

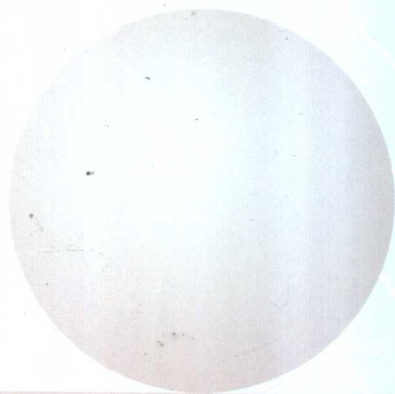
21世纪

高等教育·独立学院规划教材

大学物理基础

主编 / 李甲科
主审 / 吴寿镛

下册



西北大学出版社
NORTHWEST UNIVERSITY PRESS

大学物理基础
DAXUEWULIJICHU

陕西省教育厅重点教材建设项目

大学物理基础

下册

主编 / 李甲科

参编 / 徐忠锋 俞晓红 张孝林

刘 萍 田蓬勃



西北大学出版社
NORTHWEST UNIVERSITY PRESS

图书在版编目(CIP)数据

大学物理基础(上下) / 李甲科主编. — 西安: 西北大学出版社, 2006.7

ISBN 7-5604-2160-1

I. 大... II. 李... III. 物理学-高等学校-教材

IV. 04

中国版本图书馆CIP数据核字(2006)第080169号

大学物理基础(上下)

主 编 李甲科

出版发行 西北大学出版社

社 址 西安市太白北路 229 号

电 话 029 — 88303042

邮政编码 710069

经 销 新华书店

印 刷 陕西向阳印务有限公司

版 次 2006 年 7 月第 1 版

印 次 2006 年 7 月第 1 次印刷

开 本 787×1092 1/16

印 张 23.25

字 数 518 千字

印 数 1—3000

书 号 ISBN 7-5604-2160-1/O · 133

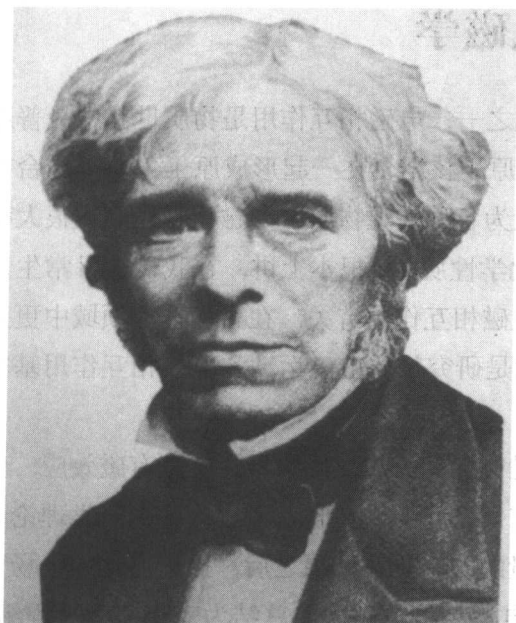
定 价 37.00 元

电磁学

电磁运动是物质的基本运动形式之一，电磁相互作用是物质世界中最普遍的相互作用。电磁相互作用使电子和原子核结合在一起形成原子，原子结合在一起形成分子，分子再结合在一起成为各种宏观物质。电磁相互作用在很大程度上决定着各种物质的物理性质与化学性质。从根本上讲，在我们的日常生活所观察到的现象中，绝大多数都与电磁相互作用有关，在科学技术领域中更是与电磁相互作用关系密切。电磁学就是研究物质电磁运动和电磁相互作用基本规律及其应用的学科。

历史上，人们曾经认为电与磁是彼此无关的，后来发现电流有磁效应，变化的磁场有电效应，才逐步认识到它们之间的内在联系。从此，电磁学理论有了重大进展，麦克斯韦在总结了大量的实验研究结果之后，提出变化的电场可以产生磁场，变化的磁场可以产生电场，将电磁规律总结为麦克斯韦方程组，从而奠定了整个电磁学的理论基础。这个理论的重要意义在于它不仅支配着一切宏观电磁现象，促进了工程技术和现代文明的飞速发展，而且在于它将光现象统一在这个理论框架之内，深刻地影响着人们认识物质世界的思想。

本书电磁学部分包括静电场、恒定磁场、电磁感应与电磁场等内容。



法拉第 (Faraday, M. 1791 ~ 1867) 是英国物理学家、化学家，也是著名的自学成才的科学家。

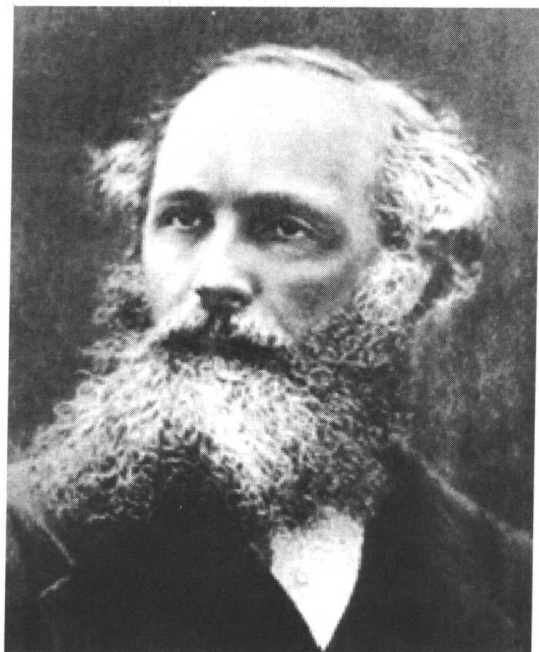
法拉第主要从事电学、磁学、磁光学、电化学方面的研究，并在这些领域取得了一系列重大发现。1820 年奥斯特发现电流的磁效应之后，法拉第于 1821 年提出由磁产生电的大胆设想，并开始了艰苦的探索。1821 年 9 月他发现通电的导线能绕磁铁旋转以及磁体绕载流导体的运动，第一次发现了电磁运动向机械运动的转换，从而建立了电动机的实验室模型。接着经过无数次实验的失败，终于在 1831 年发现了电磁感应定律。这一划时代的伟大发现，使人类掌握了电磁运动相互转变以及机械能和电能相互转变的方法，成为现代发电机、电动机、变压器技术的基础。

法拉第对科学坚忍不拔的探索精神，为人类文明进步无私的献身精神，连同他杰出的科学贡献，永远为后人所敬仰。

麦克斯韦 (Maxwell, J. C. 1831 ~ 1879) 是英国 19 世纪伟大的物理学家、数学家，经典电动力学的创始人，统计物理学的奠基人之一。

麦克斯韦的主要贡献是创立了经典电动力学。他研究了法拉第的电磁场设想，于 1864 年发表了《电磁场动力学理论》，提出包括偏微分方程的麦克斯韦方程组，概括了当时已知的关于电磁现象的一切实验结果，从而创立了经典电动力学。他根据这一理论得出结论：存在着电磁波；电磁波在真空中传播的速度等于光速；光的本质是电磁波；电磁波会产生压力等。

麦克斯韦主要从事电磁理论、分子物理学、统计物理学、光学、力学、弹性理论方面的研究。尤其是他建立的电磁场理论，将电学、磁学、光学统一起来，是 19 世纪物理学发展的最光辉的成果，是科学实验史上最伟大的贡献之一。在热力学与统计物理学方面，麦克斯韦也作出了重要的贡献。麦克斯韦严谨的科学态度和研究方法是人类极其宝贵的精神财富。



电磁学

第 10 章 静电场

10.1 电荷 库仑定律	/181
10.2 电场 电场强度	/184
10.3 电通量 高斯定理	/190
10.4 电势	/197
10.5 静电场中的导体和电介质	/208
10.6 电容器的电容	/217
10.7 电场能量	/220
本章小结	/221
复习思考题	/223
习题	/224

第 11 章 恒定磁场

11.1 磁现象	/226
11.2 磁场 磁感应强度	/227
11.3 带电粒子在磁场中的运动	/229
11.4 毕奥 - 萨伐尔定律	/232
11.5 运动电荷产生的磁场	/235
11.6 磁通量 磁场的高斯定理	/236
11.7 安培环路定理	/238
11.8 磁场对载流导线的作用	/241
11.9 磁力的功	/247
11.10 磁介质中的磁场	/248
本章小结	/254
复习思考题	/254
习题	/255

第 12 章 电磁感应与电磁场

12.1 电磁感应的基本规律	/258
----------------------	------

12.2	动生电动势与感生电动势	/263
12.3	自感和互感	/269
12.4	磁场能量	/273
*12.5	麦克斯韦电磁场理论简介	/275
	本章小结	/279
	复习思考题	/279
	习题	/280

第 13 章 波动光学

13.1	光是电磁波	/282
13.2	光的干涉 双缝干涉	/284
13.3	薄膜干涉	/287
13.4	迈克耳孙干涉仪	/294
13.5	光的衍射	/295
13.6	单缝衍射	/296
13.7	光栅衍射	/301
13.8	圆孔衍射 光学仪器的分辨本领	/305
13.9	光的偏振	/307
	本章小结	/315
	复习思考题	/317
	习题	/317

相对论与量子力学

第 14 章 狭义相对论基础

14.1	力学相对性原理 伽利略坐标变换	/321
14.2	狭义相对论的两个基本假设 洛伦兹变换	/322
14.3	狭义相对论的时空观	/325
14.4	相对论质量 动能 能量	/328
	本章小结	/330
	复习思考题	/330
	习题	/331

第 15 章 量子力学基础

15.1	热辐射与普朗克的量子假设	/333
15.2	光电效应	/335

15.3 玻尔氢原子理论	/337
15.4 微观粒子的波粒二象性 不确定关系	/340
15.5 波函数 一维定态薛定谔方程	/344
15.6 电子自旋 四个量子数	/348
15.7 原子的壳层结构	/350
本章小结	/352
复习思考题	/352
习题	/353

第10章 静电场

本章将讨论电磁相互作用中最简单的情况,即相对观察者静止的电荷之间的相互作用,以及它们周围存在的静电场的性质.

10.1 电荷 库仑定律

10.1.1 电荷

我们可以从大量的静电现象中体会电荷的存在.当我们用胶木梳子梳头时,头发会竖立起来,有时还会发出轻微的劈啪声;当我们身穿的化纤衣服脱下时,偶尔在黑暗处可看见放电的闪光;在冬天里,当手触及门把手或水龙头时,偶尔会有电击的感觉等.这些现象都是因为摩擦而使物体带电所产生的静电现象.打雷、闪电是自然界在更大范围内大量电荷作用所产生的静电现象.

电荷是构成物质的基本粒子的一种属性,大量地存在于我们周围的物体中.实验表明,自然界中仅存在有两种电荷,一种是负电荷,如电子所带的电荷,一种是正电荷,如质子所带的电荷;并且电荷之间具有相互作用力,同性电荷之间相互排斥,异性电荷之间相互吸引.

通常物体内所带的正电荷和负电荷一样多,此时物体内没有多余的电荷存在,对外不显电性,物体处于电中性状态,常称处于该状态下的物体不带电.通过摩擦或其他静电感应方法可使物体从电中性变为带电.图 10-1 是用静电感应的方法使导体带电的示意图.从本质上讲,使不带电的物体带电就是使物体中原来存在的正负电荷分离,当一物体失去一些带负电的电子,则该物体显示正电性,即带正电,而获得电子的另一物体就带上了负电.大量实验事实表明,在一个封闭系统中,无论进行怎样的过程,系统内正电荷与负电荷的代数和保持不变,这个结论称为电荷守恒定律.该定律在一切已经发现的宏观过程和微观过程中都成立,是物理学中的一条基本定律.



闪电是一种壮观的自然界景象,它是云与云之间或云与地之间的强烈放电,一次闪电大约有 10^{20} 个电子的电荷发生中和,产生很大的能量.

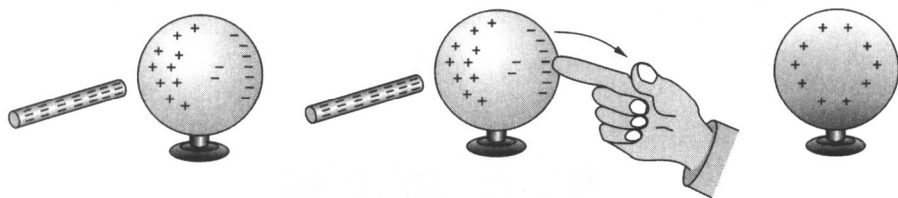


图 10-1

电子是人们最早发现的带有最小负电荷的基本粒子, 所带的电量为

$$e = (1.602\,176\,53 \pm 0.000\,001\,4) \times 10^{-19} \text{ C}$$

C 为电量的 SI 单位, 称为库仑. 质子是带正电荷的粒子, 所带的电量与电子所带的电量相等. 在自然界中, 任何物体所带的电量都是不连续的, 都是电子的电量 e 的整数倍, 我们称这一事实为电荷的量子化, 称 e 为电荷的量子. 1964 年美国科学家盖尔曼提出“基本粒子”的夸克模型, 并预言夸克的电荷应为 $\pm \frac{1}{3}e$ 或 $\pm \frac{2}{3}e$, 即夸克可带有分数电荷, 尽管这一模型对粒子物理中的许多现象的解释获得了很大的成功, 但至今, 在实验中仍未观测到自由夸克. 由于电荷的量子 e 非常小, 在通常研究的宏观电磁现象中涉及到的带电粒子的数目非常巨大, 以致电荷的量子性表现不出来, 可以认为电荷是连续分布在带电体上的.

10.1.2 库仑定律

相对静止的带电体之间的相互作用力, 称为静电力. 实验表明, 对于任意的两个带电体, 它们之间静电力的大小和方向, 与它们所带电荷、它们之间的距离以及带电体的形状有关, 情况比较复杂. 当带电体之间相距足够远时, 带电体本身的几何线度比起两者之间的距离可以忽略, 此时带电体可看作是点电荷, 它们之间的静电力的大小和方向仅由两带电体的电量及相互间的距离决定. 1785 年, 法国物理学家库仑 (C. A. Coulomb, 1736 ~ 1806) 通过扭秤实验发现: 在真空中两个静止的点电荷之间的作用力的大小与两个点电荷的电量的乘积成正比, 与两个点电荷之间距离的平方成反比, 作用力的方向沿着两个点电荷的连线, 同号电荷相斥, 异号电荷相吸. 在 SI 单位制中, 其数学表达形式为

$$\boldsymbol{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \boldsymbol{r}^0 \quad (10-1)$$

式中, $\boldsymbol{F}_{12}$ 为电荷 q_1 对电荷 q_2 的作用力; r 为两个点电荷之间的距离; $\boldsymbol{r}^0$ 为由施力电荷 q_1 指向受力电荷 q_2 的单位矢量 (图 10-2); ϵ_0 是一普适常量, 称为真空电容率 (介电常数), 其值为

$$\epsilon_0 = 8.854\,187\,82 \times 10^{-12} \text{ F/m}$$

通常近似取为

$$\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ F/m}$$

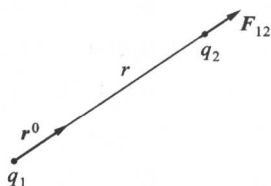


图 10-2

由式 (10-1) 可以看出, 电荷 q_2 对电荷 q_1 的作用力为 $\boldsymbol{F}_{21} = -\boldsymbol{F}_{12}$, 即两个静止点电荷之间

的相互作用力符合牛顿第三定律. 应当指出, 由于电磁相互作用传递速度有限等原因, 对于运动电荷间相互作用力该结论不成立.

库仑定律是物理学中著名的平方反比定律之一, 是静电学的基础. 由于库仑定律和万有引力定律都遵循平方反比规律, 因此与二者相关的一些物理规律在数学表达形式上是相似的. 注意到这一点并进行对照学习, 对内容的掌握十分有利.

例 10-1 两个静止的粒子, 分别带有 1C 的电量, 试求两者相距为 1m 时, 它们之间的作用力大小.

解 由库仑定律得两粒子之间的静电力的大小为

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{1 \times 1}{1^2} = 9 \times 10^9 \text{ N}$$

这个作用力是非常巨大的, 相当于 1.5×10^7 个成年人的重量. 由此可见, “库仑” 是一个很大的电量单位 (1C 的电量是基本电荷 e 的 6.24×10^{18} 倍).

例 10-2 假设一个质子和一电子相距为 r . 试求它们之间的静电力与万有引力之比.

解 由库仑定律可求得它们之间的静电力的大小为

$$F_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2}$$

由万有引力定律可求得它们之间的万有引力的大小为

$$F_g = G \frac{m_p m_e}{r^2}$$

静电力与万有引力之比为

$$\frac{F_e}{F_g} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 G} \frac{e^2}{m_p m_e} = \frac{9 \times 10^9}{6.7 \times 10^{-11}} \times \frac{(1.6 \times 10^{-19})^2}{(1.7 \times 10^{-27}) \times (9.1 \times 10^{-31})} \approx 2 \times 10^{38}$$

可以看出, 静电力远大于万有引力, 并且该结果与带电粒子之间的距离无关. 由此可见, 在处理带电粒子之间的相互作用时, 它们之间的万有引力通常可以忽略不计.

10.1.3 静电力叠加原理

真空中两个静止点电荷之间的相互作用力可直接利用库仑定律来计算. 如果一个系统中有三个或三个以上的点电荷时, 那么它们之间的相互作用力怎样计算呢? 实验表明, 不论系统中有多少个点电荷, 每对点电荷之间的作用力都能用库仑定律来计算, 两个点电荷之间的作用力不因第三个点电荷的存在而改变. 因此, 当多个点电荷同时存在时, 它们施加于某一个点电荷 q_0 的静电力应等于各个点电荷 $q_1, q_2, \dots, q_n$ 单独存在时, 施加于该点电荷的静电力 $F_1, F_2, \dots, F_n$ 的矢量和, 这就是静电力叠加原理, 即

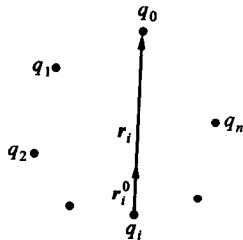


图 10-3

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \dots + \mathbf{F}_n = \sum_{i=1}^n \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_i q_0}{r_i^2} \mathbf{r}_i^0 \quad (10-2)$$

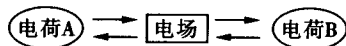
式中, r_i 为点电荷 q_i 与 q_0 之间的距离; r_i^0 是由 q_i 指向 q_0 的单位矢量 (图 10-3). 两个电荷之间的作用力不因第三个电荷的存在而改变, 这是静电力叠加原理的基础.

10.2 电场 电场强度

10.2.1 电场

两个静止的带电体之间的相互作用力可用库仑定律和静电力叠加原理计算, 但是这种相隔一定距离而产生的相互作用力是靠什么传递的呢? 关于这个问题, 物理学史上曾经有两种对立的观点. 一种观点认为, 带电体之间的作用力不需任何媒质进行传递, 而且其传递不需要时间, 人们把这种超越空间、也不需时间就能完成的相互作用称为“超距作用”; 另一种观点则认为, 带电体之间的作用力是通过物质相互作用的, 作用力的传递也是需要时间的.

实验证明, “超距作用”的观点是错误的. 在任何带电体周围都存在一种特殊的物质, 这种特殊物质称为电场, 两个带电体之间正是通过电场发生相互作用的. 电荷 A 对电荷 B 的作用力是电荷 A 产生的电场作用于电荷 B, 而不是电荷 A 直接作用于电荷 B; 同样, 电荷 B 对电荷 A 的作用力是电荷 B 产生的电场施加于电荷 A 的. 这种通过电场而发生的相互作用可表示为



静止的电荷产生的电场称为静电场, 静电场对其他静止电荷的作用力就是静电力. 但电场并不限于静电场, 凡对静止电荷有作用力的场都是电场. 在静电场范围内, 电荷间的作用力是超距作用还是通过场传递, 无法判断. 然而实验表明, 当电荷发生变化 (包括电量的变化或位置的变化) 时, 其周围的电场也随之变化, 这个变化的电场以光速在空间传播, 电荷之间的相互作用力也是以光速传递的. 在通常情况下, 由于光速极快, 电场力传递所需的时间极短, 很难察觉. 但是, 随着科学技术的发展, 人们已有足够的手段来证明电场力的传递是需要时间的.

电场作为一种特殊的物质, 它不是由分子、原子所组成, 但它具有实体物质所具有的某些特性, 如具有动量、能量等, 并且能够在与粒子的相互作用过程中进行交换. 电场的概念初看起来感觉很抽象, 但是我们可以从电场对电荷的作用来认识电场. 放在电场中的电荷要受到电场的作用力; 电荷在电场中运动时, 电场力要对电荷做功. 因此, 我们可以从力和能量的角度来研究电场的性质和规律, 并相应地引入电场强度和电势两个重要的物理量.

10.2.2 电场强度

带电体在其周围产生有电场, 如何描述这个电场呢? 根据电场对电荷具有作用力这一特点, 将一个电量为 q_0 的试验电荷放到电场中, 通过观测试验电荷在电场中各点受到的电场力来观测研究电场. 为了使测量结果能如实地反映被测电场各点的性质, 试验电荷应是电量足

够小的点电荷, 只有这样才能确保产生电场的电荷的分布不因试验电荷的放入而明显变化, 使电场仍能保持原有的分布. 为了使问题简单, 我们首先来研究点电荷所产生的电场. 将试验电荷 q_0 放入到点电荷 Q 的电场中, 根据库仑定律, 试验电荷 q_0 所受到的电场力为

$$\mathbf{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qq_0}{r^2} \mathbf{r}^0$$

式中, r 为两个点电荷之间的距离; $\mathbf{r}^0$ 为由 Q 指向 q_0 的单位矢量 (图 10-4).

可以看出, 试验电荷 q_0 所受到的电场力的大小和方向不仅与试验电荷所在处的电场有关, 而且与试验电荷本身电量的大小、正负有关. 然而, 试验电荷所受到的作用力 $\mathbf{F}$ 与试验电荷的电量 q_0 的比值是一个与试验电荷无关的矢量, 即

$$\frac{\mathbf{F}}{q_0} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \mathbf{r}^0 \quad (10-3)$$

很明显, 该矢量只与产生电场的点电荷 Q 以及在电场中的位置有关, 该矢量反映了与 Q 相距为 r 处的电场本身的性质. 因此, 我们可以用该矢量描述点电荷 Q 产生的电场.

若电场是由多个点电荷产生的, 根据电场力叠加原理式 (10-2), 则它们施加于试验电荷 q_0 的静电力应等于各个点电荷 $Q_1, Q_2, \dots, Q_n$ 单独存在时, 施加于试验电荷 q_0 的静电力 $\mathbf{F}_1, \mathbf{F}_2, \dots, \mathbf{F}_n$ 的矢量和, 即

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \dots + \mathbf{F}_n = \sum_{i=1}^n \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_i q_0}{r_i^2} \mathbf{r}_i^0$$

试验电荷所受到的作用力 $\mathbf{F}$ 与试验电荷的电量 q_0 的比值为

$$\frac{\mathbf{F}}{q_0} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_i}{r_i^2} \mathbf{r}_i^0 \quad (10-4)$$

显然, $\mathbf{F}$ 与 q_0 之比仍是一个与试验电荷无关的矢量, 只与 q_0 所在处的电场的性质有关. 因此, 我们可以用该矢量描述任意电场的性质, 将该矢量定义为电场的电场强度, 用 $\mathbf{E}$ 来表示, 即

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{F}}{q_0} \quad (10-5)$$

由电场强度的定义可以看出, 电场强度是一矢量. 电场中某点的电场强度 $\mathbf{E}$ 的大小和方向与单位正电荷在该点所受电场力的大小和方向相同. 电场强度的单位是 N/C , 以后会看到, 电场强度的单位还可表示为 V/m .

由于试验电荷在电场中不同点受到的电场力 $\mathbf{F}$ 一般不同, 所以 $\mathbf{F}$ 是空间坐标的函数, 因而电场强度 $\mathbf{E}$ 也是空间坐标的函数, 即

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}(x, y, z)$$

在静电场中, 任一点只有一个电场强度 $\mathbf{E}$ 与之对应, 也就是说静电场具有单值性. 如果

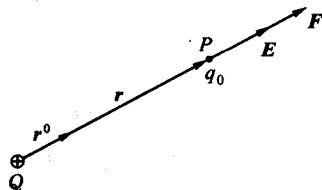


图 10-4

已知空间某点的电场强度, 则可由式 (10-5) 计算点电荷在该点处所受到的电场力, 即

$$F = q_0 E \quad (10-6)$$

10.2.3 电场强度的计算

1. 点电荷产生的电场

由式 (10-3) 可以看出, 点电荷 Q 产生的电场为

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} r^0 \quad (10-7)$$

式中, r^0 是由点电荷 Q (场源点荷) 指向场点 P 的位矢 r 的单位矢量. 当 Q 是正电荷时, E 的方向与 r^0 的方向相同 (图 10-5); 当 Q 是负电荷时, E 的方向与 r^0 方向相反. 式 (10-7) 表明, 点电荷产生的电场强度分布具有球对称性, 即在以点电荷 Q 为中心的球面上, E 的大小处处相等, 方向与球面垂直.

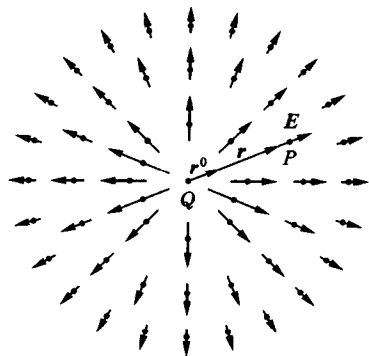


图 10-5

点电荷电场的计算非常重要, 它是计算复杂带电体电场强度分布的基础.

2. 电场强度叠加原理

若电场是由点电荷系 $q_1, q_2, \dots, q_n$ 产生的 (图 10-6), 设场点 P 相对于各点电荷的位矢分别为 $r_1, r_2, \dots, r_n$, 则各点电荷单独在场点 P 处产生的电场强度分别为

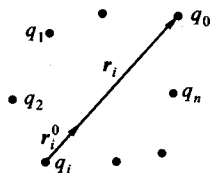


图 10-6

$$E_i = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_i}{r_i^2} r_i^0 \quad (i=1, 2, 3, \dots, n)$$

根据静电力的叠加原理式 (10-2) 或式 (10-4), 点电荷系在 P 点产生的电场的合电场强度为

$$E = \frac{\sum_i F_i}{q_0} = \sum_i \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_i}{r_i^2} r_i^0 = \sum_i E_i \quad (10-8)$$

即点电荷系在 P 点处产生的电场强度等于各点电荷单独存在时在该点产生的电场强度的矢量和. 这称为电场强度叠加原理. 需要指出的是, 该叠加原理不仅对点电荷成立, 对于其他的不能直接当作点电荷处理的带电体也同样适用.

当电荷是连续分布时, 则带电体在空间任意一点 P 处产生的场强可用微积分的方法计算. 设想把带电体分割成许多微小的可看作是点电荷的电荷元 dq (图 10-7). 设 P 点相对于带电体中任一电荷元 dq 的位矢为 r , 则该电荷元在 P 点产生的电场强度为

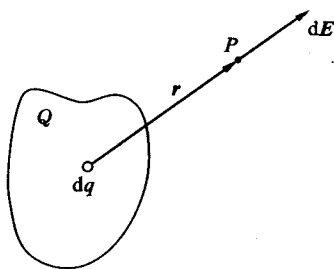


图 10-7

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^2} r^0$$

整个带电体在 P 点产生的电场强度应是各电荷元在该点产生的电场强度的矢量和. 由于电荷是连续分布的, 求和可用积分表示, 即

$$E = \int \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 r^2} r^0 \quad (10-9)$$

上式为矢量积分, 在具体计算时可以将 dE 写成关于各坐标轴的分量式, 然后再积分.

在计算带电体产生的电场强度时, 常需要引入电荷密度的概念. 若电荷连续分布在一个体积内时, 定义电荷体密度为

$$\rho(x, y, z) = \frac{dq}{dV}$$

式中, dq 为体积元 dV 所带的电量. 若电荷连续分布在一个面上时, 定义电荷面密度为

$$\sigma(x, y) = \frac{dq}{dS}$$

式中, dq 为面积元 dS 所带的电量. 若电荷连续分布在一条线上时, 定义电荷线密度为

$$\lambda(x) = \frac{dq}{dl}$$

式中, dq 为线元 dl 所带的电量.

应用电荷密度的概念, 式 (10-9) 中的 dq 可根据不同的电荷分布写成

$$dq = \begin{cases} \rho dV \\ \sigma dS \\ \lambda dl \end{cases}$$

这时式 (10-9) 的积分则分别为体积分、面积分和线积分. 下面通过几个例题来说明电场强度的计算方法.

例 10-3 电偶极子产生的电场. 两个电量相等、符号相反的点电荷 $+q$ 和 $-q$, 相隔一定距离 l . 当要计算电场强度的各场点到这一对电荷的距离 r 比 l 大很多 ($r \gg l$) 时, 这一对点电荷称为电偶极子. 定义

$$p = ql$$

为电偶极子的电偶极矩, l 的方向规定为由 $-q$ 指向 $+q$ (图 10-8). 试求电偶极子中垂线上一点 P 的电场强度.

解 设 P 点到电偶极子的中点 O 的距离为 r . 根据点电荷的电场强度计算公式 (10-7), $+q$ 和 $-q$ 在 P 点产生的电场的电场强度大小为

$$E_+ = E_- = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2 + (l/2)^2}$$

方向如图所示. 由图可以看出, P 点的合电场强度 E 与电偶极矩 p 的方向相反. P 点的合电场强度的大小为

$$E = E_+ \cos\alpha + E_- \cos\alpha = 2E_+ \cos\alpha$$

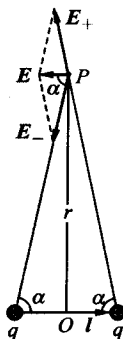


图 10-8

而 $\cos\alpha = \frac{1/2}{[r^2 + (l/2)^2]^{\frac{1}{2}}}$, 所以

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{ql}{[r^2 + (l/2)^2]^{\frac{3}{2}}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{ql}{r^3 [1 + l^2/4r^2]^{\frac{3}{2}}}$$

由于 $r \gg l$, 因而上式可简化为

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p}{r^3}$$

考虑到 E 的方向与电偶极子的电偶极矩 p 的方向相反, 则有

$$E = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p}{r^3}$$

从以上结果可以看出, 电偶极子在其中垂线上一点的电场强度与电偶极子的电偶极矩成正比, 与距离 r 的三次方成反比, 其电场强度大小随距离 r 的变化比点电荷的电场随距离的变化要快。

电偶极子是一个重要的物理模型. 在研究电介质的极化、电磁波的发射等问题中, 都要用到这个模型. 例如有些电介质的分子, 正、负电荷中心不重合, 这类分子就可视为电偶极子. 在电磁波发射中, 一段金属导线中的电子做周期性运动, 使导线两端交替地带正、负电荷, 形成所谓振荡偶极子等。

例 10-4 均匀带电圆环产生的电场. 一半径为 R 的均匀带电细圆环, 所带电量为 Q (图 10-9). 求圆环轴线上任一点 P 的电场强度。

解 取圆环的轴线为 x 轴, 坐标原点与环心重合, 如图所示. 在带电细圆环上任取一电荷元 dq , 设电荷元 dq 指向 P 点的位矢为 r , 则该电荷元在 P 点产生的电场强度 dE 为

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^2} r^0$$

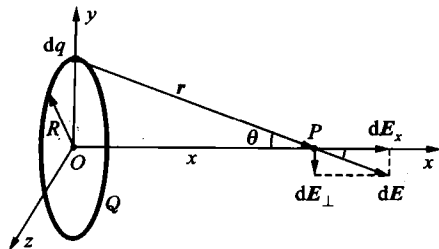


图 10-9

P 点的合电场强度是圆环上所有电荷元在 P 点产生的电场强度的矢量和, 即

$$E = \int dE = \int \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^2} r^0$$

这是一个矢量积分. 将 dE 向 x 轴和垂直于 x 轴的平面投影, 得

$$dE_x = dE \cos\theta$$

$$dE_{\perp} = dE \sin\theta$$

由于圆环上电荷分布关于 x 轴对称, 因此, 各电荷元在 P 点产生的电场强度的 $dE_{\perp}$ 分量相互抵消. 故 P 点的电场强度就等于分量 dE_x 之和, 即

$$E = E_x = \int dE_x = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dq}{r^2} \cos\theta = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\cos\theta}{r^2} \int dq = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \cos\theta$$

由于 $\cos\theta = \frac{x}{r}$, $r = (R^2 + x^2)^{\frac{1}{2}}$, 代入得

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qx}{(R^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}}$$

若 Q 为正电荷, E 的方向沿 x 轴正方向; 若 Q 为负电荷, 则 E 的方向沿 x 轴负方向。

由以上计算结果还可以得到: (1) 当 $x=0$ 时 (即在圆环中心处), $E=0$; (2) 当 $x \gg R$ 时, $(R^2 + x^2)^{\frac{3}{2}} \approx x^3$, 则 $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{x^2}$, 即在距圆环足够远处, 可以把带电圆环视为一个点电荷, 该点电荷位于环心 O 处, 其电量等于圆环所带的电量。

例 10-5 均匀带电圆盘产生的电场. 半径为 R 的均匀带电圆盘, 电荷面密度为 σ (图 10-10). 试求圆盘轴线上任一点的电场强度。

解 把圆盘分解成许多同心的细圆环, 考虑圆盘上任一半径为 r , 宽度为 dr 的细圆环, 则该细圆环所带电量为

$$dq = 2\pi r \sigma dr$$

在例 10-4 中我们已经求解了带电细圆环的电场问题, 利用该例题的结论可知电量为 dq , 半径为 r 的细圆环在轴线上 P 点的场强为

$$dE = \frac{x dq}{4\pi\epsilon_0 (x^2 + r^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{\sigma x}{4\pi\epsilon_0 (x^2 + r^2)^{\frac{3}{2}}} 2\pi r dr$$

由于每个带电细圆环在 P 点处的电场强度方向相同, 都沿 x 轴方向, 因而 P 点处总的电场强度为

$$E = \int dE = \int_0^R \frac{2\pi\sigma x}{4\pi\epsilon_0} \frac{r dr}{(x^2 + r^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left[1 - \frac{x}{(R^2 + x^2)^{\frac{1}{2}}} \right]$$

考虑到电场的方向, 以上结果可表示为

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left[1 - \frac{x}{(R^2 + x^2)^{\frac{1}{2}}} \right] i \quad (10-10)$$

读者思考 以上是圆盘在轴线上 $x > 0$ 情况下 P 点的电场强度, 若 $x < 0$ 时, 情况如何?

在保持 x 为有限值的情况下, 让 $R \rightarrow \infty$, 则圆盘可视为无限大均匀带电平面, 由式 (10-10) 可得无限大均匀带电板一侧的电场强度, 即

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \quad (10-11)$$

若保持 R 为有限值, 让 $x \rightarrow 0$, 亦有上述结果, 为什么?

解题思路和方法

已知带电系统的电荷分布时, 应用电场叠加原理可求电场中任一点 P 的电场强度. 具体的方

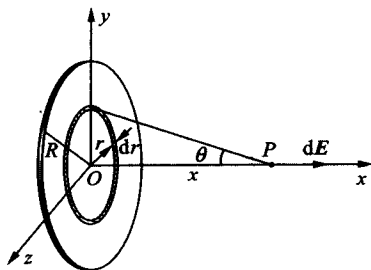


图 10-10