超能学习法丛书 CNXXFCS

总主编 古之雄

阳光课堂

学生用书

同步全新“2+1”辅教助学模式

2本学生用书　阳光课堂+阳光练习册

1本教师用书

高一数学 上

试验修订版

内蒙古少年儿童出版社

责任编辑：黑　虎

封面设计：李运平

阳光课堂

透明式讲解　过滤式检测　直射式训练

同步 全新2+1辅教助学模式

学生用书

- 阳光课堂　紧扣教材，以课时为单位进行精细讲解，与课堂授课节奏一致，并拓展课堂信息，既含知识点逐个透析，又有思维拓展和能力提升。语言平实，入木三分，素材新颖，趣味性与实践性兼容。
- 阳光练习册　含课后练习、单元检测，期中、期末阶段测试。题型多，题材新，题质精。活页装订，可随时撕下做集体测试或自我评估。

教师用书　阳光练习册的详尽答案，含解题思路、解题方法、解题技巧、解题过程、正确答案等，辅助老师讲解习题。按学生用书的一定比例配送给教师使用。

超能学习法丛书《阳光课堂》高一系列书目

语文　数学　英语　物理　化学　历史　政治　地理

CN-YGKT 0302-1150

ISBN 7-5312-2057-1

9 787531 220572 >

ISBN 7-5312-2057-1/G·1048

总定价：109.00元（全8册）

阳光课堂

高一数学（上）

本册主编：赵海胜　聂国荣
编写人员：赵海胜　聂国荣
岳新国　张　凯

学生用书

内蒙古少年儿童出版社

CNXXFCS 超能学习法丛书

总主编 古之雄

阳光课堂之

阳光练习册

（含课后练习及单元评估卷）

学生用书

高一数学（上）

内蒙古少年儿童出版社

图书在版编目(CIP)数据

阳光课堂.高一数学/古之雄主编.—通辽:内蒙古少年儿童出版社,2006.6
(超能学习法丛书)
ISBN 7-5312-2057-1

Ⅰ.阳... Ⅱ.古... Ⅲ.数学课-高中-教学参考资料 Ⅳ.G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 050914 号

责任编辑/黑　虎
装帧设计/李运平
出版发行/内蒙古少年儿童出版社
地址邮编/内蒙古通辽市霍林河大街西 312 号(028000)
经　　销/新华书店
印　　刷/北京市业和印务有限公司
字　　数/1768 千字
规　　格/880×1230 毫米　1/16
印　　张/58.25
版　　次/2006 年 6 月第 1 版
印　　次/2006 年 6 月第 1 次印刷
定　　价/109.00 元(全 8 册)

阳光像花一样绽放

它从天宇间挥洒，

穿过时光的灼彩，

亮丽了所有的颜色，

温暖了所有的角落，

叫醒了沉睡的花朵。

它让教室的玻璃窗也晶莹，

它让昏暗的45分钟变快乐！

它，是阳光！

哪怕远自天际，

却不惹一丝尘埃，

纯净、热情、执著依旧，

创造人世间最美的神话！

《阳光课堂》，让阳光洒进课堂，洒向黑板、课桌、书本，洒向同学们播种知识的心田。

透明式讲解

点点俱到，条条分明，按教学大纲的课时进程，有层次、有梯度、有节奏地将各知识点及其原理精剖细解，讲解语言平和、平实、平稳，如涓涓细流直入心底。不跳跃不拖沓，既针对了大纲知识点，又打开视野，溯本求源，讲知识点原理，讲新旧教材变化，讲运用，讲考查，让知识透明，让思维闪光！

直射式训练

高效科学的训练题，直接针对讲解知识点，实现第一时间知识互动，试题选材新颖，突出创新和拓展潜力的挖掘，注重趣味性和创新性的结合，针对性强，举一可反三，不做任何无用功，甚至不做任何低效功。直射式训练，用高效率占领学习强势。

过滤式检测

雨水洗礼后的阳光才有彩虹的美丽，经得起考验的知识才是真正掌握的知识。综合、灵活、多变的题型，考查了你知识掌握的程度，同时更证明了你运用知识的能力。没有一道题是单独考查知识点的，没有一道题是只锻炼实践能力的。综合题、拓展题、应用题细密如雨，冲洗飘浮不定的疑惑与不解，弥补课堂吸收的不足，完善知识吸引全过程，做到百分百溶解，不留知识遗漏。

世界上，只有知识最让人顶礼膜拜，它厚重如巍巍高山，广博如浩翰大海。然而攀登高山，让我们觉得自己过于渺小，遨游大海又让我们觉得轻如浮萍！让我们将知识化为阳光，瑰丽而神秘，蕴含无限的能量，放射让距离失去意义的强光！让知识的阳光，跳到你的课桌上，背包里，跳到你的心田上，幻化成你自己的能量！

一个新的春天，《阳光课堂》在你的校园里，像花一样绽放！！！

《阳光课堂》编委会

2006年4月

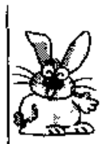
目录

第一章　集合与简易逻辑

第二章　函　数

第三第　数　列

目　录



学习札记

第一章 集合与简易逻辑

一、本章重难点预告

本章包括两个相关联又相对独立的内容：集合、简易逻辑，这两个内容都是中学数学的基础. 本章重点是掌握并能够运用集合语言、符号和或、且、非等逻辑联结词来解答有关集合和简易逻辑的基本概念的问题；会解绝对值不等式，一元二次不等式. 难点是准确掌握集合、元素、子集、交集、并集、补集、命题、充要条件等基本概念，在此基础之上，首先解决有关集合、简易逻辑的基本概念问题；其次是对数轴、函数图象、韦恩图等数形结合思想的理解.

二、高考指路

集合作为数学的基本工具属高考必考内容，所占分数在 4～10 分，多以选择、填空题型出现. 高考热点之一：是对集合基本概念的认知水平的考查，如：集合的表示方法，元素和集合之间的关系，集合与集合之间的关系，集合的运算，绝对值和一元二次不等式的解集. 高考热点之二：是命题的四种形式及原命题与逆否命题的等价性，充要条件的判定.

第一节 集 合

学法提示 利用韦恩图(矩形、圆)表示集合，直观地认识集合，掌握数形结合法.

考纲要求

1. 理解集合的概念.
2. 了解属于的意义.
3. 了解空集的意义.
4. 掌握有关的术语和符号，并会用它们表示一些简单的集合.

第一课时 集 合

一、基本知识点细讲

知识点 1：集合.

详析：集合也可以简称集，是一个不加定义的原始概念，"一般地，某些指定的对象集在一起就成为一个集合."集合通常用大括号或大写拉丁字母 A、B、C…表示. 对于一个给定的集合. 其中的对象应当是明确的.

【例 1】 判断下列说法是否正确？并说明理由.

(1)北京八中的所有学生组成一个集合；

(2)某个村里的年轻人组成一个集合.

解：(1)对. 完全符合集合的特征；

(2)错. 因为集合中的对象应当是明确的."年轻人"是一个模糊不确定的标准.

评析：判断某组对象是否为集合必须要注意：是否有一个明确的标准.

知识点 2：集合的分类.

详析：按集合中所含元素的多少进行分类. 有限集：含有有限个元素的集合，如集合$\{1,2,3,4,5\}$中元素个数只有 5 个，是一个有限集；无限集：含有无限个元素的集合. 如实数集 R 中元素个数有无数多个，是无限集；空集：不含任何元素的集合，记作$\varnothing$，如 $A=\{x|x^2<0\}$，$B=\{x|x^2+x+1=0\}$，均为空集.

【例 2】 有下列四个命题：

①$\{0\}$是空集；

②若 $a\in\mathbf{N}$，则 $-a\notin\mathbf{N}$；

③集合 $A=\{x|x^2-2x+1=0\}$有两个元素；

④集合 $B=\left\{x\left|\frac{6}{x}\in\mathbf{N},x\in\mathbf{Q}\right.\right\}$是有限集. 其中正确命题的个数为________.

解：因为$\{0\}$为单元素集，不是空集；0 的相反数是 0，且 $0\in\mathbf{N}$；$\{x|x^2-2x+1=0\}=\{1\}$，只有 1 个元素；x 取自然数的倒数时，$\frac{6}{x}$均为自然数. 答案为 0.

评析：无论是列举法还是描述法表示集合时，要准确元素的范围.

学习札记

知识点 3:集合的表示.

详析:集合的表示方法是初学者的难点,因此学习中尤其要把握好其要点.

(1)列举法:就是把集合中的元素一一列举出来的方法;

(2)描述法:就是用确定的条件表示某些对象是否属于这个集合的方法.其形式为$\{x\in A|P(x)\}$,这里x是集合中的代表元素,$P(x)$是集合中的x都具有的公共属性;

(3)图示法(韦恩图):画一条封闭曲线,用它的内部来表示一个集合.如 A 表示集合A, 2,5,8 表示集合$\{2,5,8\}$.

【例 3】 用列举法表示下列集合:

(1)$A=\left\{x\left|x=\frac{|a|}{a}+\frac{|b|}{b},a、b\text{为非零实数}\right.\right\}$;

(2)$A=\left\{x\left|\frac{6}{3-x}\in\mathbf{Z},x\in\mathbf{N}^*\right.\right\}$.

解:(1)根据绝对值的定义化简$x=\frac{|a|}{a}+\frac{|b|}{b}$.当$a>0,b>0$时,$x=2$;当$a<0,b<0$时,$x=-2$;当$a、b$异号时,$x=0$.所以$A=\{-2,0,2\}$.

(2)根据元素x满足的条件$\frac{6}{3-x}\in\mathbf{Z}$且$x\in\mathbf{N}^*$得到$x$的值,$x$所取的正整数必须使$3-x$整除6,所以$3-x=\pm1,\pm2,\pm3,\pm6$,$x=2,4,1,5,0,6,-3,9$.把$x=0,-3$舍去,这样$A=\{1,2,4,5,6,9\}$.

评析:用列举法表示集合时元素的范围要明确.

知识点 4:元素与集合的关系.

详析:集合中的每一个对象叫做这个集合的元素,常用小写拉丁字母表示.元素与集合的关系有且仅有两种:元素a是集合A中的元素,则a属于A,记作$a\in A$;元素a不是集合A中的元素,则a不属于A,记作$a\notin A$.如$2\in\{1,2,3\}$,而$4\notin\{1,2,3\}$.

【例 4】 下列关系正确的是( )

A.$0\in\{(0,1)\}$ B.$1\in\{(0,1)\}$

C.$0\in\{0,1\}$ D.$1\notin\{0,1\}$

解:$\{(0,1)\}$表示一个点集,这个集合中只有一个点$(0,1)$,而0与1均为数,所以,A、B均不对.$\{0,1\}$是一个数集,其中含有两个元素0和1,所以,C对,D不对.故选C.

评析:解这类题关键是搞清集合中的元素是什么,通过分析元素的性质把握集合,这种方法叫元素分析法.

知识点 5:集合元素的特征.

详析:(1)确定性:集合中的元素必须是确定的.即对于一个给定的集合,任何一个对象是不是这个集合的元素,是确定的;

(2)互异性:集合中的元素必须是互异的.即对于一个给定的集合,它的任何两个元素都是不同的;

(3)无序性:集合中的元素无先后顺序.即对于一个给定的集合,它的任何两个元素均可以交换位置.

【例 5】 求集合$\{x,1,x^2-x\}$中的元素x所应满足的条件.

解:依互异性得$\begin{cases}x\neq1\\x^2-x\neq1\\x^2-x\neq x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x\neq1\\x\neq\frac{1\pm\sqrt{5}}{2}\\x\neq0\\x\neq2\end{cases}$

所以,元素x应满足的条件是$x\neq0,1,2,\frac{1\pm\sqrt{5}}{2}$.

评析:集合中元素的互异性是检验一个集合是否正确的重要依据.在解集合问题时常常用到.

二、综合能力点细讲

详析:本节主要学习了集合的三种表示方法,应根据不同情况选择适当的表示方法,一般无限集不宜采用列举法;描述法紧抓竖线前的代表元素及它所具有的性质;图示法具有数形结合的直观性.所涉及到的综合题多为用不同方法表示同一集合问题.

【例】 已知集合$A=\{x|ax^2+2x+1=0,a\in\mathbf{R},x\in\mathbf{R}\}$

(1)若A中只有一个元素,求a值,并求出这个集合;

(2)若A中至多有一个元素,求a的取值范围.

解:(1)当$a=0$时,方程$2x+1=0$,只有一根$x=-\frac{1}{2}$;当$a\neq0$时,$\Delta=0$,即$4-4a=0$,所以$a=1$,这时$x_1=x_2=-1$.所以$a=0$时,$A=\left\{-\frac{1}{2}\right\}$;$a=1$时,$A=\{-1\}$.

(2)A中至多有一个元素包括两种情形即A中有一个元素和A是空集.当A是空集时,由$\begin{cases}a\neq0\\\Delta=4-4a<0\end{cases}$得$a>1$.结合(1)得:当$a=0$时,$a\geq1$时,$A$中至多有一个元素.

评析:(1)中容易忽略$a=0$的情况;

学习札记

(2)中 $a=0$ 或 $a\geqslant1$ 不等于 $a\geqslant0$,因为 0 和 1 之间的数不符合条件.

三、新型题细讲

(一)说理题

详析:本节所涉及的说理题主要考查同学们对集合中元素三个特征的理解和应用能力.解决这类问题一定要扣死基本概念,抓住题目中的关键条件,正确应用本节所学.

【例1】 北京景山中学高一五班 40 名学生的年龄情况如下:15 岁的 2 人,16 岁 20 人,17 岁 18 人.小强把本班学生的年龄组成的集合表示为{15,15,16,17}.你认为小强的表示方法正确吗?为什么?

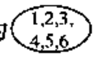
解:不正确.违背了集合中元素的互异性.正确表示为{15,16,17}

评析:解这类问题的关键是掌握集合中元素的三特征.

(二)开放性题

详析:本节所涉及的开放题多为集合的表示方法类问题,形式以条件开放题为主,解决这类问题大家要认清三种表示方法各自的特点,大胆想像.

【例2】 请选择不同的方法表示集合,使其只含有 1,2,3,4,5,6 这 6 个元素.

解:用列举法表示为{1,2,3,4,5,6},用描述法表示为$\{x\mid x\in\mathbf{N},且0<x<7\}$或{小于 7 的正整数},用图示法表示为
.

评析:利用好题目中所给的 6 个数,方法不拘一格.

四、巧题妙解

【例】 x,y 是实数,集合 $M=\left\{x,\dfrac{y}{x},1\right\}$,$N=\{x^2,x+y,0\}$,若 $M=N$,则 $x^{2003}+y^{2002}$ 等于(　　)

A. 1　　B. -1　　C. 0　　D. ±1

解:由集合中元素的确定性得:$x\neq0$,$y=0$.所以 $\{x,0,1\}=\{x^2,x,0\}$,由集合中元素的互异性得:$x^2=1\neq x$.所以 $x=-1$,$y=0$,故选 B.

评析:本题妙在灵活运用集合中元素的三个特征,避免了重复讨论.

五、高考题细讲

【例】 (2005,湖北,5 分)设 P、Q 为两个非空数集,定义集合 $P+Q=\{a+b\mid a\in P,b\in Q\}$,若 $P=\{0,2,5\}$,$Q=\{1,2,6\}$,则 $P+Q$ 中元素的个数是(　　)

A. 9　　B. 8　　C. 7　　D. 6

解:$P+Q=\{1,2,6,3,4,8,7,11\}$,故选 B.

评析:必须注意元素的互异性.

第二节　子集、全集、补集

学法提示　掌握利用韦恩图或数轴来求集合的子集、补集的数形结合的思想和方法.

考纲要求　理解子集、全集、补集的概念.了解空集和全集的意义.了解属于、包含、相等关系的意义.掌握有关的术语和符号,并会用它们正确表示一些简单的集合.

第二课时　子集、全集、补集

一、基本知识点细讲

知识点 1:子集的定义.

详析:一般地,对于两个集合 A 与 B,如果集合 A 中的任何一个元素都是集合 B 中的元素,我们就说 A 包含于 B(或 B 包含 A),记作$A\subseteq B$(或 $B\supseteq A$),这时,我们称集合 A 是集合 B 的子集,从以下两方面正确地理解子集定义:①子集的定义用符号表示为:"$A\subseteq B$"$\Leftrightarrow$"任取 $x\in A$ 均有 $x\in B$";②由于空集是任何集合的子集且 $A\subseteq A$,所以,不能理解成子集是由原来集合的部分元素组成的集合.

【例1】 $A=\{1,2,3,4\}$,则 A 的子集的个数为________.

解:A 的子集有以下一些情况:

(1)不含任何元素的子集:$\varnothing$;

(2)只含一个元素的子集:{1},{2},{3},{4};

(3)只含两个元素的子集:{1,2},{1,3},{1,4},{2,3},{2,4},{3,4};

(4)含有三个元素的子集:{1,2,3},{1,2,4},{1,3,4},{2,3,4};

学习札记

(5)含有 4 个元素的子集：$\{1,2,3,4\}=A$.

由上可知：A 的子集共有 16 个.

评析：对含有 n 个元素的集合，子集的个数是 2^n，真子集的个数是 2^n-1.

知识点 2：子集的性质.

详析：(1)对于集合 A、B，如果 $A\subseteq B$，并且 $A\neq B$，我们就说集合 A 是集合 B 的真子集，记作 $A\subsetneqq B$(或 $B\supsetneqq A$)；

(2) 空集是任一集合的子集，空集是任一非空集合的真子集；

(3)$A\subseteq A$，即任何一个集合均为它本身的子集；

(4)如果 $A\subseteq B$ 且 $B\subseteq A$，那么 $A=B$；

(5)如果 $A\subseteq B$，$B\subseteq C$，那么 $A\subseteq C$；

(6)如果$A\subsetneqq B$，$B\subsetneqq C$，那么 $A\subsetneqq C$.

【例 2】 设集合 $M=\left\{x\middle|x=\frac{k}{2}+\frac{1}{4},k\in\mathbf{Z}\right\}$，$N=\left\{x\middle|x=\frac{k}{4}+\frac{1}{2},k\in\mathbf{Z}\right\}$，则(　　)

A. $M=N$　　B. $M\subsetneqq N$

C. $M\supsetneqq N$　　D. $M\cap N=\varnothing$

解：取 $k=0,\pm1,\pm2,\cdots$得

$M=\left\{\pm\frac{1}{4},\pm\frac{3}{4},\pm\frac{5}{4},\pm\frac{7}{4},\cdots\right\}$，

$N=\left\{\cdots,-\frac{1}{4},0,\frac{1}{4},\frac{1}{2},\frac{3}{4},1,\frac{5}{4},\frac{3}{2},\frac{7}{4},\cdots\right\}$，显然 $M\subsetneqq N$. 或由 $x=\frac{k}{2}+\frac{1}{4}=\frac{1}{4}(2k+1)$，$x=\frac{k}{4}+\frac{1}{2}=\frac{1}{4}(k+2)$. 因为 $k\in\mathbf{Z}$，所以 $2k+1$ 为奇数，$k+2\in\mathbf{Z}$，所以$M\subsetneqq N$. 选 B.

评析：此题用列举法虽然直观，但不能写出 M，N 中的所有元素，可能会产生判断失误；另外此法只能停留在最初学习阶段，不能从理论上说明，显然描述法较科学，找出了元素的共性和差异.

知识点 3：补集.

详析：一般地，设 S 是一个集合，A 是 S 是一个子集(即 $A\subseteq S$)，由 S 中所有不属于 A 的元素组成的集合，叫做 S 中集合 A 的补集，记作 $\complement_S A$，即 $\complement_S A=\{x|x\in\mathbf{S}，且 x\notin A\}$. 用图形表示如图1-2-1：图中阴影部分表示 A 在 S 中的补集 $\complement_S A$，显然 $\complement_S(\complement_S A)=A$.

图 1-2-1

【例 3】 已知 $S=\mathbf{N}$，集合 $A=\{x\in\mathbf{N}|x>5\}$，则 $\complement_S A$ 用列举法表示为____________.

解：$\complement_S A=\{x|x\in S，且 x\notin A\}=\{x\in\mathbf{N}|x\leqslant5\}=\{0,1,2,3,4,5\}$.

评析：所谓 $\complement_S A$ 就是从 S 中取出集合 A 的全部元素，所有剩余的元素组成的集合.

知识点 4：全集.

详析：如果集合 S 含有我们所要研究的各个集合的全部元素，这个集合就可以看作一个全集，用 U 表示. 显然：当 $U=\mathbf{R}$ 时，$\complement_U N$ 为所有负整数组成的集合，$\complement_U Q$ 为所有无理数的集合.

【例 4】 已知全集 $U=\{2,3,a^2+2a-3\}$，$A=\{2,|a+7|\}$，$\complement_U A=\{5\}$，求 a 值.

解：因为 $\complement_U A=\{5\}$，所以 $5\in U$ 且 $5\notin A$. 于是 $\begin{cases}|a+7|\neq5, & ①\\ a^2+2a-3=5. & ②\end{cases}$ 由①得：$a\neq-2$ 且 $a\neq-12$，由②得：$a=-4$ 或 $a=2$，但 $a=2$ 时，$|a+7|=9\notin U$，舍去 $a=2$，所以，$a=-4$.

评析：注意检验是否符合题意.

二、基本能力点细讲

能力点："数形结合"思想在集合中的应用.

详析：集合的图示法表示具有数形结合的直观性，所以在处理集合问题时，常借助数轴，韦恩图，把集合间的关系转化为图形关系，使数的问题从形的角度解决.

【例】 已知 $M=\{x|x>1\}$，$N=\{x|x>a\}$，且 $M\subsetneqq N$，则(　　)

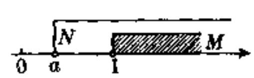


图 1-2-2

A. $a\leqslant1$　　B. $a<1$

C. $a\geqslant1$　　D. $a>1$

解：B

评析：随着 a 的变化，集合 N 也在变化，满足 $M\subsetneqq N$ 的情况如图1-2-2，显然 $a<1$，故选 B. 特别要注意"交点"处能否取等号.

三、综合能力点细讲

详析：本节我们主要学习了子集、真子集、全集、补集的概念，集合间的包含、真包含、相等关系的意义，集合的相等与包含是两个重要的命题点，二者之间既有联系又有区别，一般地，两个集合 A 与 B 的相等等价于它们互相包含，即"$A=B$"$\Leftrightarrow$"$A\subseteq B$ 且 $B\subseteq$

A”;用元素反映即“$A=B$”⇔“任意 $a\in A$,必有 $a\in B$,且任意 $b\in B$,必有 $b\in A$”,这是证明两个集合相等的依据. 综合题多考查定义,属小综合.

【例】 设 A、B 是两个集合,给出下列四个命题:

①$A\not\subseteq B$⇔对于任意 $a\in A$,则 $a\notin B$;

②$A\not\subseteq B$⇔存在 $a\in A$,且 $a\notin B$;

③$A\not\subseteq B\Rightarrow B\not\subseteq A$;

④$A\not\subseteq B\Leftarrow B\subsetneqq A$. 其中的真命题序号是:________.

图 1-2-3

解:因为 $A\subseteq B$⇔任意 $x\in A$,均有 $x\in B$,所以 $A\not\subseteq B$⇔存在 $x\in A$,有 $x\notin B$. 则①错,②对,④对,③如图 1-2-3 所示,$A\not\subseteq B\Rightarrow B\subseteq A$,则③错. 所以真命题的序号是②④.

评析:本题考查子集的定义和集合间的包含关系.

四、新型题细讲

(一)探究性题

详析:本节所涉及的探究题多为规律探究类,考查学生对集合的表示方法及集合间包含关系的把握能力,所要探究的多是问题所蕴涵的规律,一般与表现变量的关系式有关. 解决这类问题大家要敢于探索,大胆推理.

【例 1】 若 $A=\{x|x=6a+8b,a,b\in\mathbf{Z}\}$,$B=\{x|x=2m,m\in\mathbf{Z}\}$,试探求 A 与 B 间的关系.

解:①先探索 A 是否包含于 B,设 $a\in A$,则存在 $a_1,b_1\in\mathbf{Z}$,使 $a=6a_1+8b_1=2(3a_1+4b_1)$,因为 $3a_1+4b_1\in\mathbf{Z}$,所以 $a\in B$,即 $A\subseteq B$;

②探索 B 是否包含于 A. 设 $b\in B$,则存在 $m\in\mathbf{Z}$,使 $b=2m=6\times(-5m)+8\times(4m)$,由于 $-5m\in\mathbf{Z}$,$4m\in\mathbf{Z}$,所以 $b\in A$,即 $B\subseteq A$. 由①②得 $A=B$.

评析:两集合的形式不同,只要他们所包含的元素具有共同的属性,就是相等的集合.

(二)交流与讨论

详析:本节的交流与讨论多与存在性有关,考查同学们对概念的理解程度,解决这类问题主要靠基础,大胆探索.

【例 2】 已知全集 $U=\{1,3,x^3+3x^2+2x\}$,$A=\{1,|2x-1|\}$,如果 $\complement_U A=\{0\}$,则这样的实数 x 是否存在? 若存在,求出 x;若不存在,请说明理由,把你的探索思路与同学们进行交流讨论.

解:因为 $\complement_U A=\{0\}$,所以 $0\in U$,但 $0\notin A$. 于是 $\begin{cases}x^3+3x^2+2x=0, & ①\\ |2x-1|\neq 0. & ②\end{cases}$ 由①得:$x=0$ 或 $x=-1$ 或 $x=-2$,当 $x=0$ 时,$|2x-1|=1$,A 中已有元素 1,舍去 $x=0$;当 $x=-1$ 时,$|2x-1|=3$,$3\in U$,适合;当 $x=-2$ 时,$|2x-1|=5$,但 $5\notin U$ 舍去,所以实数 x 存在,它只能是 -1.

评析:解补集问题时,要注意全集的限制作用.

五、巧题妙解

【例】 已知集合 $A=\{x||x|\leqslant 2\}$,$B=\{x|x\geqslant a\}$,且 $A\subseteq B$,则实数 a 的取值范围为________.

解:因为 $A=\{x|-2\leqslant x\leqslant 2\}$,$B=\{x|x\geqslant a\}$,又因为 $A\subseteq B$ 利用数轴上覆盖关系. 所以 $a\leqslant -2$. 如图 1-2-4.

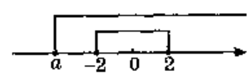


图 1-2-4

评析:本题考查集合间的包含关系. 求参数范围时,特别要注意“交点”处是否取得,本题妙在数形结合的应用.

六、高考题细讲

【例】 (2005,北京,5 分)设全集 $U=\mathbf{R}$,集合 $M=\{x|x>1\}$,$P=\{x|x^2>1\}$,则下列关系中正确的是 (　　)

A. $M=P$　　B. $P\subsetneqq M$

C. $M\subsetneqq P$　　D. $\complement_U M\cap P=\varnothing$

解:因为 $P=\{x|x>1$ 或 $x<-1\}$,所以 $M\subsetneqq P$,故选 C.

评析:本节高考题多考查定义,引导学生扣死基础,以不变应万变.

学习札记

学习札记

第三节 交集、并集

学法提示 利用数轴与韦恩图进行交、并集的运算.

考纲要求 理解交集与并集的意义，能运用交集与并集的符号和表示形式，会用韦恩图和数轴求两个集合的交集与并集.

第三课时 交集、并集

一、基本知识点细讲

知识点 1：并集及其性质.

详析：一般地，由所有属于 A 且属于 B 的元素所组成的集合，叫做 A 与 B 的交集，记作 $A\cap B$，读作"A 交 B". $A\cap B=\{x|x\in A$ 且 $x\in B\}$，简单地说：集合 A 与 B 的公共部分，叫 $A\cap B$，如图 1-3-1 中的阴影部分所示：由交集定义得 $A\cap A=A$，$A\cap\varnothing=\varnothing$，$A\cap B=B\cap A$，$A\cap B=A\Leftrightarrow A\subseteq B$，$(A\cap B)\subseteq A$，$(A\cap B)\cap C=A\cap(B\cap C)$.

图 1-3-1

【例 1】 若 $A\subseteq B$，$A\subseteq C$，$B=\{0,1,2,3,4\}$，$C=\{0,2,4,8\}$，求所有满足条件的 A.

解：因为 $A\subseteq B$，$A\subseteq C$，

所以 $A\subseteq(B\cap C)=\{0,2,4\}$，

故集合 A 可为：$\varnothing$；$\{0\}$，$\{2\}$，$\{4\}$；$\{0,2\}$，$\{0,4\}$，$\{2,4\}$；$\{0,2,4\}$.

评析：(1)弄清所求集合的特征为 $B\cap C$ 的子集；(2)求交集即求两集合公共元素所组成的集合.

知识点 2：并集.

详析：一般地，由所有属于 A 或属于 B 的元素组成的集合，叫做集合 A 与 B 的并集，记作 $A\cup B$，读作"A 并 B"，$A\cup B=\{x|x\in A$ 或 $x\in B\}$，即集合 A 与 B 的元素合并到一起，所组成的集合，如图 1-3-2 中阴影部分所示：由并集的定义可得 $A\cup A=A$，$A\cup\varnothing=A$，$A\cup B=B\cup A$，$A\cup B=A\Leftrightarrow B\subseteq A$，$(A\cup B)\cup C=A\cup(B\cup C)$，$A\subseteq(A\cup B)$.

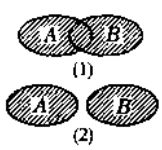


图 1-3-2

图 1-3-3

【例 2】 已知全集 $U=\mathbf{R}$，集合 $A=\{x|x<1$ 或 $x>2\}$，集合 $B=\{x|x<-3$，或 $x\geqslant1\}$，求 $\complement_{\mathbf{R}}A$，$A\cap B$，$A\cup B$.

解：借助于数轴.（如图 1-3-3）

$\complement_{\mathbf{R}}A=\{x|1\leqslant x\leqslant2\}$，$A\cap B=\{x|x<1$，或 $x>2\}\cap\{x|x<-3$，或 $x\geqslant1\}=\{x|x<-3$，或 $x>2\}$.

$A\cup B=\{x|x<1$，或 $x>2\}\cup\{x|x<-3$，或 $x\geqslant1\}=\mathbf{R}$.

评析：数轴是求集合交、并、补运算的工具，注意区间端点"="的取舍.

二、基本能力点细讲

能力点：交集、并集、补集运算的性质.

详析：由三种运算的定义可得：$A\cap(\complement_U A)=\varnothing$，$A\cup(\complement_U A)=U$，$(\complement_U A)\cap(\complement_U B)=\complement_U(A\cup B)$，$(\complement_U A)\cup(\complement_U B)=\complement_U(A\cap B)$.

【例】 设 A、B、I 均为非空集合，且满足 $A\subseteq B\subseteq I$，则下列各式中错误的是（　　）

A. $(\complement_I A)\cup B=I$

B. $(\complement_I A)\cup(\complement_I B)=I$

C. $A\cap(\complement_I B)=\varnothing$

D. $(\complement_I A)\cap(\complement_I B)=\complement_I B$

解：$(\complement_I A)\cup(\complement_I B)=\complement_I(A\cap B)\neq I$；故选 B. 本题也可利用韦恩图解答.

评析：正确理解集合的关系和运算是解决本题的前提基础，本题全是符号，较抽象，若利用韦恩图把符号语言转化为图形语言，能使题目变得形象直观，数轴或韦恩图是解决集合问题的重要的和常用的方法.

三、综合能力点细讲

详析：通过本节对集合交、并运算的学习，要正确地把集合语言转化为数学语言，常见的综合题是利用集合语言、数学语言、图形语言的转化进行集合的交、并、补运集.

【例】 已知 $x\in\mathbf{R}$，集合 $A=\{-3,x^2,x+1\}$，$B=\{x-3,2x-1,x^2+1\}$，如果 $A\cap B=\{-3\}$，求 $A\cup B$.

解：因为 $A\cap B=\{-3\}$，所以 $-3\in B$.

又 $x^2+1\neq-3$，

所以 $x-3=-3$ 或 $2x-1=-3$，

若 $x-3=-3$，则 $x=0$，

$A=\{0,1,-3\}$，$B=\{-3,-1,1\}$，

$A\cap B=\{1,-3\}$与已知矛盾.

当 $2x-1=-3$ 时，$x=-1$，

$A=\{-3,1,0\}$，$B=\{-3,-4,2\}$，

$A\cap B=\{-3\}$满足题意，

$A\cup B=\{-3,1,0,-4,2\}$.

评析：本题关键在于由 $A\cap B=\{-3\}$来确定实数 x 进而确定 A、B，解题时要注意题目中的各种可能，并进行检验.

四、新型题解讲

(一)方案设计题

详析：根据已知的结果或目标，设计具体的过程，方案的题目，训练学生科学、合理、严谨的逻辑思维.

【例 1】 已知集合 $A=\{-1,1\}$，$B\neq\varnothing$，$B=\{x\mid x^2-2ax+b=0\}$，若 $A\cup B=A$，求 a、b 的值.

解：因为 $B\neq\varnothing$ 且 $A\cup B=A$，所以 $B\subseteq A$. 所以 B 分含有两个元素或含有一个元素两种情况：

(1)B 含有两个元素时，$B=A=\{-1,1\}$，这时 $a=0$，$b=-1$.

(2)B 含有一个元素时，$\Delta=4a^2-4b=0$，即 $a^2=b$，若 $B=\{1\}$，则 $a=1$，$b=1$，若 $B=\{-1\}$，则$a=-1$，$b=1$，综上讨论得$\begin{cases}a=0\\b=-1\end{cases}$或$\begin{cases}a=1\\b=1\end{cases}$或$\begin{cases}a=-1\\b=1\end{cases}$

评析：解答本题的关键是理解 $A\cup B=A$ 的含义.

(二)信息处理题

详析：本节所涉及到的信息处理题主要考查对题目中信息的准确理解能力，若定义 $A-B=\{x\mid x\in A$，且 $x\notin B\}$，则 $A-(A-B)$就不能根据减法法则和去括号法则认为它等于 B.

【例 2】 设 A、B 是两个集合，定义 $A-B=\{x\mid x\in A$，且$x\notin B\}$，则 $A-(A-B)$等于(　　)

A. A　　　　B. B

C. $A\cap B$　　　　D. $A\cup B$

解：根据 $A-B$ 的定义，$A-(A-B)=\{x\mid x\in A$，且 $x\notin A-B\}$，结合 A、B 的韦恩图易知 $A-(A-B)=A\cap B$. 选 C.（如图1-3-4）

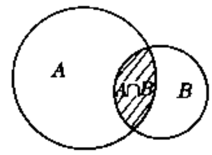


图 1-3-4

评析：集合之间的运算不能随意根据实数的运算进行.

五、巧题妙解

【例】 已知 $A=\{x\mid x^2-px+15=0\}$，$B=\{x\mid x^2-ax-b=0\}$，又 $A\cup B=\{2,3,5\}$，$A\cap B=\{3\}$，求 p，a，b 的值.

解：由 $A\cap B=\{3\}$，所以 $3\in A$，将 3 代入方程 $x^2-px+15=0$，可求得 $p=8$，于是 $A=\{3,5\}$，又因为 $A\cap B=\{3\}$，$A\cup B=\{2,3,5\}$，所以 $B=\{2,3\}$，即 2，3 为方程 $x^2-ax-b=0$ 的两根. 所以$\begin{cases}a^2+4b>0,\\2+3=a,\\2\times3=-b,\end{cases}$ 解得 $a=5$，$b=-6$，故所求的 p，a，b 的值分别为 $p=8$，$a=5$，$b=-6$.

评析：本题妙在恰当运用交集、并集中的元素，适时与方程的解联系，求待定系数.

六、高考题细讲

【例】（2005，浙江文，5 分）设全集 $U=\{1,2,3,4,5,6,7\}$，$P=\{1,2,3,4,5\}$，$Q=\{3,4,5,6,7\}$，则 $P\cap(\complement_U Q)$等于(　　)

A. $\{1,2\}$　　　　B. $\{3,4,5\}$

C. $\{1,2,6,7\}$　　　　D. $\{1,2,3,4,5\}$

解：由题意得 $\complement_U Q=\{1,2\}$，所以 $P\cap(\complement_U Q)=\{1,2\}$，故选 A.

评析：本题考查集合的概念，集合的表示法以及集合的并、交、补运算，正确理解集合 $P\cap(\complement_U Q)$中元素属性，将 $P\cap(\complement_U Q)$用列举法写出来，是解决本题关键.

第四节 含绝对值的不等式解法

学法提示 要掌握分类讨论思想在解绝对值不等式中的应用；掌握零点分段法解不等式，这是最根本的方法，除此之外，学会数形结合法.

学习札记