义务教育课程标准实验教科书配套用书

# 新课程 新理念 新思维

苏科版

# 数学

九年级下册

## 同步学习篇

三新丛书编写组 组编

南京师范大学出版社

新课程·新理念·新思维

系列丛书

# 数学同步学习篇

## 九年级　下册

（苏科版）


《新课程　新理念　新思维》丛书编委会

**丛书编委**　陆国飞　佘　平　韩祥泰　陈酾其　夏松培　孙春红　马　辉
卢重雨　陈志荣　陈培德　郑利群　朱栋明　周卫民　戴玉萍
陈继华　诸定国　侯正永　张爱平　侯义新　宋立明　季同根
李维成　叶旭山　侯林军　高江林　曹　莉　王　涛　彭红华
黄秀旺　殷玉琪　薛润生

**丛书策划**　陆国飞

**本册主编**　夏松培

**副 主 编**　宋立明

**本册编者**　夏松培　宋立明　祝　斌　王灿龙　卢宏兴　江亚兴　袁卫红



南京师范大学出版社

丛 书 名　新课程　新理念　新思维
书　　名　九年级数学同步学习篇(苏科版·下册)
主　　编　夏松培
副 主 编　宋立明
责任编辑　王书贞
出版发行　南京师范大学出版社
地　　址　江苏省南京市宁海路 122 号(邮编:210097)
电　　话　(025)83598077(传真)　83598412(营销部)　83598297(邮购部)
网　　址　http://press.njnu.edu.cn
E－mail　nspzbb@njnu.edu.cn
照　　排　南京新洲印刷有限公司
印　　刷　南京金阳彩色印刷有限公司
开　　本　787×960　1/16
印　　张　7.5
字　　数　153 千
版　　次　2006 年 12 月第 1 版　2006 年 12 月第 1 次印刷
书　　号　ISBN 7-81101-475-0/G·980
定　　价　10.00 元

# 编写说明

2001年6月教育部《基础教育课程改革纲要(试行)》的颁布,标志着我国基础教育进入了一个崭新的时代——课程改革时代。3年以来,我们一直有一个理想——编写一套符合素质教育思想的学辅用书,为此我们进行了精心准备和策划。

自2001年起,我们组织了各学科有丰富教学经验的特级教师、高级教师和教学研究人员,深入研究课程改革的精神,参加国家级、省级、市级的各种教学改革研究活动,掌握一手信息和资料,把握研究方向,并在教学中进行尝试,积累经验。2002年,我们组织各学科部分有经验的一线教师,在深入研究的基础上,交流学习心得,交流收集到的各种资料,交流在课堂教学实践中的反馈信息,交流教育改革的最新动向,明确了编写配合新教材学辅用书的计划,确定了丛书名称——《新课程 新理念 新思维》,开始酝酿丛书编写的相关事宜。2003年,我们对丛书编写进行了立项,制定了丛书编写思想、编写计划和编写方案,确定了编写科目和各学科主编及编写人员,实行严格的主编负责制和专家终审制,确保丛书编写质量。

## 一、策划思想

· 为每一位学生成长创造最大的学习空间!

## 二、编写目的

以新的教育理念编写全新的学辅用书——面向全体学生,面向一线教师,为更多的学生和教师服务!

## 三、最大亮点

1."三新"关注新教材的体系

传统的教材体系过于注重书本知识,长期以来教师和学生习惯了以学科为中心的教与学,这与新教材的体系不相适应。"三新"丛书在编写时将根据新教材体系的特点,注意把现代社会和科技发展与学生生活联系在一起,关注学生的学习兴趣和经验,使学生掌握终身学习必备的基础知识和技能。

2."三新"关注学生思维方法

传统的教材习题过于注重学科知识和认知能力,学生的思维局限性较大。"三新"丛书在编写时将把知识与技能、过程与方法、情感态度与价值观等目标进行整合,精心设置例题让学生尝试用分析、推理、比较、归纳、假设、验证等方法解决问题,并迁移到解决实际生产生活中的问题,为学生终身可持续发展打好基础。

3."三新"关注学生学习方式

传统的学习方式使学生完全处于被动接受状态，死记硬背、机械训练是其基本特征。"三新"丛书在编写时将注意通过精心设置问题情境，着重注意解题方法研究和学法指导，让学生独立自主地发现问题、分析问题、解决问题。

4."三新"关注学生个性发展

为每一位学生的成长创造最大的学习空间是"三新"丛书的主线之一。"三新"丛书将精心编写一些开放性问题，倡导学生大胆设计、勤于动手、收集信息、处理信息、学会交流、学会合作、乐于探究，提供网址鼓励学生上互联网查询，为学生个性化学习创造有利条件。

5."三新"关注学生拓展视野

"三新"丛书在编写时将根据每一课题的内容，编排一些科学家的重大发现、科学发展上的重大成就、与生产生活密切联系的知识等内容，拓展学生视野。

6."三新"关注学生训练考试

在实施新课程的过程中，必要的训练和学习终端检测还是需要的。"三新"丛书同样关注训练和考试，编写内容和形式力求和新的课程评价观念相一致，例题和习题都经过精心筛选和编制。

## 四、主要特色



"三新"同步学习篇以独特的视角对新教材的体系进行了梳理，精心设计的例题和问题更加注意了对学习过程的反思，拓展的知识背景和素材增加了学习的趣味性。

"三新"同步训练篇试题内容新颖、实用性强，本书特邀了江苏省中学一线名师、教学研究人员、中考命题研究人员开发了大量原创的符合新课程精神的具有趣味性、探索性、开放性和应用性的习题。一课一练的形式十分便于同步考查。

"三新"同步学习篇与"三新"同步训练篇配套使用，组成独特的**"1+1"套餐**形式，可以真正做到学以致用。"三新"丛书将学习与思考、课内与课外、理论与实践、知识与能力、训练与拓展等有机地结合在一起，既便于学生自主学习和训练，又便于教师教学和考试。

"三新"丛书编写时考虑到中学实际教学现状，根据实际教学进度编写。我们追求完美，但疏漏在所难免，欢迎指正。

"三新"丛书编写组

# 目录

## 第6章 二次函数



## 第7章 锐角三角函数

# 第 6 章　二次函数

## §6.1　二次函数

### 问题探讨

如图 6-1-1，有长为 24 m 的篱笆，利用一面墙（墙的最大可用长度 $a$ 为 10 m）围成中间隔有一道篱笆的长方形花圃. 设花圃的宽 $AB$ 为 $x$(m)，面积为 $S(\mathrm{m}^2)$.

(1) 求 $S$ 与 $x$ 的函数关系式；

(2) 如果要围成面积为 45 $\mathrm{m}^2$ 的花圃，$AB$ 的长是多少米？

**分析**　(1) 用含 $x$ 的代数式表示 $BC$. (2) 实质是解关于 $x$ 的一元二次方程，注意检验.

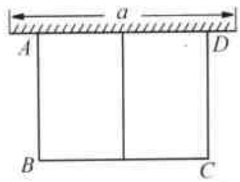


图 6-1-1

**解**　(1) ∵宽 $AB$ 为 $x$ m，篱笆总长为 24 m，

∴$BC$ 为 $(24-3x)$m，这时面积 $S=x(24-3x)$，

即 $S=-3x^2+24x$，又∵$0<24-3x\leqslant 10$，∴$\frac{14}{3}\leqslant x<8$.

(2) 由题意得：$-3x^2+24x=45$，解得 $x_1=5$，$x_2=3$（舍去）.

∴当花圃宽 $AB$ 为 5 m 时，面积为 45 $\mathrm{m}^2$.

### 典型例题

**例 1**　有下列函数：① $y=x^2+1$；② $y=\frac{1}{x^2+1}$；③ $y=\sqrt{x^2+1}$；④ $y=x+1^2$；⑤ $y=(x+1)^2-x^2$. 其中二次函数有（　　）.

A. 1 个　　B. 2 个　　C. 3 个　　D. 4 个

**解**　A.

**说明**　二次函数的解析式是关于自变量的二次整式，所以只有①是二次函数.

**例 2**　当 $a$ 为何值时，函数 $y=(a+1)x^{a^2-3a-2}+(a-4)x+a$ 是二次函数？

**分析**　直接根据二次函数的定义，并注意到二次项系数不等于零.

**解**　$\begin{cases} a+1\neq 0, & ① \\ a^2-3a-2=2. & ② \end{cases}$

由①得 $a\neq -1$，

由②得 $a^2-3a-4=0$. 解得 $a=4$ 或 $a=-1$. 所以 $a=4$.

**例 3** 如图 6-1-2,在一块长 200 m、宽 100 m 的矩形试验田里修筑 5 条小路,其中横向 2 条、纵向 3 条,它们的宽度都是 $x$ m,求试验田的种植面积 $y(\mathrm{m}^2)$ 与 $x$ 的函数关系式,并求 $x$ 的取值范围.

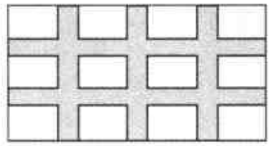


图 6-1-2

**分析** 假设把横向、纵向的路都平移到矩形的边上,则种植部分为长 $(200-3x)$m、宽 $(100-2x)$m 的矩形.

**解** $y=(200-3x)(100-2x)$,

即 $y=6x^2-700x+20\,000$.

又 $\begin{cases}100-2x>0,\\200-3x>0,\\x>0.\end{cases}$ 所以 $0<x<50$.

**说明** 矩形的路在平移后面积不变,而把路都平移到矩形的边上是为了计算种植面积的方便. 把复杂的图形转化为简单的图形是处理几何问题的常用方法.

## 智慧列车

某公司有 50 辆汽车准备出租,市场调查发现,每辆汽车月租金为 1 800 元,能租出全部汽车,而每辆月租金增加 100 元,就有 1 辆车租不出去. 现公司定价每辆车的月租金为 $x$ 元,公司的月收入为 $y$ 元. 写出 $y$ 与 $x$ 的函数关系式及 $x$ 的取值范围.

**分析** (1) 每辆月租金 $x$ 元,若 $x=1\,800$,汽车能全部租出;由每辆月租金增加 100 元,就少租出 1 辆知,50 辆全部租不出去时,每辆车的月租金为 $1\,800+100\times50=6\,800$(元).

(2) 能租出车 $\left(50-\dfrac{x-1\,800}{100}\right)$ 辆.

**解** $y=x\left(50-\dfrac{x-1\,800}{100}\right)$ ($1\,800\leqslant x\leqslant6\,800$,且 $x$ 为 100 的倍数),

即 $y=-\dfrac{1}{100}x^2+68x$ ($1\,800\leqslant x\leqslant6\,800$,且 $x$ 为 100 的倍数).

## 数学万花筒

### 凸多边形对角线的条数

五边形的对角线有几条,你可以很快说出来,那么十边形、二十边形的对角线有多少条,你也能很快说出来吗?

我们不妨设 $n$ 边形的对角线有 $M$ 条. 如图 6-1-3 中的 $A$ 点,只能与 $A$、$B$、$C$ 三点

以外的点连成对角线. 过 $n$ 边形的一个顶点有 $(n-3)$ 条对角线，这样过 $n$ 个顶点一共有 $n(n-3)$ 条对角线. 用这种方法每一条对角线都重复计算了一次，故 $n$ 边形共有 $\frac{1}{2}n(n-3)$ 条对角线.

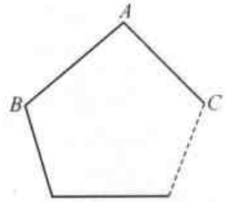


图 6-1-3

即 $M=\frac{1}{2}n(n-3)=\frac{1}{2}n^2-\frac{3}{2}n$.

当 $n=10$ 时，$M=35$；当 $n=20$ 时，$M=170$.

## 课堂实践

1. 指出下列函数中，哪些是一次函数，哪些是二次函数.

(1) $y=\frac{-2}{x}$；(2) $y=-2x$；(3) $y=-x^2$；(4) $y=2x^2+\frac{1}{x}$.

2. 若函数 $y=(m^2+m)x^{m^2-2m-1}+2x-4$ 是二次函数，求 $m$ 的值.

3. 函数 $y=(m-3)x^2-4x-3$ 一定是二次函数吗？为什么？

4. 在长 80 cm、宽 60 cm 的长方形硬纸片的四个角上，各截去一个长为 $x$ cm 的小正方形做成一个没有盖的长方体盒子，设盒子的底面积为 $y$ $\text{cm}^2$.

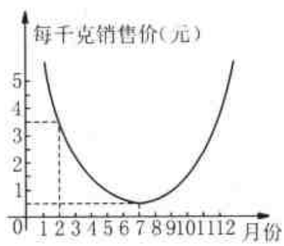
(1) 求 $y$ 与 $x$ 的函数关系；

(2) 求 $x$ 的取值范围.

5. 菱形的两条对角线和为 14 cm，设其中一条长为 $x$ cm，面积为 $S$ $\text{cm}^2$，求 $S$ 与 $x$ 的函数关系式.

6. 某农场种植一种蔬菜，销售员张平根据往年的销售情况，对今年这种蔬菜的销售价格进行了预测，预测情况如图，图中的抛物线(部分)表示这种蔬菜销售价与月份之间的关系. 观察图象，你能得到关于这种蔬菜销售情况的哪些信息？

(答题要求：① 请至少提供四条信息；② 不必求函数的解析式.)



(第 6 题)

# §6.2 二次函数的图象和性质

## §6.2.1 二次函数的图象和性质(一)

### 问题探讨

如图6-2-1所示，一抛物线型拱桥，桥下有一小河，一装有重物的长方形货箱$ABCD$刚好能从桥下通过.应客户需要，现从货箱中取出部分货物，则货箱能否还能从桥下通过？

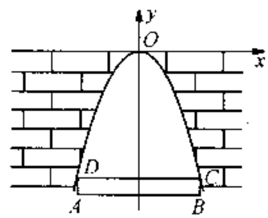


图6-2-1

**分析** 取出部分货物后，货箱上浮.

**解** 由图象知，当$x>0$时，$y$随着$x$的增大而减小.反过来说，木箱上浮，$y$增大，$x$减小，即能通过物体的宽度变小，而木箱的宽不变，所以从木箱中取出部分货物后，木箱不能通过拱桥.

**说明** 本题运用数形结合的思想，观察图象，思考题设问题，以形助思考，这是我们应该学习的思考问题的一种方法.



### 典型例题

**例1** 在同一坐标系中画出下列函数的图象.

(1) $y=2x^2$； (2) $y=-\frac{1}{2}x^2$.

**解** 列表：(1)

| $x$ | … | −2 | −1 | 0 | 1 | 2 | … |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | … | 8 | 2 | 0 | 2 | 8 | … |

(2)

| $x$ | … | −3 | −2 | −1 | 0 | 1 | 2 | 3 | … |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | … | $-\frac{9}{2}$ | −2 | $-\frac{1}{2}$ | 0 | $-\frac{1}{2}$ | −2 | $-\frac{9}{2}$ | … |

描点画图如图6-2-2

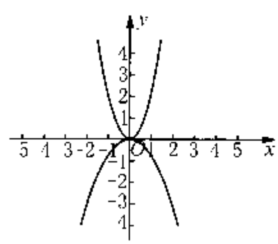


图6-2-2

**说明** 列表选值要合理，图象才能完整.

**例2** 不画图，指出下列函数图象的开口方向、对称轴、顶点坐标以及函数增减性、最大(小)值.

(1) $y=5x^2$； (2) $y=-6x^2$.

**解** (1) 因为$5>0$，所以抛物线$y=5x^2$开口向上，对称轴$y$轴(直线$x=0$)，顶点坐标(0,0).

当 $x<0$ 时,$y$ 随 $x$ 增大而减小;当 $x>0$ 时,$y$ 随 $x$ 增大而增大;当 $x=0$ 时,$y_{最小值}=0$.

(2) 因为 $-6<0$,所以抛物线 $y=-6x^2$ 开口向下,对称轴 $y$ 轴,顶点坐标 $(0,0)$.

当 $x<0$ 时,$y$ 随 $x$ 增大而增大;当 $x>0$ 时,$y$ 随 $x$ 增大而减小;当 $x=0$ 时,$y_{最大值}=0$.

**例 3** 根据下列条件求 $m$ 的取值范围.

(1) 函数 $y=(m+3)x^2$,当 $x>0$ 时,$y$ 随 $x$ 增大而减小;当 $x<0$ 时,$y$ 随 $x$ 增大而增大;

(2) 函数 $y=(2m-1)x^2$ 有最小值;

(3) 抛物线 $y=(m+2)x^2$ 与抛物线 $y=-\frac{1}{2}x^2$ 的形状相同.

**解** (1) $m+3<0$,得 $m<-3$.

(2) $2m-1>0$,得 $m>\frac{1}{2}$.

(3) $m+2=-\frac{1}{2}$ 或 $m+2=\frac{1}{2}$,得 $m=-2\frac{1}{2}$ 或 $m=-1\frac{1}{2}$.

**说明** 本题直接运用二次函数的图象和性质.

## 智慧列车

如图 6-2-3,已知半圆的直径 $AC=2$,点 $B$ 在半圆上,点 $E$、$F$ 分别在 $AB$、$AC$ 上,且 $AE=BC$,$EF\perp AC$ 于点 $F$.

(1) 设 $BC=x$,$EF=y$,求 $y$ 关于 $x$ 的函数关系式和自变量的取值范围;

(2) 求出 $EF$ 的最大值;

(3) 画出函数图象示意图.

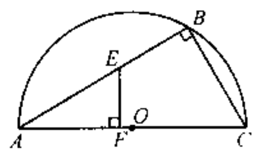



图 6-2-3

**分析** 由 $\triangle AEF\backsim\triangle ACB$,可求得 $y$ 与 $x$ 的函数关系式.

**解** (1) $\because AC$ 是直径,点 $B$ 在半圆上,$\therefore\angle ABC=90°$.

又 $\because EF\perp AC$,$\angle A=\angle A$,$\therefore \mathrm{Rt}\triangle AFE\backsim \mathrm{Rt}\triangle ABC$,

$\therefore \frac{EF}{BC}=\frac{AE}{AC}$,即 $\frac{y}{x}=\frac{x}{2}$,$\therefore y=\frac{1}{2}x^2$.

又 $\because$ 点 $E$ 在 $AB$ 上,$\therefore AE\leqslant AB$,$\because BC=AE$,$\therefore BC\leqslant AB$ 即 $x\leqslant AB$. 当 $BC=AB$ 时,$\triangle ABC$ 是等腰直角三角形,此时 $BC=\sqrt{2}$,$\therefore x$ 的取值范围是 $0<x\leqslant\sqrt{2}$.

(2) $\because a>0$,$\therefore$ 当 $x>0$ 时,$y$ 随 $x$ 的增大而增大.

$\therefore$ 当 $x=\sqrt{2}$ 时,$y_{最大值}=\frac{1}{2}\times(\sqrt{2})^2=1$.

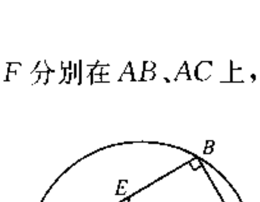



图 6-2-4

(3) 由于 $0<x\leqslant\sqrt{2}$，函数 $y=\frac{1}{2}x^2$ 的示意图如图 6-2-4 所示.

**说明** 画实际函数图象时，要根据题意确定函数关系式中自变量的取值范围，画出的图象可能只是抛物线的一部分.

## 数学万花筒

### $|a|$ 决定抛物线 $y=ax^2$ 的形状

抛物线 $y=ax^2$，当 $a$ 取 3 和 $-3$ 时，画图就可以发现抛物线 $y=3x^2$ 与 $y=-3x^2$ 可以完全重合，我们说这两条抛物线形状相同. 当 $a$ 取 $\frac{1}{2}$ 和 3 时，抛物线 $y=\frac{1}{2}x^2$ 与抛物线 $y=3x^2$ 不能重合，抛物线 $y=\frac{1}{2}x^2$ 的开口比抛物线 $y=3x^2$ 的开口大.

一般地，抛物线 $y_1=a_1x^2$ 与 $y_2=a_2x^2$，

当 $|a_1|=|a_2|$ 时，两抛物线形状相同；

当 $|a_1|>|a_2|$ 时，抛物线 $y_1$ 的开口小于抛物线 $y_2$ 的开口；

当 $|a_1|<|a_2|$ 时，抛物线 $y_1$ 的开口大于抛物线 $y_2$ 的开口.



## 课堂实践

1. 函数 $y=-\frac{3}{2}x^2$ 的图象的开口________，对称轴是________，顶点坐标________，图象有最________点（填“高”或“低”），函数有最________值（填“大”或“小”）为________，当 $x>0$ 时，$y$ 随 $x$ 增大而________.

2. 函数 $y=\frac{1}{4}x^2$ 的图象开口________，对称轴是________，顶点坐标________，图象有最________点（填“高”或“低”），函数有最________值（填“大”或“小”）为________，当 $x>0$ 时，$y$ 随 $x$ 增大而________.

3. 根据下列条件求 $m$ 的值或取值范围.

(1) 抛物线 $y=|m-2|x^2$ 与抛物线 $y=x^2$ 的形状相同；

(2) 函数 $y=(2m+5)x^2$，当 $x<0$ 时，$y$ 随 $x$ 增大而减小，当 $x>0$ 时，$y$ 随 $x$ 增大而增大；

(3) 函数 $y=(1-2m)x^2$ 有最大值；

(4) 抛物线 $y=(5m+3)x^2$ 有最低点；

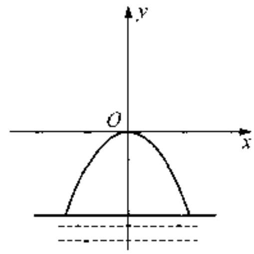
(5) 抛物线 $y=(m+2)x^2$ 过点 $(1,-2)$.

4. 有一座抛物线形拱桥，正常水位时桥下水面宽度为 20 m，拱顶距离水面 4 m.

(1) 在如图所示的直角坐标系中，求出该抛物线的解析式；

(2) 在正常水位的基础上，当水位上升 $h$(m)时，桥下水面的宽度为 $d$(m)，求出将 $d$ 表示为 $h$ 的函数解析式；

(3) 设正常水位时桥下的水深为 2 m，为保证过往船只顺利航行，桥下水面宽度不得小于 18 m. 求：水深超过多少米时，就会影响过往船只在桥下顺利航行.




(第 4 题)

## §6.2.2 二次函数的图象和性质(二)

### 问题探讨

如图 6-2-5，隧道的截面由抛物线 $AED$ 和矩形 $ABCD$ 构成，矩形的长 $BC$ 为 8 m，宽 $AB$ 为 2 m. 以 $BC$ 所在的直线为 $x$ 轴，线段 $BC$ 的中垂线为 $y$ 轴，建立平面直角坐标系. $y$ 轴是抛物线的对称轴，顶点 $E$ 到坐标原点 $O$ 的距离为 6 m.

(1) 求抛物线的解析式；

(2) 如果该隧道内设双行道，现有一辆货运卡车高4.2 m，宽 2.4 m，这辆货运卡车能否通过该隧道？通过计算说明你的结论.

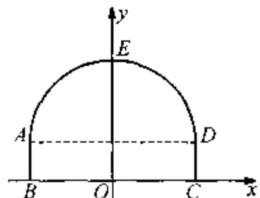



图 6-2-5

**分析** (1) 隧道的截面是抛物线由抛物线上一些特殊点坐标，可求解析式；

(2) 因为双行道，所以允许卡车通行的只有路的一半. 令 $x=2.4$求出 $y$ 的值，再与 4.2 进行比较.

**解** (1) 由图可知 $E(0,6)$，$D(4,2)$，设抛物线的解析式为 $y=ax^2+c$

将 $E$、$D$ 的坐标代入解析式得 $\begin{cases} c=6, \\ 16a+c=2. \end{cases}$

解得 $a=-\dfrac{1}{4}$，$c=6$，

$\therefore$ 抛物线的解析式为 $y=-\dfrac{1}{4}x^2+6$.

(2) 取 $x=2.4$，解得 $y=4.56>4.2$，货运卡车能通过.

**说明** 把实际图形放到直角坐标系中时，要注意距离、高度，宽度与点的坐标之间的互相转化，即由形转化为数时，要注意它的位置、所处象限、符号等的变化.

## 典型例题

**例 1** 在同一坐标系中画下列函数的图象：$y=2x^2$，$y=2x^2-3$，$y=2x^2+3$.

**解** 列表：

| $x$ | … | $-3$ | $-2$ | $-1$ | 0 | 1 | 2 | 3 | … |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y=2x^2$ | … | 18 | 8 | 2 | 0 | 2 | 8 | 18 | … |
| $y=2x^2-3$ | … | 15 | 5 | 1 | $-3$ | 1 | 5 | 15 | … |
| $y=2x^2+3$ | … | 21 | 11 | 5 | 3 | 5 | 11 | 21 | … |

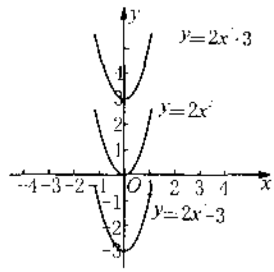


图 6-2-6

图象如图 6-2-6 所示.

**说明** 三个函数的图形形状相同，后两个函数的图象由第一个函数的图象进行了向上向下平移.

**例 2** 在同一坐标系中画函数 $y=\frac{1}{2}x^2$，$y=\frac{1}{2}(x+2)^2$ 与 $y=\frac{1}{2}(x-1)^2$ 的图象.

**解** 列表：

| $x$ | … | $-3$ | $-2$ | $-1$ | 0 | 1 | 2 | 3 | … |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y=\frac{1}{2}x^2$ | … | $\frac{9}{2}$ | 2 | $\frac{1}{2}$ | 0 | $\frac{1}{2}$ | 2 | $\frac{9}{2}$ | … |
| $y=\frac{1}{2}(x+2)^2$ | … | $\frac{1}{2}$ | 0 | $\frac{1}{2}$ | 2 | $\frac{9}{2}$ | | | … |
| $y=\frac{1}{2}(x-1)^2$ | … | | $\frac{9}{2}$ | 2 | $\frac{1}{2}$ | 0 | $\frac{1}{2}$ | 2 | … |

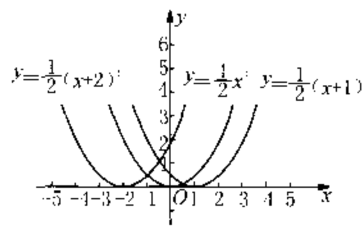


图 6-2-7

图象如图 6-2-7 所示.

**说明** 四个函数的图象形状一样，只是位置不同，第二个，第三个函数的图象分别可由第一个函数的图象向左平移 2 个单位，向右平移一个单位而得到.

**例 3** 把抛物线 $y=2x^2+1$ 分别按下列要求平移，求所得抛物线的解析式.

(1) 向下平移 5 个单位；

(2) 向左平移 3 个单位.

**分析** 平移后的抛物线与平移前形状相同，可先确定平移后抛物线的顶点，再根据顶点写平移后的抛物线的解析式.

**解** (1) $y=2x^2-4$. (2) $y=2(x+3)^2+1$.

## [illegible]列车

不画图，迅速说出抛物线 $y=2x^2-3$ 通过怎样变化得到抛物线 $y=-2x^2-3$；抛物线 $y=2(x+3)^2$ 通过怎样变化得到抛物线 $y=-2(x-4)^2$.

**分析** 抛物线 $y=2x^2-3$ 与 $y=-2x^2-3$，抛物线 $y=2(x+3)^2$ 与 $y=-2(x-4)^2$ 都是形状相同，开口方向相反，且顶点坐标不同，可先翻折，再考虑是否需要平移.

**解** 把 $y=2x^2+3$ 的图象沿 $x$ 轴翻折得到 $y=-2x^2-3$ 图象；把抛物线 $y=2(x+3)^2$ 沿 $x$ 轴翻折后得 $y=-2(x+3)^2$，将抛物线 $y=-2(x+3)^2$ 向右平移 7 个单位长度，得抛物线 $y=-2(x-4)^2$.

## 数学万花筒

### 抛物线的平移

抛物线 $y=a(x-h)^2+k$ 怎样由抛物线 $y=ax^2$ 平移得到？

我们知道抛物线 $y=3(x-1)^2$，由抛物线 $y=3x^2$ 向右平移 1 个单位得到；抛物线 $y=3(x+1)^2$，由抛物线 $y=3x^2$ 向左平移 1 个单位得到；抛物线 $y=3x^2+2$，由抛物线 $y=3x^2$ 向上平移 2 个单位得到；抛物线 $y=3x^2-2$，由抛物线 $y=3x^2$ 向下平移 2 个单位得到.

由此，我们知道，$y=a(x-h)^2$，当 $h>0$ 时，由抛物线 $y=ax^2$ 向右平移 $h$ 个单位而得到；当 $h<0$ 时，由抛物线 $y=ax^2$ 向左平移 $|h|$ 个单位而得到. 当 $k>0$ 时，再将抛物线 $y=a(x-h)^2$ 向上平移 $k$ 个单位而得到 $y=a(x-h)^2+k$；当 $k<0$ 时，再将抛物线 $y=a(x-h)^2$ 向下平移 $|k|$ 个单位而得到 $y=a(x-h)^2+k$.

## 课堂实践

1. 抛物线 $y=3x^2-\frac{1}{2}$ 的对称轴是________，顶点坐标为________，它与抛物线 $y=3x^2$ 的形状________.

2. 抛物线 $y=2\left(x+\frac{1}{3}\right)^2$ 的开口向________，对称轴为________，顶点坐标为________.

3. 把抛物线 $y=2x^2$ 向________平移________个单位，就得到 $y=2x^2-3$ 的图象.

4. 把抛物线 $y=-5(x+2)^2$ 向________平移________个单位，就得到 $y=-5x^2$

的图象.

5. 已知函数①$y=2x^2+1$;②$y=-(x-1)^2$,函数________(填序号)有最小值,当 $x=$________时,该函数的最小值是________.

6. 若抛物线 $y=a(x+m)^2$ 的对称轴为 $x=-2$,且它与 $y=-3x^2$ 的图象形状相同,开口方向相反,则$(a,m)$关于 $x$ 轴的对称点坐标为________.

7. 已知抛物线 $y=a(x+2)^2$ 过点$(1,-6)$,则函数 $y=a(x+2)^2$ 有最________值,是________.

8. 已知抛物线 $y=-3(x-1)^2$ 的图象上有两点$(x_1,y_1)$、$(x_2,y_2)$,且 $x_1<x_2<1$,则 $y_1$________$y_2$.

9. 求与抛物线 $y=x^2$ 形状相同、开口方向相反、顶点为$(0,-5)$的抛物线的解析式.

10. 指出抛物线 $y=(2x-1)^2$ 的对称轴、顶点坐标以及函数增减性.



## §6.2.3 二次函数的图象和性质(三)

### 问题探讨

已知,抛物线 $y=-2x^2+bx+c$ 的顶点坐标是$(-1,5)$,求 $b$、$c$ 的值.

**分析** 将抛物线的解析式配方,得到顶点坐标,再令其横、纵坐标分别等于$-1$,5.

**解** $y=-2x^2+bx+c=-2\left(x^2-\dfrac{b}{2}x+\dfrac{b^2}{16}-\dfrac{b^2}{16}\right)+c=-2\left(x-\dfrac{b}{4}\right)^2+\dfrac{b^2}{8}+c$.

所以顶点坐标为$\left(\dfrac{b}{4},\dfrac{b^2}{8}+c\right)$.

所以$\begin{cases}\dfrac{b}{4}=-1,\\ \dfrac{b^2}{8}+c=5.\end{cases}$ 解得 $b=-4$,$c=3$.

**说明** 配方时,常数项 $c$ 可以不放到括号内.

### 典型例题

**例1** 分别求抛物线(1) $y=x^2-3x-4$;(2) $y=x^2+2x+1$;(3) $y=x^2-x+1$ 与 $x$ 轴交点的个数.

**分析** 求图形与 $x$ 轴的交点,就是令 $y=0$,求 $x$ 的值.

**解** (1) 令 $y=0$,则 $x^2-3x-4=0$,解得 $x_1=4$,$x_2=-1$. 所以抛物线与 $x$ 轴有两个交点.