

板壳磁弹性力学基础

白象忠 田振国 著



科学出版社

www.sciencep.com



国家自然科学基金委员会资助出版

板壳磁弹性力学基础

白象忠 田振国 编著



科学出版社

北京

内 容 简 介

板壳磁弹性力学是一门新兴的学科,是弹性体耦合场理论的一个分支。

本书向读者介绍了板壳磁弹性力学的发展简史及应用前景,阐述了板壳磁弹性力学的数学基础、电动力学基础、弹性力学基础和板壳磁弹性理论模型的建立、研究方法及数值计算方法等内容;给出了板壳磁弹性力学的普遍方程、非线性动力学方程及求解方法;具体讨论了板壳磁弹性的轴对称问题、振动问题、稳定性问题、热磁弹性问题和二维问题的数值解法等,并且提供了具体算例。这里所列举的实际问题的解决方法,对于现代科学技术中的板壳电磁结构的理论分析和设计制造,具有一定的参考价值。

本书可供高等院校力学、物理、机械设计等专业的教师、研究生、本科生及科研工作者参考,也可供从事机械设计制造、仪器仪表、电磁设备等领域的工程技术人员使用,是研究板壳磁弹性力学的必备参考读物。

图书在版编目(CIP)数据

板壳磁弹性力学基础/白象忠,田振国编著. —北京:科学出版社,2006

ISBN 7-03-017060-1

I. 板… I. ①白… ②田… III. 壳体(结构)-磁性-弹性力学-研究

N. TU33

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 025199 号

责任编辑:何舒民/责任校对:柏连海

责任印制:吕春珉/封面设计:耕者设计工作室

科学出版社 出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

新蕾印刷厂 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2006年10月第一版 开本:B5(720×1000)

2006年10月第一次印刷 印张:16 1/4

印数:1—3 000 字数:387 000

定价:38.00元

(如有印装质量问题,我社负责调换<新欣>)

销售部电话 010-62136131 编辑部电话 010-62137026(BA03)

前 言

在最近的二三十年中,航空、航天、化工、原子及核工业装置的防护系统、磁热加工、无损探伤、供电器械、仪器仪表、磁力加工等方面实际应用的需要,尤其是薄壁结构的强度、刚度、稳定性及可靠性设计、结构优化设计的需要,使弹性体耦合场理论及其应用的研究向新的方向发展。

“板壳磁弹性力学”这门新兴学科是弹性体耦合场理论的一个分支。磁弹性理论的发展同现代科学技术各领域的一系列问题都有着紧密的联系。该理论的创立,对于处在机械场、温度场和电磁场作用下的结构元件的强度、刚度、稳定性、可靠性分析,都具有非常重要的意义。例如,应用这一理论,可以改进核反应堆的防护壳设计,改进电路中的选择、继电、滤波、变压,延时元件的设计,改进压电加速度计的设计等;将该理论与磁电效应、压磁、压电效应和热磁电效应的应用相结合,可以改进声发射和接收元件的设计,而磁电效应又可以用于磁声加载、磁声加工、磁感应加热、磁冲压和磁悬浮技术中。利用电磁效应和热磁效应能够遏止导体内部裂纹的扩展,可有效地提高裂纹体结构元件的使用寿命,排除工作险情。应用该理论还可以进一步研究电磁场对声波传播阻尼、衰减的作用规律,既可以用于声响学,又可以为声响结构设计、计算带来新的优化方法。可见,对磁弹性理论的进一步研究,将会给其实际应用开辟出一条更加广阔的途径。预计在 21 世纪,耦合场理论的研究,将成为固体力学的主要发展方向之一。

目前,电磁场理论与固体力学在各自学科领域中已形成相当完善的理论体系,但在研究机、电、磁、热耦合问题中,需要建立新的理论模型和新的求解方法。

本书在电磁场理论、电动力学理论及非线性弹性力学、板壳的大变形理论基础上,建立了机械场、温度场与电磁场共同作用下的动力学方程组,给出耦合场作用下板壳非线性动力分析的基本方法和求解板壳内力、位移的计算方法,目的是使读者在明确板壳磁弹性理论基本内容的基础上,了解求解板壳磁弹性非线性力学问题的计算方法、计算程序和解题步骤,初步具备解决耦合场作用下的载流板壳的强度、刚度、稳定性及振动问题的能力。

本书第一作者曾于 1990 年、1993 年两次赴乌克兰基辅大学,师从 Л. В. Мольченко 学习研究板壳磁弹性理论,同时得到前苏联科学院院士、乌克兰科学院院士 Я. М. Григоренко 的指导,受益匪浅。在从事磁弹性和热磁弹性理论的研究中以及本书的出版,得到了国家自然科学基金委员会的大力资助,在此深表谢意。

本书在介绍板壳磁弹性理论的基本概念、基本理论、基本方法的同时,还简单

介绍了板壳磁弹性理论的发展历史、研究现状及本课题组成员近期所取得的研究成果。

在本书写作过程中,一些基础理论的内容,参考了国内外公开出版的书籍和文献;部分章节中的理论推导和数值计算,是作者指导的几位研究生学位论文中的研究成果,读者可进一步参阅有关研究成果和参考文献。在此特向他们致谢。

由于作者水平有限,书中难免出现疏漏之处,敬请读者批评指正。

编著者

2005年8月于燕山大学

目 录

前言

第 1 章 绪论	1
1.1 磁弹性理论研究的意义	2
1.2 磁弹性理论发展与研究现状	3
1.2.1 板壳磁弹性应力、应变问题研究简介	4
1.2.2 板壳磁弹性振动问题研究简介	5
1.2.3 板壳磁弹性稳定性问题研究简介	6
1.2.4 磁弹性理论在断裂力学中的应用	7
1.2.5 实验研究简介	8
1.3 本书主要内容	9
第 2 章 数学与电动力学基础知识	12
2.1 数学基础知识	12
2.1.1 场、标量场、矢量场、电磁场矢量	12
2.1.2 矢量函数的概念	12
2.1.3 标量函数、等值面、方向导数、梯度	13
2.1.4 矢量线、通量、矢量场的散度、Gauss 定理	15
2.1.5 环量、矢量场的旋度、Stokes 定理	17
2.1.6 场函数的微分算子	20
2.1.7 Green 定理	21
2.1.8 Остроградский 定理	22
2.2 正交曲线坐标	22
2.2.1 正交曲线坐标系、正交性、Lame 系数	22
2.2.2 坐标轴单位向量的导数	26
2.2.3 梯度	27
2.2.4 散度	28
2.2.5 旋度	29
2.2.6 Laplace 微分运算	30
2.3 电动力学基础知识	31
2.3.1 基本概念与部分基本定律	31
2.3.2 磁场的散度和旋度	40

2.3.3	位移电流与极化电流	42
2.3.4	Maxwell 方程组	46
2.3.5	Lorentz 力及边界条件	47
第 3 章	板壳力学的基本方程	51
3.1	弹性体的变形方程	51
3.1.1	正交曲线坐标系的建立及 Lamé 系数的微分关系	51
3.1.2	弹性体的变形	52
3.1.3	应力与平衡方程	52
3.1.4	广义 Hooke 定律	53
3.1.5	变形势能与边界问题的形成	54
3.2	各向同性板壳理论的普遍方程	55
3.2.1	几何关系的建立	55
3.2.2	位移和应变	56
3.2.3	平衡方程	58
3.2.4	弹性关系	60
3.2.5	板壳中性面的变形势能	61
3.2.6	边界条件	62
3.3	板壳非线性问题的基本方程	63
3.3.1	弹性体的非线性应变	63
3.3.2	基本关系的简化	64
3.3.3	壳体的变形	65
3.3.4	平衡方程	71
3.3.5	弹性关系与弹性势能	76
3.3.6	变形连续条件	77
3.3.7	边界条件	78
3.3.8	非线性壳体理论中方程的简化	80
3.3.9	板理论中的基本方程	84
第 4 章	柔性载流壳体的磁弹性方程与运动方程	88
4.1	电动力学方程的 Euler 形式与 Lagrange 形式	88
4.1.1	运动介质中的电动力学方程	88
4.1.2	边界条件	93
4.2	薄壳薄板理论中的电动力学方程	94
4.2.1	薄壳理论中电动力学方程	94
4.2.2	柔性薄板薄壳的磁弹性方程	95
4.2.3	柔性板壳的二维电动力学方程	101

第 5 章 几何非线性的轴对称问题	105
5.1 方程组的建立及离散正交法	105
5.1.1 方程组的建立	105
5.1.2 变量分离与可解系统的线性化	108
5.1.3 离散正交化方法及其应用	111
5.2 轴对称问题的解	114
5.2.1 环形板应力应变状态的研究	114
5.2.2 圆形薄板的磁弹性分析	121
5.2.3 圆柱壳应力应变状态的研究	125
5.2.4 变厚度柔性圆锥台壳在磁场中的变形	127
5.2.5 载流球台薄壳的磁弹性应力与变形分析	132
5.2.6 载流圆锥薄壳的磁弹性应力与变形分析	138
第 6 章 载流薄板的磁弹性动力稳定性	146
6.1 薄板磁弹性稳定分析的理论基础	146
6.1.1 平衡状态的稳定性及分类	146
6.1.2 稳定性的判别准则	148
6.2 薄板的磁弹性动力稳定方程	150
6.2.1 薄板的磁弹性运动方程	150
6.2.2 薄板的磁弹性动力稳定性	151
6.3 载流薄板磁弹性动力失稳临界状态的判别	152
6.3.1 载流薄板磁弹性动力失稳临界状态的判别	152
6.3.2 判别依据的确定	156
6.4 四边简支矩形载流薄板的磁弹性稳定问题分析	157
6.4.1 特征方程	157
6.4.2 电磁场单独作用时的稳定性	158
6.4.3 电磁场与机械荷载共同作用时的稳定性	160
6.5 三边简支一边自由矩形载流薄板的磁弹性稳定分析	161
6.5.1 特征方程	161
6.5.2 电磁场单独作用时的稳定性	161
6.5.3 电磁场与机械荷载共同作用时的稳定性	163
6.6 对边简支对边固定矩形载流薄板的磁弹性稳定分析	164
6.6.1 特征方程	164
6.6.2 电磁场单独作用时的稳定性	165
6.6.3 电磁场与机械荷载共同作用时的稳定性	168
6.7 四边固定矩形载流薄板的磁弹性稳定问题分析	169

6.7.1	特征方程	169
6.7.2	电磁场单独作用时的稳定性	170
6.7.3	电磁场与机械荷载共同作用时的稳定性	172
6.8	几种不同边界条件的比较	173
第7章	板壳磁弹性振动分析	176
7.1	板壳磁弹性振动基本方程	176
7.1.1	磁场中矩形薄板振动方程式的建立	176
7.1.2	磁场中壳体的轴对称振动方程式的建立	179
7.2	薄板的磁弹性振动分析	180
7.2.1	矩形薄板在电磁场中的振动	180
7.2.2	圆形薄板在电磁场中的振动	181
7.2.3	条形薄板在电磁场中的非线性振动	184
7.3	圆柱壳在磁场中的轴对称振动	189
7.3.1	纵向磁场中圆柱壳的振动	189
7.3.2	横向磁场中圆柱壳的振动	190
7.3.3	方程的求解与特征方程的建立	191
7.3.4	算例分析	193
7.4	薄板的磁弹性混沌运动分析	194
7.4.1	横向磁场中矩形薄板在均布载荷作用下的耦合振动方程	194
7.4.2	算例分析	197
7.4.3	薄板混沌运动分析	199
第8章	二维磁弹性问题	212
8.1	二维磁弹性问题基本方程	212
8.2	差分离散正交法	213
8.2.1	差分格式的建立	213
8.2.2	线性化处理	214
8.2.3	离散正交化	214
8.3	无限长条板的磁弹性分析	217
8.3.1	两边固定载流条形薄板的磁弹性应力与变形分析	217
8.3.2	两边简支载流条形薄板的磁弹性应力与变形	223
8.3.3	一端固定一端自由条形薄板磁弹性应力与变形	226
8.3.4	利用电磁力效应控制板的变形	228
8.4	矩形板的磁弹性分析	231
8.4.1	矩形板的基本方程	231
8.4.2	矩形板的磁弹性分析	232

第 9 章 热磁弹性问题	234
9.1 载流板的温度场分布	234
9.1.1 电磁温度场的计算	235
9.1.2 热传导温度场的计算	236
9.2 热磁弹性基本方程	236
9.3 计算方法	237
9.4 算例	239
9.4.1 载流环形薄板的热磁弹性耦合分析	239
9.4.2 计算结果分析	240
参考文献	242

第 1 章 绪 论

电磁效应是指变形场、温度场同电磁场在弹性固体内部或者外部产生相互作用的一种效应。在线性状态范围内,这种效应无论是对电介质,还是对导电物体都具有各种各样的数学模型。近几年来所研究这种效应的耦合场理论,是一门新兴的学科。磁弹性就是专门研究电磁场同变形场的耦合,即研究在弹性固态物质中,电磁场和变形场相互作用的理论,这个理论是在线性弹性理论和线性电动力学理论的基础上发展起来的。如果所研究的弹性物体位于初始强大的磁场中,那么机械载荷、热载荷在引起变形场的同时,将要产生电磁场,这样,两个场将发生相互作用和相互影响,即出现耦合机制。电磁场对变形场的作用是通过运动方程中表现出来的 Lorentz 力引起的。变形场则会影响磁场的强度、磁弹性波和电磁波的传播速度与位相,具体表现在 Ohm 定律中多了电流密度增长项,该项取决于变形物体在磁场中位移的速度。

热磁弹性理论是专门用以研究电磁场、温度场同变形场的耦合效应的。热磁弹性理论的产生,对于处在高温、高压和强电场作用下的结构及结构元件的强度与可靠性的分析都具有非常重要的意义。众所周知,热弹性是将弹性和热传导结合起来研究温度场与变形场相互耦合作用的理论,这也正是考虑自然界各物理场相互作用的一个古典例证;而热磁弹性囊括经典的弹性理论、热传导理论及电磁场理论,并在这些理论的基础上,进一步解决位于磁场中,且考虑热作用下的导体弹性变形及运动的一些问题,即解决温度场、变形场和电磁场相互作用、相互影响的问题。

在 19 世纪,固体力学的发展主要局限于研究线性弹性理论和与其平行发展的计算技术,及简化板壳问题的方法;而在 20 世纪,产生了变形体力学的新分支,即塑性理论和黏弹性、黏塑性理论;近二三十年来,随着科学技术的进步与发展,伴随理论研究和实际应用研究的需要,耦合场理论的研究有了飞速发展,特别是磁弹性和热磁弹性相互作用的问题,在现代力学发展中占有更加重要的位置。耦合场理论的发展有着十分广泛的应用前景,正像著名学者 W. Nowacki^[1] 指出的那样:“耦合场理论的研究,其中电磁场与机械系统间的相互作用理论的发展,必将成为固体力学今后的主要发展方向之一。”它对于促进工业技术革命和实现科学技术现代化都将起到重要作用。

应该指出,对温度场、电磁场与导体、变形物体间的相互作用问题的研究才刚刚起步,与该理论相关的许多因素尚未考虑,其中大部分工作是在没有考虑磁和电极化特征的前提下进行的。当弹性物体材料(例如铁磁材料)具有磁极化特征时,场相互作用的机制将会显著地复杂化。近十几年来,曾采用简化理论——线性化理论

来处理较复杂的磁化问题。此外,在耦合场理论的研究中,由于考虑了温度场、变形场和电磁场的相互作用,建立了具有复杂的线性和非线性微分方程的混合系统模型。

以下磁、热、电、力相互作用的理论,在某种程度上可以代表对其现象的一些不同观点,而这些观点将成为目前解决问题的有效手段^[2]。

1) 认为变形弹性物体位于强的静电磁场中,其变形与电磁场相互作用所产生的 Lorentz 力对于在磁场中运动的物质是满足广义 Ohm 定律的,且可得到与弹性介质相关的电动力学方程。弹性介质由此产生的电磁场所引起的机械作用比原来磁场引起的机械作用小,这一理论曾广泛应用在定常磁场中的薄板和薄壳的弹性计算中。

2) 在研究位于变化的电磁场中导电体的热弹性物体时,大多数采用简化系统。该系统忽略了机械电效应和热电效应。利用电动力学不相关的方程可确定感应电流和由它们引起的、且按照电磁波波动周期进行热传导的规律,因此,在所给定的模型中没有考虑电磁场与变形及温度之间的联系,而由热源的传播和分布来确定温度场和导电体的应力应变状态。该系统还可以用来确定电磁场作用下变形导体的热弹性状态,成为研究金属结构零件感应热加工工艺规范的理论基础。

3) 在研究磁感应材料的磁弹性相互作用时,必须考虑外电磁场所引起的磁感应效应。静电磁场中具有小磁滞损失的软磁材料的磁感应理论,其电磁场方程中除了 Lorentz 力外,还包含有其他成分的电磁感应质动力项,这样将导致线性状态方程和软磁材料原始状态的方程变得过于复杂。对这类问题的研究具有实际应用前景。

4) 磁弹性、热磁弹性理论和其他理论,例如相对理论、大变形理论、磁各向异性理论、导流理论以及在顺磁材料中或在软磁材料中的磁感应理论等等,共同建立起更加复杂的、能反映出相互作用的数学模型与物理模型。

一些学者致力于磁弹性、热磁弹性理论的实际应用研究,同时在实验领域内开始对磁弹性、热磁弹性力学效应,以及对耦合场作用下的振型及其稳定性进行测试,提出了一些实际应用的建议和设想^[3,4]。

总的来说,这方面的研究才刚刚起步,成果不甚显著。不过,学者们已经认识到该理论研究的应用前景十分广阔。

1.1 磁弹性理论研究的意义

随着现代科学与技术的发展,利用铁磁、压电、导体等材料作为主要构件制成的高新技术装置越来越多,从而使得磁弹性应力、应变问题,磁弹性振动问题,结构稳定性问题,以及电磁热效应问题日益显现。例如,热核反应堆的保护壳是用薄板薄壳制成的构件,有静电屏蔽的功能,这对在强电磁场环境下工作的人员能起到防

护作用。当绕线激起外电场时,外电场会使保护壳内产生很大的应力和变形,甚至导致结构丧失工作能力。若改变磁场强度或侧向电流的大小或方向,就会改变壳体的应力应变状态,从而可找到最佳设计方案^[4]。

另外,在航空、航天、医疗器械、超声、超大规模集成电路、磁加工、磁悬浮等技术领域,都存在着磁弹性、热磁弹性问题。例如,导电的薄板薄壳在气流中且存在电磁场条件下的理论研究表明:通过理论分析和计算,可以解决板与壳在低黏度气体或超音速气流中,纵向或横向磁场作用下的稳定问题。正确确定流动的极限速度以及磁场强度对极限速度值的影响,可用来改进飞行器的结构设计。应用热磁弹性效应的理论计算原理,可以对飞机除冰、防雷系统进行设计计算,给飞机建立一套高效率的除冰、防雷系统。目前,磁悬浮技术已经广泛地应用在交通运输、机械、冶金等领域,利用磁悬浮原理可以建立非接触的支承系统,如磁座、磁热系统等,这种系统的建立,完全可以改变机械结构和机械连接的形式。

电磁场作用下的杆件弹性变形是在计算供电线路结构和输送线路元件时不可忽视的问题。所以,在电机结构、电感器、继电器、变压器等电器元件的结构设计中,若考虑磁弹性效应,目前的设计规范就要发生变化。在这方面,我国学者已经进行了初步尝试^[5]。

微机械是当前高新技术中备受关注的另一重要课题^[6]。在医疗器械方面已生产出进入人体内部进行手术的微机械,可望在机构控制、远距离信息传送方面得到广泛应用。研究微电磁力与微机械力之间的相互作用对微机械工作状态的影响,乃是摆在力学工作者面前的一项重要任务。

在磁蓄电发电机、电磁泵及其测量装置中,也会遇到电磁场与板、壳体类型结构元件相互作用的问题;对于超导结构或超导磁体,由于超导材料处在低温环境和强电流、强磁场中,所以会遇到热磁弹性、电磁弹性和超导、失超等问题;又如被称为智能材料的压电材料或压磁材料是在机械、热、磁、电多场作用下工作,这种多场耦合作用下结构的力学行为引起了很多科学家的关注,尤其是压电陶瓷的断裂已成为近几年的热点研究问题。

1.2 磁弹性理论发展与研究现状

首先把磁弹性理论应用到导体中波传播问题的学者是 L. Knopoff^[7](1955)和 Chadwick^[8](1972),随后一些学者在此基础上分析了平面波在具有有限导电性的无限弹性空间中的传播,得到了弹性、非弹性各向异性物体在强磁场中运动的基本方程,研究了导电弹性体与温度场相关的运动。1970年以前,学者们所完成的研究工作并不详尽,近30多年来,研究的成果才进入一个崭新的阶段。

这些研究成果包括:在非线性的电磁耦合理论框架上形成了一些基本的理论及计算模型,如 Pao 和 Yeh^[9](1973)、Eringen A. C^[10,11](1989、1998)、Van de

Van^[12] (1986)、Л. В. Мольченко^[13] (1988)、В. Новацкий^[14] (1991)、С. А. Амбарцумян^[15] (1977)、Moon F. C. ^[16] (1984)的研究成果,近年来国内学者周又和、郑晓静^[6] (1999)在电磁固体力学理论模型与非线性耦合等方面的研究成果等。

在理论研究方面,多数学者致力于方程式的建立和解题方法的研究,并广泛利用计算手段进行数值解^[17],同时,其研究领域已经扩展到了电热黏弹性的磁弹性问题中^[18,19]。文献[20,21]给出了非线性磁弹性问题数值解的方法,并讨论了磁场强度、侧向电流方向和密度对应力应变状态的影响。

1.2.1 板壳磁弹性应力、应变问题研究简介

P. Pratar^[22]给出了磁弹性体的线性本构方程组,但利用离散法只得到了分析平面磁弹性波传播问题的解。Ж. О. Ахнтян 和 А. Г. Багдоев^[23]给出了在磁弹性介质中施加集中脉冲载荷后的平面问题的基本解。文献[13,15]中给出了薄板薄壳的磁弹性基本方程和处于定常磁场中导电板壳的稳定性和振动等一些问题的基本方程。文献[13]及其作者的其他论文,给出了平面磁弹性轴对称问题的数值解^[24~26]。

但是,目前非线性理论研究还不够完备,除梁、板、壳在电磁场中的振动和稳定性问题外,其应力应变状态的分析非常少见,而且仅仅停留在解一维(或轴对称)问题的数值解上^[27]。对于二维或空间磁弹、塑性问题,只处于建立方程式的理论研究阶段,尚未见到载流板壳在电磁场中的应力应变二维及三维问题解的研究,也很少见到实际应用方面的研究成果。国内外一些学者尽管在理论上部分解决了对可变形物体的电磁-力耦合问题的描述,然而由于其数学模型具有高度的非线性性质,即便有简单力学解的结构,其对于电磁场的确定也是相当复杂的。因而,严格应用连续介质力学的理论求得二维乃至三维问题的解析解,仍具有难以克服的困难。因为工程与生产实际要求给出各个参变量的具体数值,例如,改进 Tokamak 装置中 TF 构件和核反应堆防护壳的设计方案时,就需要计算变化的电磁场引起上述构件的应力应变状态变化的具体数值,这就使此类问题数值解的研究显得非常必要,其中一些理论研究成果是由亚美尼亚和乌克兰的力学家们及我国学者完成的。

文献[28]通过静力、几何、物理三方面,给出了各向同性介质在小变形条件下的一组磁弹性静力学基本关系方程。文献[29]研究讨论了外磁场强度和侧向电流对变厚度载流旋转壳的磁弹性效应,利用数值解法分析了轴对称状态下的变厚度旋转壳体在电磁场和机械场耦合作用下的应力状态和非线性挠曲。文献[30]建立了非定常电磁场和机械场作用下变厚度载流弹性圆板在非线形变形状态下的磁弹性关系方程和运动方程,给出了弹性圆板在轴对称条件下的数值解。文献[31]研究了载流弹性梁在外加磁场中的磁弹性变形问题,且用两种方法分析计算了载流梁磁弹性变形的挠度,给出了考虑耦合效应时磁弹性梁挠度的表达式。通过对计算结果的分析比较发现:忽略耦合效应的分析方法得到的结果有时大于耦合模型的结

果,有时小于耦合模型的结果;对复杂结构的磁弹性变形问题,如果要得到问题的准确解,则必须采用耦合型的分析模型。文献[32]根据电动力学及非线性弹性的耦合性理论,导出了薄板薄壳非线性磁弹性问题的运动方程,给出了运动方程中电磁力的表达式,建立了薄板薄壳非线性磁弹性问题的基本方程,首次引入了 Lorentz 力矩的概念,并推导出 Lorentz 力矩的具体表达式。

文献[33]讨论了在非定常电磁场和机械场的作用下,Lorentz 力对非线性载流薄板薄壳应力应变状态的影响。文献[34]得出了载流圆形薄板在机械场和电磁场作用下的位移及应力与通电电流强度之间的关系,解决了圆板中心处的奇异性问题,给出了轴对称条件下的数值解。文献[35]在建立旋转壳体非线性磁弹性运动方程的基础上,研究了电磁场和机械载荷联合作用下载流圆锥薄壳的磁弹性效应,得到了载流圆锥薄壳位移及应力与通电电流强度之间的关系,解决了圆锥薄壳顶点处的奇异性问题。其计算结果表明:改变电磁场参数,可以改变圆锥薄壳的应力应变状态,从而达到控制圆锥薄壳的受力与变形的目的。

自从 Heinz Parkus^[36](1971)系统地研究了热磁弹性基本方程后,热磁弹性的研究出现了新局面。文献[37]通过 Laplace 变换方法解决了一维热磁弹性问题,给出了半平面导体在均匀磁场中突然加热到一定温度情况下的应力分布。文献[38]借助于 Laplace 及指数 Fourier 变换方法解决了二维热磁弹性问题,给出了半空间导体中的温度、应力以及感应磁场的分布。文献[39~41]借助于状态空间和 Laplace 变换,解决导电介质在两次热松弛情况下的二维热磁弹性问题,分别给出了变导电、导热系数的导电介质与理想导体中的温度、应力以及位移的分布状态。

1.2.2 板壳磁弹性振动问题研究简介

工程实际中的磁弹性问题多与振动有关,因此,磁弹性振动问题愈来愈引起人们的关注。利用电磁场的作用,可以改变结构的振动幅频特性和相频特性,并且能够对其实施控制,以便达到工程实际的需要。

一些学者在致力于磁弹性理论和实际应用研究的同时,对磁弹性耦合振动方面的研究给予了关注。文献[42]从电、热、磁、弹性理论的基本方程出发,推导了良导体板在磁场作用下的耦合振动方程。文献[43]阐述了导出 Maxwell 应力张量和电磁动量形式耦合动力学方程的意义,并对电磁固体耦合动力学的典型问题进行了分析。文献[44]基于被推广的经典热动力学理论推导且归纳了电磁热弹性的守恒方程、本构方程和热平衡方程,系统地讨论了电磁热弹性的变分原理。文献[45]对横向电磁场中导电板的振动问题,给出了条形板振动的计算结果。文献[46,47,48,49,50]分别对纵向磁场中无限条形板的线性振动问题进行了分析讨论。文献[51]借助于 Kirchhoff 假设,得到了磁场中理想传导薄板的二维磁弹性方程,并考虑了切向位移的影响。

Hasanyan D. J.^[52,53]给出了理想导体板在倾斜磁场中非线性振动的数学模

型,并研究了有限导电性板条在磁场中的非线性振动问题。Gaganidze E.^[54]研究了铁磁材料在磁场中的动态响应。文献[55,56]研究了倾斜磁场中传导板的振动问题及圆柱壳体的非线性振动问题。文献[57]给出了横向磁场中矩形金属薄板的磁弹性振动方程,并对其振动特性进行了分析。

1.2.3 板壳磁弹性稳定性问题研究简介

Moon W. C, Earshaw's 的研究结果表明^[58]:任何电磁弹性系统,当没有机械约束时,系统至少存在一个不稳定的运动模态,而存在约束时,当电流或磁场达到某一临界值后,系统必然发生屈曲。因此,结构的磁弹性稳定性分析是一个重要的理论和应用问题。该问题的研究可以分为两大类:一类是静磁场中铁磁结构的稳定性分析,另一类是磁场中载电流结构的稳定性分析。

1. 铁磁结构的稳定性

当一个未被磁化的软铁磁材料的弹性结构处于一静磁场中,磁场对磁性材料形成一个较为显著的力场。在结构内部的弹性约束力仅能平衡这种磁力时,结构所处的平衡构形成为不稳定状态,这种现象称之为铁磁性结构的磁弹性屈曲。

有关铁磁介质磁弹性相互作用下的力学性能的理论及实验研究早在20世纪60年代就开始了^[59,60]。到目前为止,其基础性的典型实验有两类:一是处在均匀横向磁场中的铁磁悬臂板的磁弹性屈曲失稳^[60],即在外加磁场增大到一临界值时,微小的磁场增加将导致很大的横向弯曲变形;另一类则是处在均匀纵向磁场中的悬臂板固有频率随外加磁场强度的增大而上升^[61]。

除此之外,文献[62]对横向磁场中自由振动的导电铁磁梁式板,给出了考虑其磁化和涡电流与力学效应耦合影响的定解问题的基本方程。文献[63]在磁体力分布的磁弹性理论模型和磁场准静态假定模式基础上,对处在周期时变磁场中的不可移动简支铁磁梁式板非线性磁弹性动力特性进行了定性与定量分析。文献[64]用能量原理分析了铁磁板在静态磁场中的屈曲问题。周又和与郑晓静^[65, 66]等研究了铁磁材料的梁式板在磁场中的屈曲及后屈曲问题。

2. 载电流结构的稳定性

在这类问题中,当电流不是很强时,通常忽略电流产生的磁场引起的电磁力,只讨论电流与外界磁场相互作用对结构稳定性的影响。

在文献[67]中,Woodson H. H 和 Melcher J. R 用经典的弹性弦模型分析了载电流直导线在平行于导线的均布磁场中的线性稳定性问题,且指出其屈曲模态是一个空间螺旋曲线。此后,Wolfe P 等^[68]利用弦模型研究了该问题的静态和动态非线性稳定性,给出了过屈曲状态的精确表达式,并讨论了其过屈曲状态的动态稳定性问题。

一些学者曾以 Tokamak 核聚变装置中的角向场线圈、环向场线圈为背景,对磁场中载电流圆环的稳定性问题进行了广泛的理论分析和实验研究。其中, Moon F. C 和 Chattopadhyay S^[69]分析了圆环在横向磁场中的线性振动和稳定性问题; Moon F. C^[70]分别以受若干刚性约束的弹性环和受若干弹性约束的刚性圆环为模型,研究了在环向磁场中的圆环的稳定性问题,并且利用变分方法,分析了后一模型的过屈曲状态和缺陷敏感性;谢慧才^[5]等则分析了环向和横向磁场共同作用下圆环的线性稳定性问题。文献[71]基于曲梁理论和 Biot-Savart 定律描述超导载流线圈全部形变的理论模型,采用边值问题的齐次微分方程封闭形式解析通解和非齐次微分方程数值特解相叠加的半解析半数值方法,对非圆 D 型 Tokamak 载流线圈弯曲及失稳的磁弹性相互作用进行了研究,并且就线圈初始扰动位移对失稳临界电流的影响也进行了定量分析。文献[72]分析了托卡马克装置中超导载流线圈磁体的电磁弹性动力学的稳定性,且运用超导线圈的磁通俘获理论导出了超导磁体中感应电流的表达式。

当结构中通入有较强的电流,尤其是在研究弹性体间的相互作用时,电流本身引起的自场力对结构的力学行为有着显著影响。因此,必须考虑磁-力耦合效应。

20 世纪 60 年代初,利用磁力耦合的线性模型, Lenotovich M A 和 Shafranov V D^[73]研究了载电流直杆在自场和纵向磁场共同作用下的弹性稳定性问题。Van Lieshout P H^[74]建立了载电流结构和铁磁结构磁弹性屈曲的变分原理,给出了临界值的显式表达式。基于此变分原理,文献[75]分别利用保角映射和勒让德变换,研究了具有表面电流的直杆系统和圆环系统的自场稳定性问题。对于具有均布体电流的结构, Chattopadhyay S 和 Moon F C^[76]研究了均布体电流直线的自场振动和稳定性问题,指出无论假定是面电流还是体电流,其电流的临界值几乎相同。Ven de Van A A F 和 Couwenberg M J H^[77]则利用能量法研究了载电流直杆和圆环的自场振动和稳定性问题。

到目前为止,对载电流结构的磁弹性稳定性分析大多集中在对载流线圈、杆等构件的计算,很少见到关于载电流薄板薄壳的稳定性分析和研究。

1.2.4 磁弹性理论在断裂力学中的应用

对于含裂纹体的磁弹性问题的解,必然导致研究电磁场作用下的材料破坏问题。目前,线性断裂力学研究的是机械载荷和温度载荷共同作用下,弹性体内裂纹的萌生和发展。但是,在电磁场的作用下,磁场对弹性体的作用导致了体积力和体积力矩的产生,而这些因素在分析裂纹尖端处的应力状态时是必须考虑的。

В. М. Финкель, Ю. И. Галовинтк 和 А. А. Слетков^[78,79]用实验方法研究了薄板内有电流脉冲时裂纹扩展的动力过程。他们观察了裂纹尖端的集中效应。已经发现,在磁场作用下,将脉冲电流通入带有裂纹的结构中,利用电磁和热磁效应,可使裂纹尖端的曲率半径增大,因此可利用这种磁场和脉冲电流技术抑制结构内部或结