



强联中考系列

强联

# 云南中考 专题强化总复习

## 数 学

强联系列编委会 编

学生的  
好老师  
老师的好  
帮手

四川出版集团  
四川人民出版社

云南中考 专题强化总复习

# 数 学

## 丛书编委会

主 任：丁继华  
副 主 任：薛 梅 付珊珊 曹忠武 顾若林  
编 委：陈俊康 马友文 李师靖 李 昕  
赵麟钟 崔 云 刘国杰 皮绍文  
刘 琦 毛孝全 胡培聪  
本 册 主 编：刘国杰  
本 册 编 者：刘国杰 闵 荣 刘 波

四川出版集团  
四川人民出版社

图书在版编目(CIP)数据

云南中考专题强化总复习·数学/杨其盛主编. —2版.  
—成都:四川人民出版社,2006.10  
ISBN 7-220-07179-5

I. 云... II. 杨... III. 数学课—初中—升学参考资料  
IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 073342 号

YUNNAN ZHONGKAO ZHUANTI QIANGHUA ZONGFUXI

云南中考专题强化总复习·数学

杨其盛 主编

责任编辑

封面设计

技术设计

责任印制

出版发行

网 址

发行部业务电话

防盗版举报电话

印 刷

成品尺寸

印 张

版 次

印 次

书 号

定 价

韩 波 蒋跃梅

彭小柯

杨 潮

李 剑 孔凌凌

四川出版集团(成都槐树街2号)

四川人民出版社

<http://www.scpph.com>

<http://www.scrmcbs.com>

E-mail: [scrmcbsf@mail.sc.cninfo.net](mailto:scrmcbsf@mail.sc.cninfo.net)

(028)86259459 86259455

(028)86259524

成都金龙印务有限责任公司

185mm×260mm

7.75

2006年10月第2版

2006年10月第1次

ISBN 7-220-07179-5/G·1496

11.60元

■版权所有·违者必究

本书若出现印装质量问题,请与我社发行部联系调换

电话:(028)86259456

## 再版说明

《云南中考专题强化总复习》是一套切合云南中考实际，能代表云南中考水平、融汇素质教育、体现名校名师教育教学思想，高质量规范化的中考复习资料。该书紧扣课改，紧跟中考，为学生提供了体现知识内容、能力训练和应试技巧的试题，能够使比较系统地掌握初中阶段的基础知识，提高复习质量，取得较好的复习效果和中考成绩。

该书由专题强化讲解、专题强化训练、综合冲刺模拟卷三大部分构成。体例科学、实用。该书的编著者注重梳理、夯实基础知识，着力于中考热点、考点的探究和预测，是决胜中考的必备资料。

# 目 录

一、数与代数 .....	( 1 )
(一) 数与式 .....	( 1 )
(二) 方程与不等式 .....	( 8 )
(三) 函数 .....	( 16 )
二、空间与图形 .....	( 26 )
(一) 图形的认识与证明 .....	( 26 )
(二) 图形的变换、相似与视图 .....	( 38 )
三、统计与概率 .....	( 52 )

## 中考数学专题强化训练

一、能力型基础题 .....	( 61 )
二、归纳猜想型问题 .....	( 65 )
三、阅读理解型问题 .....	( 69 )
四、开放性问题 .....	( 73 )
五、动态图形问题 .....	( 77 )
六、应用性问题 .....	( 81 )
七、游戏情境型问题 .....	( 85 )
八、跨学科型问题 .....	( 89 )
九、概率统计型问题 .....	( 93 )
十、函数型应用题 .....	( 97 )
十一、表格信息题 .....	( 101 )
十二、探索性问题 .....	( 105 )
十三、几何型综合题 .....	( 109 )
十四、综合训练自测卷 .....	( 113 )

# 一、数与代数

## (一) 数与式

### 考 点 要 求

#### 【有理数】

(1) 理解有理数的意义，能用数轴上的点表示有理数，会比较有理数的大小；(2) 借助数轴理解相反数和绝对值的意义，会求有理数的相反数和绝对值；(3) 理解乘方的意义，掌握有理数的加、减、乘、除、乘方及简单的混合运算；(4) 理解有理数的运算律，并能运用运算律简化运算；(5) 能运用有理数的运算解决简单的问题；(6) 能对含有较大数字的信息作出合理的解释和推断。

#### 【实数】

(1) 了解平方根、算术平方根、立方根的概念，会用根号表示数的平方根、立方根；(2) 了解开方与乘方互为逆运算，会用平方运算求某些非负数的平方根，会用立方运算求某些数的立方根，会用计算器求平方根和立方根；(3) 了解无理数和实数的概念，知道实数与数轴上的点一一对应；(4) 能用有理数估计一个无理数的大致范围；(5) 了解近似数与有效数字的概念，能用计算器进行近似计算，并按要求对结果取近似值；(6) 了解二次根式的概念及其加、减、乘、除的运算法则，会用法则进行

有关实数的简单四则运算。

#### 【代数式】

(1) 在现实情境中进一步理解用字母表示数的意义；(2) 能分析简单的数量关系，并用代数式表示；(3) 能解释一些简单代数式的实际背景或几何意义；(4) 会求代数式的值；能根据特定的问题查阅资料，找到所需要的公式，并会代入具体的值进行计算。

#### 【整式与分式】

(1) 了解整数指数幂的意义和基本性质，会用科学计数法表示数（包括在计算器上表示）；(2) 了解整式的概念，会进行简单的整式加法、减法、乘法运算；(3) 会推导乘法公式： $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ ， $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ ，了解公式的几何背景，并能进行简单计算；(4) 会用提公因式法、公式法进行因式分解（指数是正整数）；(5) 了解分式的概念，会利用分式的基本性质进行约分和通分，会进行分式的加、减、乘、除运算。

### 典 型 题 析

【例1】第五次全国人口普查结果显于，我国的总人口已达1300000000人，用科学计数法表示这个数，正确的是（ ）

- A.  $1.3 \times 10^8$                       B.  $1.3 \times 10^9$   
C.  $0.13 \times 10^{10}$                     D.  $0.13 \times 10^9$

讲解：科学计数法是指把一个数写为  $a$

$\times 10^n$  的形式,但一定要注意  $1 \leq a < 10$  且  $n$  为整数.虽然  $B$ 、 $C$  两个选项都等于 1300000000,但只有  $B$  符合  $1 \leq a < 10$  这个条件,因此正确答案为  $B$ .

[例2] 设  $a < \sqrt{10} < b$ ,若  $a$ 、 $b$  是两个连续整数,则  $a+b =$  \_\_\_\_\_.

讲解:由  $\sqrt{9} < \sqrt{10} < \sqrt{16}$  知  $3 < \sqrt{10} < 4$ ,故  $a=3$ ,  $b=4$ ,  $a+b=7$ .

点评:估算是一种重要的技能,本题体现了“能用有理数估计一个无理数的大致范围”的中考要求.

[例3] 已知  $(1-m)^2 + |n+2| = 0$ ,则  $m+n$  的值是 ( )

- A. -1                      B. -3  
C. 3                          D. 0

讲解:因为  $(1-m)^2 + |n+2| = 0$  而  $(1-m)^2$  和  $|n+2|$  都不可能是负值,故必有  $\begin{cases} 1-m=0 \\ n+2=0 \end{cases}$ ,  $\therefore m+n=1-2=-1$ ,选 A.

点评:大于或等于零的数称为“非负数”,如果若干个非负数之和为零,则必定每一个非负数都是零.

[例4] 已知  $|x|=4$ ,  $|y|=\frac{1}{2}$ ,且  $xy < 0$ ,则  $\frac{x}{y} =$  \_\_\_\_\_.

讲解:易知  $x = \pm 2$ ,  $y = \pm \frac{1}{2}$ . 又由  $xy < 0$ , 所以  $x$  与  $y$  异号,因此  $\begin{cases} x=2 \\ y=-\frac{1}{2} \end{cases}$  或  $\begin{cases} x=-2 \\ y=\frac{1}{2} \end{cases}$ , 无论哪种情况,均得  $\frac{x}{y} = -4$ .

[例5] 把多项式  $ac - bc + a^2 - b^2$  分解因式的结果是 ( )

- A.  $(a-b)(a+b+c)$   
B.  $(a-b)(a+b-c)$   
C.  $(a+b)(a-b-c)$   
D.  $(a+b)(a-b+c)$

讲解:原式  $= c(a-b) + (a+b)(a-b) = (a-b)(c+a+b)$ , 选 A.

[例6] 先化简,再求值:  $(\frac{1}{x-y} - \frac{1}{x+y})$

$\div \frac{2y}{x^2 - 2xy + y^2}$ , 其中  $x=1+\sqrt{2}$ ,  $y=1-\sqrt{2}$ .

讲解:原式  $= \frac{(x+y) - (x-y)}{(x-y)(x+y)} \div \frac{2y}{(x-y)^2} = \frac{2y}{(x-y)(x+y)} \cdot \frac{(x-y)^2}{2y} = \frac{x-y}{x+y}$ .

当  $x=1+\sqrt{2}$ ,  $y=1-\sqrt{2}$  时,原式  $= \frac{(1+\sqrt{2}) - (1-\sqrt{2})}{(1+\sqrt{2}) + (1-\sqrt{2})} = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$ .

[例7] 某商场4月份的营业额为  $a$  万元,5月份的营业额比4月份多10万元.如果该商场第二季度的营业额为  $4a$  万元,那么6月份的营业额为 \_\_\_\_\_ 万元,这个代数式的实际意义是 \_\_\_\_\_.

讲解:第二季度的营业额是4、5、6三个月的营业额之和,所以6月份的营业额为  $4a - a - (a+10) = 2a - 10$  (万元),这个代数式的实际意义是:6月份的营业额比4月份的营业额的2倍少10万元(或6月份的营业额比第二季度营业额的一半少10万元).

点评:本题先要根据题意写出代数式,然后再解释这个代数式的实际意义,体现了中考对代数式的考试要求.

[例8] 已知  $x^2 + x - 1 = 0$ ,求代数式  $x^3$

$+2x^2 - 7$  的值.

讲解: 由  $x^2 + x - 1 = 0$  得  $x^2 + x = 1$ ,  $\therefore$   
 $x^3 + 2x^2 - 7 = x^3 + x^2 + x^2 - 7 = x(x^2 + x) + x^2$   
 $- 7 = x + x^2 - 7 = 1 - 7 = -6$ .

点评: 上述解法表现出了对代数式较高的变形技巧, 其亮点是对条件  $x^2 + x - 1 = 0$  的灵活运用. 如果通过解  $x^2 + x - 1 = 0$  这个方程求出  $x$ , 然后再代入  $x^3 + 2x^2 - 7$  求值, 运算量就太大了.

[例 9] 规定一种新的运算“ $\otimes$ ”:  $a \otimes b = a^b$ , 例如  $2 \otimes 3 = 2^3 = 8$ . 则  $\frac{1}{2} \otimes 4 =$  \_\_\_\_\_.

讲解: 按运算“ $\otimes$ ”的规定,  $\frac{1}{2} \otimes 4 =$   
 $(\frac{1}{2})^4 = \frac{1}{16}$ .

点评: 本题具有一定的新颖性, 解题关键是理解新运算的意义, 对考生的即时学习能力有较高的要求.

[例 10] 已知  $2a + 1$  的平方根是  $\pm 3$ ,  $3a + b + 2$  的算术平方根是 4, 则  $a + 2b$  的立方根是 \_\_\_\_\_.

讲解: 已知条件即为  $\pm \sqrt{2a + 1} = \pm 3$  与  $\sqrt{3a + b + 2} = 4$ , 从而  $\begin{cases} 2a + 1 = 9 \\ 3a + b + 2 = 16 \end{cases}$ , 解这个方程组得  $a = 4$ ,  $b = 2$ , 进而  $a + 2b = 8$ , 因此  $a + 2b$  的立方根是 2.

点评: 把题目中的已知条件“翻译”好, 对于解题思路的探寻具有重要意义.

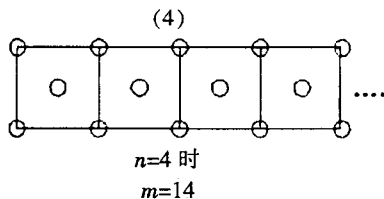
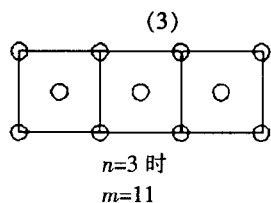
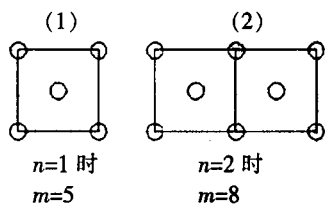
[例 11] 已知  $abc = 1$ , 求证:  $\frac{a}{1 + a + ab} + \frac{b}{1 + b + bc} + \frac{c}{1 + c + ca} = 1$ .

讲解: 左边  $= \frac{a}{1 + a + ab} + \frac{ab}{a + ab + abc} +$

$$\begin{aligned} & \frac{c}{abc + c + ca} \\ &= \frac{a}{1 + a + ab} + \frac{ab}{a + ab + 1} + \frac{1}{ab + 1 + a} = \\ & \frac{a + ab + 1}{1 + a + ab} = 1. \end{aligned}$$

点评: 上述解法的出彩之处, 在于对题设条件  $abc = 1$  的灵活运用. 利用这个条件, 把各个分式的分母统一起来, 避免了按常规方法通分出现的繁琐运算, 大大地减少了计算量.

[例 12] 观察图(1)至(4)中小圆圈的摆放规律, 并按这样的规律继续摆放. 记第  $n$  个图中小圆圈的个数为  $m$ , 则用  $n$  的代数式来表示  $m$ , 可得  $m =$  \_\_\_\_\_.



讲解: 首先, 第 1 个图中共有 5 个小圆圈. 而且仔细观察可以看出, 后一个图中小圆圈的个数总比前一个图中小圆圈的个数多 3 个, 因此第  $n$  个图中小圆圈的个数比第 1 个图中小圆圈的个数多  $3(n - 1)$  个, 故  $m =$



$5+3(n-1)$ , 即  $m=3n+2$ .

点评: 本题具有一定的探索性, 对考生发现规律、并用代数式表述所发现规律的能力有较高的要求, 是近年中考的热点题型.

**命 题 展 望**

数与式作为初中数学的基础知识, 将在新一轮的中考数学试卷中继续受到考查, 考查的重点仍是代数式的运算与变形, 仍会以选择题、填空题、解答题的形式出现. 在未来的中考试卷中, 涉及本单元的考题除了将继续保持基础性外, 还可能出现一些立意新颖、推陈出新、具有开放性和探索性的试题.

**中 考 练 习**

一、选择题

- 我国的陆地面积约为  $9596960\text{km}^2$ , 若保留两个有效数字并用科学记数法表示,  $9596960\text{km}^2$  应写为( )
  - $9.6 \times 10^6\text{km}^2$
  - $0.96 \times 10^7\text{km}^2$
  - $9.5 \times 10^6\text{km}^2$
  - $0.95 \times 10^7\text{km}^2$
- 绝对值小于圆周率  $\pi$  的整数共有( )
  - 1 个
  - 4 个
  - 6 个
  - 7 个
- 下列四数中, 大于  $-3$  的是( )
  - $-6$
  - $-5$
  - $-4$
  - $-2$
- 有下列命题: ①有理数和数轴上的点一一对应; ②不带根号的数一定是有理数; ③负数没有立方根; ④  $-\sqrt{5}$  是 5 的平方根. 其中正确命题共有( )
  - 0 个
  - 1 个

- 2 个
- 3 个

- “ $x$  的  $\frac{1}{2}$  与  $y$  的和” 可用代数式表示为( )
  - $\frac{1}{2}x+y$
  - $x+\frac{1}{2}+y$
  - $x+\frac{1}{2}y$
  - $\frac{1}{2}(x+y)$
- 减去  $-3x$  等于  $5x^2-3x-5$  的代数式是( )
  - $5x^2-5$
  - $5x^2+5$
  - $5x^2-6x-5$
  - $-5x^2-6x+5$
- $m^2(x-2)+m(2-x)$  分解因式正确的是( )
  - $(x-2)(m^2-m)$
  - $m(x-2)(m+1)$
  - $m(2-x)(m+1)$
  - $m(x-2)(m-1)$
- 下列各式中, 正确的是( )
  - $\frac{a}{b} = \frac{a^2}{b^2}$
  - $\frac{-a+b}{a-b} = -1$
  - $\frac{a-b}{a-b} = 0$
  - $\frac{0.1a-0.3b}{0.2a+b} = \frac{a-3b}{2+b}$
- 若  $x^2+mx-15$  分解因式得  $(x+3)(x+n)$ , 则  $m$  的值是( )
  - $-5$
  - $5$
  - $-2$
  - $2$
- 若分式  $\frac{-3ab}{a^2+b^2}$  中  $a$  和  $b$  都扩大到原来的 4 倍, 则分式的值( )
  - 不变
  - 扩大到原来的 4 倍
  - 扩大到原来的 5 倍

- D. 缩小到原来的4倍
11. 若分式  $\frac{18-2x^2}{x^2-4x+3}$  的值为0, 则  $x$  的值为 ( )  
 A. 3                      B. 3 或 -3  
 C. -3                     D. 0
12. 若  $\frac{a}{b} = \frac{3}{5}$ , 则  $\frac{a+b}{b}$  的值为 ( )  
 A.  $\frac{8}{5}$                      B.  $\frac{3}{5}$   
 C.  $\frac{3}{2}$                      D.  $\frac{5}{8}$
13. 某专卖店在统计2006年第一季度的销售额时发现, 二月份比一月份增加10%, 三月份比二月份减少10%, 那么三月份比一月份 ( )  
 A. 增加                    B. 减少  
 C. 不增不减              D. 减少1%
14. 下列各式中, 不正确的是 ( )  
 A.  $3\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = 5\sqrt{2}$   
 B.  $(\frac{1}{2})^{-2} = 4$   
 C.  $(-a)^3 \cdot (-a)^2 = a^5$   
 D.  $(\pi - 3.14)^0 = 1$
15. 计算  $\frac{-4}{x^2-4} - \frac{1}{2-x}$  的结果是 ( )  
 A.  $-\frac{1}{x+2}$                 B.  $\frac{1}{x-2}$   
 C.  $\frac{1}{x+2}$                 D.  $\frac{-x-6}{x^2-4}$
16. 已知  $a = \sqrt{2} + 1$ ,  $b = \frac{1}{\sqrt{2}-1}$ , 则  $a$  与  $b$  的关系是 ( )  
 A.  $a = b$                 B.  $ab = 1$   
 C.  $a = -b$               D.  $ab = -1$
17. 若  $A$ 、 $B$  分别是数轴上表示1和 $\sqrt{3}$ 的点, 则点  $B$  关于点  $A$  的对称点表示的实

- 数是 ( )  
 A.  $\sqrt{3}-1$                 B.  $1-\sqrt{3}$   
 C.  $2-\sqrt{3}$                 D.  $\sqrt{3}-2$
18. 对于实数  $a$ 、 $b$  定义一种运算“ $*$ ”:  $a * b = ab + a - b$ , 则  $a * b + (b - a) * b =$  ( )  
 A.  $a^2 - b$                 B.  $b^2 - b$   
 C.  $b^2$                      D.  $b^2 - a$
19. 有一个关于实数运算的程序: 输入一个数后, 输出的数总比该数的平方小1. 当输入  $2\sqrt{3}$  后, 若把输出的结果再输入, 则这时输出的结果是 ( )  
 A. 99                      B. 120  
 C. 143                     D. 168
20. 当  $x = 1$  时, 若代数式  $ax^2 + bx + 1$  的值为3, 则  $(a + b - 1)(1 - a - b)$  的值是 ( )  
 A. 1                        B. -1  
 C. 2                        D. -2
21. 当  $1 < x < 2$  时, 化简  $\sqrt{(x-1)^2} + |x - 3|$  的结果是 ( )  
 A. 2                        B. -2  
 C. -4                      D.  $2x - 4$
22. 化简  $(a - b) \sqrt{-\frac{1}{a-b}}$  的正确结果是 ( )  
 A.  $\sqrt{b-a}$                 B.  $\sqrt{a-b}$   
 C.  $-\sqrt{b-a}$                 D.  $-\sqrt{a-b}$
- 二、填空题
23. 回收废纸用于造纸可以节约木材. 根据专家估计, 每回收1吨废纸可节约3立方米木材, 那么, 回收  $a$  吨废纸可以节约 \_\_\_\_\_ 立方米木材.
24. 一件夹克标价为  $a$  元, 现按标价打七折

出售, 则售价是\_\_\_\_\_元.

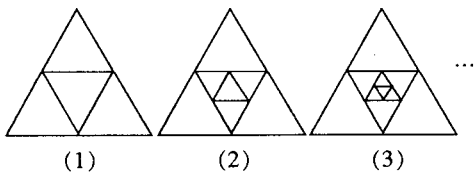
25. 长城总长约为 6700010 米, 用科学记数法表示并保留两个有效数字, 长城总长可写为\_\_\_\_\_米.

26. 若定义  $1! = 1, 2! = 2 \times 1, 3! = 3 \times 2 \times 1, 4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1, \dots$ . 则  $\frac{100!}{98!} =$ \_\_\_\_\_.

27. 已知  $a, b$  互为相反数,  $c, d$  互为倒数,  $x$  的绝对值为 3, 则  $x^2 + \frac{3a+3b}{x} - 2\sqrt{cd}$  的值等于\_\_\_\_\_.

28. 已知  $x-y=\sqrt{5}$ , 则  $|2-x+y| =$ \_\_\_\_\_.

29. 如图, 在图 (1)、(2)、(3) 中, 互不重叠的三角形共有 4 个、7 个、10 个,  $\dots$ . 按此规律, 则在第  $(n)$  个图形中, 互不重叠的三角形共有\_\_\_\_\_个.



30. 为使  $x^2 - 7x + m$  在整数范围内可分解因式, 则  $m$  的一个可取值是\_\_\_\_\_. (写出一个即可, 不必考虑所有情况.)

31.  $a^3 - 4a^2b + 4ab^2$  分解因式得\_\_\_\_\_.

32.  $x^2 - 2xy + y^2 - 4$  分解因式得\_\_\_\_\_.

33.  $ab - a - b + 1$  分解因式得\_\_\_\_\_.

34. 化简  $(\frac{a+1}{a^2-a} + \frac{4}{1-a^2}) \div \frac{a^2+2a-3}{a+3}$  的结果是\_\_\_\_\_.

35. 设  $\frac{2}{a} = \frac{1}{b}$ , 则  $\frac{2a+b}{a-b}$  的值等于\_\_\_\_\_.

36. 已知  $x + \frac{1}{x} = \sqrt{5} + 1$ , 则  $x^2 + \frac{1}{x^2}$  的值为\_\_\_\_\_.

37. 若  $a < b < 0$ , 则  $|a-b| + \sqrt{(a+b)^2}$  的化简结果是\_\_\_\_\_.

38. 计算  $\frac{2}{\sqrt{3}-1} - (\sqrt{2}-\sqrt{5})^0 - \sqrt{12} + (\frac{1}{2})^{-1}$  \_\_\_\_\_.

39. 计算  $\sqrt[3]{64} - 2(-1)^{2007} + \frac{\sqrt{3}+2}{\tan 60^\circ - 2} - 4|\sqrt{3}-2| =$ \_\_\_\_\_.

40. 当  $x^2 + 3x - 3 = 0$  时, 代数式  $x^3 + 3x^2 - 3x + 3$  的值等于\_\_\_\_\_.

### 三、解答题

41. 分解多项式  $x^2 + ax + b$  的因式时, 甲看错了  $a$  的值, 得到  $(x+6)(x-1)$ ; 乙看错了  $b$  的值, 得到  $(x-2)(x+1)$ . 若甲、乙两人仅看错了题, 而对看错了的题的运算是正确的, 求  $x^2 + ax + b$  因式分解的正确结果.

42. 化简:  $(2x+y)(2x-y) + (x+y)^2 - 2(2x^2 - xy)$ .

43. 已知代数式  $6x^{n+2} - x^{2-n} + 3$  是三次多项式, 求代数式  $(n-1)^2 + (n-3)(n+3) + (n-3)(n-1)$  的值.

44. 分解因式:  $(x-z)^2 - 4(x-y)(y-z)$ .

45. 已知实数  $a$  满足  $a^2 + 2a - 8 = 0$ , 求  $\frac{1}{a+1} - \frac{a+3}{a^2-1} \cdot \frac{a^2-2a+1}{a^2+4a+3}$  的值.

46. 甲对乙说: “你任想一个数, 把这个数乘以 2, 再加上 8, 然后除以 2, 最后减去你所想的数, 此时我一定知道计算的结果”. 甲的说法对吗? 为什么?

47. 已知  $y = \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - 1} \div \frac{x^2 - x}{x + 1} - \frac{1}{x} + 1$ , 试

说明在等号右边的代数式有意义的条件下, 不论  $x$  为何值,  $y$  的值都不会改变.

48. 若  $y = \frac{\sqrt{x^2-9} + \sqrt{9-x^2} + 7}{x-3}$ , 求  $5x + 6y$  的值.

49. 已知  $ab = 1$ , 求证:  $\frac{a}{1+a} + \frac{b}{1+b} = 1$ .

50. 已知  $P = \frac{x^2}{x-y} + \frac{y^2}{y-x}$ ,  $Q = (x+y)^2 - 2y(x+y)$ . 小敏和小聪两人在  $x=2$ ,  $y=-1$  的条件下分别计算了  $P$  和  $Q$  的值. 小敏说  $P > Q$ , 小聪说  $P < Q$ . 请你判断谁的结论正确? 为什么?

## (二) 方程与不等式

### 考 点 要 求

#### 【方程与方程组】

(1) 能够根据具体问题中的数量关系列出方程, 体会方程是刻画现实世界的一个有效的数学模型; (2) 经历用观察、画图或计算器等手段估计方程解的过程; (3) 会解一元一次方程、简单的二元一次方程组、可化为一元一次方程的分式方程(方程中的分式不超过两个); (4) 理解配方法, 会用因式分解法、公式法、配方法解简单的数字系数的一元二次方程; (5) 能够根据具体问题的实际意义, 检验结果是否合理.

#### 【不等式与不等式组】

(1) 能够根据具体问题中的大小关系了解不等式的意义, 并探索不等式的基本性质; (2) 会解简单的一元一次不等式, 并能在数轴上表示出解集. 会解由两个一元一次不等式组成的不等式组, 并会用数轴确定解集; (3) 能够根据具体问题中的数量关系列出一元一次不等式和一元一次不等式组, 解决简单的问题.

### 典 型 题 析

【例1】一件商品按成本价提高40%后, 再打8折销售, 这时每件售价为240元. 设这件商品的成本价为 $x$ 元, 则得到的方程是( )

- A.  $x \cdot 40\% \cdot 80\% = 240$   
 B.  $x(1+40\%) \times 80\% = 240$   
 C.  $240 \times 40\% \times 80\% = x$

D.  $x \cdot 40\% = 240 \times 80\%$

讲解: 这件商品按成本价 $x$ 元提高40%后为 $x(1+40\%)$ 元, 再打8折销售, 售价应为 $x(1+40\%) \times 80\%$ 元, 故应选B.

【例2】已知2是关于 $x$ 的方程 $\frac{3}{2}x^2 - 2a = 0$ 的一个根, 则 $2a - 1$ 的值是( )

- A. 3                      B. 4  
 C. 5                      D. 6

讲解: 把 $x=2$ 代入 $\frac{3}{2}x^2 - 2a = 0$ 得 $6 - 2a = 0$ ,  $\therefore 2a = 6$ , 进而 $2a - 1 = 5$ , 选C.

点评: 要注意“根”的意义.

【例3】若 $\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$ 是关于 $x, y$ 的方程组

$\begin{cases} ax+by=3 \\ bx+ay=0 \end{cases}$ 的解, 求 $a, b$ 的值.

讲解: 把 $\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$ 代入 $\begin{cases} ax+by=3 \\ bx+ay=0 \end{cases}$ 得

$\begin{cases} 2a+b=3 \\ 2b+a=0 \end{cases}$ , 这是以 $a, b$ 为未知数的方程

组, 解之便得 $\begin{cases} a=2 \\ b=-1 \end{cases}$ .

【例4】若关于 $x$ 的不等式 $3x - 2a < -2$ 的解集为 $x < -1$ , 则 $a$ 的值是\_\_\_\_\_.

讲解: 由 $3x - 2a < -2$ 得 $3x < 2a - 2$ , 即 $x < \frac{2a-2}{3}$ ,  $\therefore \frac{2a-2}{3} = -1$ , 故 $a = -\frac{1}{2}$ .

点评: 不等式的解与方程的根虽然是两个概念, 但这两个概念之间却有着深刻的内在联系. 在本题中, 也可看成关于 $x$ 的方程 $3x - 2a = -2$ 的根为 $x = -1$ , 从而迅速求出 $a$ .

【例5】已知关于 $x$ 的不等式组

$\begin{cases} x+9 < 5x+1 \\ x > m+1 \end{cases}$  的解集为  $x > 2$ , 则  $m$  的取值范围是( )

- A.  $m \leq 2$                       B.  $m \geq 2$   
C.  $m \leq 1$                         D.  $m > 1$

讲解: 原不等式组可化为  $\begin{cases} x > 2 \\ x > m+1 \end{cases}$ ,

由于不等式组的解集为  $x > 2$ ,  $\therefore m+1 \leq 2$ , 故  $m \leq 1$ , 应选 C.

点评: 解一元一次不等式组的要点是“先分别求出各不等式的解集, 再求各解集的公共部分”. 本题相当于  $x > 2$  与  $x > m+1$  的公共部分仍为  $x > 2$ , 故有  $m+1 = 2$  或  $m+1 < 2$  两种情况, 从而  $m+1 \leq 2$ .

【例 6】解方程:  $x^3 + 2x = 3x^2$ .

讲解: 原方程可化为  $x^3 - 3x^2 + 2x = 0$ , 即  $x(x^2 - 3x + 2) = 0$ , 亦即  $x(x-1)(x-2) = 0$ ,  $\therefore x = 0$  或  $x - 1 = 0$  或  $x - 2 = 0$ , 故原方程的根为  $x_1 = 0$  或  $x_2 = 1$  或  $x_3 = 2$ .

点评: 本题虽是一元三次方程, 但由于原方程左边的三次多项式很容易因式分解, 因此可通过把方程的一边分解因式、另一边化为零的方法来达到降低方程次数的目的.

【例 7】已知关于  $x$  的方程  $ax^2 + bx + c = 0$  ( $a \neq 0$  且  $b^2 - 4ac \geq 0$ ) 的两根是  $x_1 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$  和  $x_2 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ .

(1) 计算  $x_1 + x_2$  与  $x_1 x_2$ ;

(2) 设方程  $5x^2 - 4x - 1 = 0$  的两根为  $x_1, x_2$ , 不解方程, 利用 (1) 的结论分别求下列各代数式的值: ①  $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$ ; ②  $x_1^2 + x_2^2$ ; ③  $(x_1 - 1)(x_2 - 1)$ .

讲解: (1)  $x_1 + x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} +$

$$\frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-2b}{2a} = -\frac{b}{a},$$

$$\begin{aligned} x_1 x_2 &= \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \cdot \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\ &= \frac{(-b)^2 - (\sqrt{b^2 - 4ac})^2}{4a^2} \\ &= \frac{b^2 - (b^2 - 4ac)}{4a^2} = \frac{c}{a}; \end{aligned}$$

(2) 方程  $5x^2 - 4x - 1 = 0$  的两根为  $x_1, x_2$ , 利用 (1) 的结论有  $x_1 + x_2 = \frac{4}{5}$ ,  $x_1 x_2 = -\frac{1}{5}$ , 故:

$$\textcircled{1} \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_2 + x_1}{x_1 x_2} = \frac{\frac{4}{5}}{-\frac{1}{5}} = -4;$$

$$\begin{aligned} \textcircled{2} x_1^2 + x_2^2 &= (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = \left(\frac{4}{5}\right)^2 \\ &- 2\left(-\frac{1}{5}\right) = \frac{15}{25} + \frac{2}{5} = \frac{26}{25}; \end{aligned}$$

$$\textcircled{3} (x_1 - 1)(x_2 - 1) = x_1 x_2 - (x_1 + x_2) + 1 = -\frac{1}{5} - \frac{4}{5} + 1 = 0.$$

点评: 本题 (1) 中的结论  $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$  与  $x_1 x_2 = \frac{c}{a}$ , 反映了一元二次方程  $ax^2 + bx + c = 0$  ( $a \neq 0$  且  $b^2 - 4ac \geq 0$ ) 的根与系数的关系, 而这种关系在高中的数学学习中占有十分重要的地位, 因此我们应注意了解它、运用它.

另外,  $\Delta = b^2 - 4ac$  称为一元二次方程  $ax^2 + bx + c = 0$  的根的判别式, 可以用来判定根的情况: 当  $\Delta > 0$  时, 方程有两个不相等的实数根; 当  $\Delta = 0$  时, 方程有两个相等的实数根; 当  $\Delta < 0$  时, 方程没有实数根.

【例 8】为满足用水量不断增长的需求, 昆明市最近新建了甲、乙、丙三个水厂, 这

三个水厂的日供水量共计  $11.8 \text{ 万 m}^3$ ，其中乙水厂的日供水量是甲水厂日供水量的3倍，丙水厂的日供水量比甲水厂日供水量的二分之一还多  $1 \text{ 万 m}^3$ 。

(1) 求这三个水厂的日供水量各是多少万  $\text{m}^3$ ?

(2) 在修建甲水厂的输水管道工程中要运走 600 吨土石。如果用 A 型载重汽车 6 辆和 B 型载重汽车 4 辆，分别运 5 次可把土石运完；或者用 A 型载重汽车 3 辆和 B 型载重汽车 6 辆，分别运 5 次，也可把土石运完，那么每辆 A 型载重汽车、每辆 B 型载重汽车每次运土石各多少吨？

**讲解：**(1) 设甲水厂的日供水量为  $x$  万  $\text{m}^3$ ，则乙水厂的日供水量为  $3x$  万  $\text{m}^3$ ，丙水厂的日供水量为  $(\frac{x}{2} + 1)$  万  $\text{m}^3$ ，依题意得  $x + 3x + \frac{x}{2} + 1 = 11.8$ ，即  $8x + x = 10.8 \times 2$ ，解得  $x = 2.4$ ，故甲水厂日供水  $2.4$  万  $\text{m}^3$ ，乙水厂日供水  $7.2$  万  $\text{m}^3$ ，丙水厂日供水  $2.2$  万  $\text{m}^3$ ；

(2) 设 A 型车每次运  $y$  吨、B 型车每次运  $z$  吨，可得  $\begin{cases} 5(6y + 4z) = 600 \\ 5(3y + 6z) = 600 \end{cases}$ ，即  $\begin{cases} 3y + 2z = 60 \\ 3y + 6z = 120 \end{cases}$ ，解之得  $\begin{cases} y = 10 \\ z = 15 \end{cases}$ ，故每辆 A 型载重汽车每次运土石 10 吨，每辆 B 型载重汽车每次运土石 15 吨。

**点评：**正确分析问题中的等量关系，是列方程或方程组解应用题的关键。

〔例 9〕在“情系海啸”捐款活动中，某同学对甲、乙两班捐款情况进行了统计，得到如下三条信息：

信息一：甲班共捐款 300 元，乙班共捐

款 232 元；

信息二：乙班平均每人捐款钱数是甲班平均每人捐款钱数的  $\frac{4}{5}$ ；

信息三：甲班比乙班多 2 人。

请你根据以上三条信息，求出甲班平均每人捐款多少元？

**讲解：**设甲班平均每人捐款  $x$  元，则乙班人均捐款  $\frac{4}{5}x$  元，甲班人数为  $\frac{300}{x}$  人，乙班人数为  $\frac{232}{\frac{4}{5}x} = \frac{5 \times 232}{4x} = \frac{290}{x}$  人，依题意得  $\frac{300}{x} - \frac{290}{x} = 2$ ，解这个方程得  $x = 5$ ，经检验  $x = 5$  是所列方程的根，因此甲班平均每人捐款 5 元。

**点评：**在上面解法中，由于所列方程是分式方程，因此必须验根。另外，本题若设甲班平均每人捐款  $x$  元且甲班人数为  $y$  人，

则可得出方程组  $\begin{cases} xy = 300 \\ \frac{4}{5}x(y - 2) = 232 \end{cases}$ ，但这

是一个二元二次方程组，超出了目前中考的要求（即“超纲”了，但考生如能解出，仍将得满分）。这说明在列方程或方程组时，对于“设什么为  $x$ ”也应多角度思考、筛选。

〔例 10〕某厂生产一种零件，固定成本为 2 万元。每个零件成本为 3 元，售价 5 元，应缴纳税为总销售额的 10%。若要使纯利润超过固定成本，问至少要生产销售多少个零件？

**讲解：**设生产销售  $x$  个零件，则成本为  $3x$  元，总销售额为  $5x$  元，应纳税  $5x \cdot 10\%$  元，依题意得不等式  $5x - 3x - 5x \cdot 10\% > 20000$ ，解这个不等式得  $x > 13333 \frac{1}{3}$ ，因零

件个数  $x$  应为整数, 故取  $x = 13334$ , 即至少要生产销售 13334 件零件, 才能使纯利润超过固定成本.

点评: 列不等式(组)解应用题与列方程(组)解应用题相类似, 关键是根据题中的“超过”、“不足”、“大于”、“小于”等反映数量关系的词语, 列出不等式(组), 使问题得到解决.

[例 11] 某次知识竞赛共有 20 道选择题. 对于每一道题, 若答对了, 则得 10 分; 若答错了或不答, 则扣 3 分. 请问至少要答对几道题, 总分才不低于 70 分?

讲解: 设答对了  $x$  道题, 答错或没答的题共有  $y$  道, 依题意得  $\begin{cases} x+y=20 \\ 10x-3y \geq 70 \end{cases}$ , 把  $y = 20 - x$  代入  $10x - 3y \geq 70$ , 解得  $x \geq 10$ , 故至少要答对 10 道题, 总分才不低于 70 分.

点评: 本题在设元后, 列出的是一个二元一次方程和一个二元一次不等式. 在这种情况下, 通常应从方程中找出两个未知数间的联系, 然后代入不等式中消去一个未知数, 使之成为一元一次不等式后再求解. 当然, 本题亦可设答对了  $x$  道题, 则答错或没答的题共有  $(20 - x)$  道, 于是得出  $10x - 3(20 - x) \geq 70 \Rightarrow x \geq 10$ .

### 命 题 展 望

方程与不等式是初中数学的重要内容, 必将在新一轮的中考试卷中继续占有重要地位. 对方程与不等式的考查, 除继续重视基础知识和基本技能、继续突出方程思想和转化思想外, 还会进一步强化对应用意识和收集、处理信息能力的考查. 一些具有较强时代气息、紧密联系日常生活实际的应用性问题和立意新、情境新、有一定综合性的试题

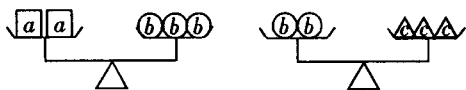
将不断出现.

### 中 考 练 习

#### 一、选择题

- 已知  $(1-m)^2 + |n+2| + \sqrt{k-3} = 0$ , 则  $m+n-k$  的值为( )  
A. -4                      B. -3  
C. 2                         D. 不能确定
- 如果  $2(x+3)$  的值与  $3(1-x)$  的值互为相反数, 则  $x$  的值为( )  
A. -8                        B. 8  
C. -9                        D. 9
- 方程组  $\begin{cases} 2x+y=2 \\ y-x=5 \end{cases}$  的解是( )  
A.  $\begin{cases} x=1 \\ y=6 \end{cases}$                       B.  $\begin{cases} x=-1 \\ y=4 \end{cases}$   
C.  $\begin{cases} x=-3 \\ y=2 \end{cases}$                       D.  $\begin{cases} x=3 \\ y=2 \end{cases}$
- 不等式  $2-x < 1$  的解集是( )  
A.  $x > 1$                       B.  $x > -1$   
C.  $x < 1$                       D.  $x < -1$
- 不等式组  $\begin{cases} \frac{x-1}{2} \geq 0 \\ 3x+7 \leq 4(x+1) \end{cases}$  的解集是( )  
A.  $x \geq 1$                       B.  $x \leq 3$   
C.  $1 \leq x \leq 3$                       D.  $x \geq 3$
- 不等式组  $\begin{cases} -2x < 0 \\ 3-x \geq 0 \end{cases}$  共有( ) 个整数解  
A. 1                              B. 2  
C. 3                              D. 4
- 根据图中信息, 对  $a$ 、 $b$ 、 $c$  三种物体的重量, 判断正确的是( )  
A.  $a < c$                       B.  $a < b$   
C.  $a > c$                       D.  $b < c$





8. 若  $a < 0$ , 则关于  $x$  的不等式  $ax + 1 > 0$  的解集是( )

- A.  $x > \frac{1}{a}$                       B.  $x < \frac{1}{a}$   
 C.  $x > -\frac{1}{a}$                       D.  $a < -\frac{1}{a}$

9. 若  $a - b > a$  且  $a + b < b$ , 则下列各式中正确的是( )

- A.  $ab < 0$                       B.  $\frac{a}{b} > 0$   
 C.  $a + b > 0$                       D.  $a - b < 0$

10. 如果关于  $x$  的不等式组  $\begin{cases} x < 3 \\ x > m \end{cases}$  的解集是空集, 则  $m$  的取值范围是( )

- A.  $m \geq 3$                       B.  $m > 3$   
 C.  $m \leq 3$                       D.  $m < 3$

11. 下列方程中既有正根又有负根的是( )

- A.  $x^2 + 2x + 2 = 0$   
 B.  $x^2 + 4x + 2 = 0$   
 C.  $x^2 - 6x + 2 = 0$   
 D.  $x^2 + 2x - 1 = 0$

12. 买甲、乙两种纯净水共用 250 元, 其中甲种水每桶 8 元, 乙种水每桶 6 元, 乙种水的桶数是甲种水的桶数的 75%. 设买甲种水  $x$  桶, 乙种水  $y$  桶, 则可列出的方程组是( )

- A.  $\begin{cases} 8x + 6y = 250 \\ y = 75\%x \end{cases}$   
 B.  $\begin{cases} 8x + 6y = 250 \\ x = 75\%y \end{cases}$   
 C.  $\begin{cases} 6x + 8y = 250 \\ y = 75\%x \end{cases}$

D.  $\begin{cases} 6x + 8y = 250 \\ x = 75\%y \end{cases}$

13. 有这样一个寓言故事: 驴子和骡子一同行, 它们驮着不同袋数的货物, 每袋货物都一样重. 驴子抱怨负担太重, 骡子说: “你抱怨什么? 如果你给我一袋, 那我所负担的就是你的两倍; 如果我给你一袋, 我们才恰好驮的一样多”. 若骡子说的是实话, 那么驴子所驮货物的袋数是( )

- A. 5                                  B. 6  
 C. 7                                  D. 8

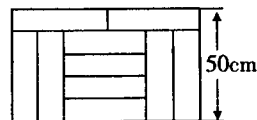
14. 已知  $x = 1$  时, 代数式  $px^2 + qx + 1$  的值为 2007, 则当  $x = -1$  时, 代数式  $px^2 + qx + 1$  的值为( )

- A. -2005                          B. -2006  
 C. -2007                          D. 2005

15. 设  $y = x + \frac{2}{x}$ , 则方程  $(x + \frac{2}{x})^2 - (x + \frac{2}{x}) = 1$  可化为( )

- A.  $y^2 - y + 1 = 0$   
 B.  $y^2 + y + 1 = 0$   
 C.  $y^2 - y - 1 = 0$   
 D.  $y^2 + y - 1 = 0$

16. 如图, 已知宽为 50cm 的矩形图案是由 10 个全等的小矩形拼成的,



则其中一个小矩形的面积为( )

- A.  $400\text{cm}^2$                       B.  $500\text{cm}^2$   
 C.  $600\text{cm}^2$                       D.  $4000\text{cm}^2$

17. 某次“迎奥运”知识竞赛共有 20 道题. 对于每一道题, 答对得 10 分, 答错或不答扣 5 分. 则得分不少于 95 分时,