與 B 在軸 x 上的投影。

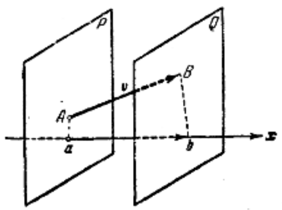

圖 8

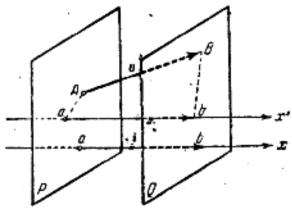

圖 9

線段 ab，設與軸 x 同向則取＋號，與 x 軸反向則取－號，稱爲矢量 $\boldsymbol{v}$ 在軸 x 上的投影；❶ 這投影用 v_x 代表。所以 $v_x=\pm ab$，式中的正負號照上述規則選取。必須注意，矢量在任何軸上的投影都是標量。

實際上，爲求出點 a 與 b，並非必須作出平面 P 與 Q。只須從點 A 與 B 作軸 x 的垂線 Aa 與 Bb；垂足 a 與 b 就是點 A 與 B 在軸 x 上的

❶ 線段 ab 所代表的矢量，稱爲矢量 $\boldsymbol{v}$ 沿軸向 x 的分量。