

几何光学和  
GEOMETRICAL OPTICS AND  
光学设计  
OPTICAL DESIGN

王子余 著

浙江大学出版社

OK35

2

# 几何光学和光学设计

王子余 著

浙江大学出版社

## 内 容 简 介

全书分成两部分。第一部分为几何光学，共九章，除讲述高斯光学的基本内容以外，还包括光能计算、光线追迹、像差概述和典型光学仪器等必要的内容，构成了独立的《几何光学》课程的完整体系。第二部分为光学设计，共十一章，除进一步深入讲述像差和初级像差理论外，还包含典型光学系统、特殊光学系统、光学系统设计、像质评价和光学系统自动设计等内容。二部分都有相对独立性，便于光仪专业对光学系列课程灵活设置和安排。

本书除了作高等学校教材外，也是一本有关工程技术和科研工作者很好的参考书。

## 几何光学和光学设计

王子余 著

责任编辑 陈子饶

※ ※ ※

浙江大学出版社出版

上虞汤浦印刷厂排版

萧山东湖印刷厂印刷

浙江省新华书店发行

※ ※ ※

787×1091 16 开本 29.125 印张 708 千字

1989年12月第1版 1989年12月第1次印刷

印数：00)1—2000

ISBN 7-308-00171-7

TP·0·7 定价：6.05元

# 前　　言

本书是高等学校工科光学有关专业的教材。是根据浙江大学光学仪器专业多年使用的同名课程的讲义，并参照全国光仪专业指导委员会制订的“应用光学”课程指导性教学大纲，经作适当的内容增删、章节调整和文字润饰以后编写而成的。

全书分两部分。第一部分几何光学，共九章，除讲述高斯光学的基本内容以外，还包括光能计算、光线追迹、像差概述和典型光学仪器等必要的内容，构成了独立的“几何光学”课程的完整体系。可供非光仪专业，而需了解几何光学成像知识和光学仪器基本原理的某些，诸如精密机械，量仪和医仪等专业增设“几何光学”课程时作为教材之用。第二部分光学设计，共十一章，除进一步深入讲述像差和初级像差理论以外，还包含典型光学系统，特殊光学系统、光学系统设计、像质评价和光学系统自动设计等内容。本书的编写特点是两大组成部分都有相对独立性，便于光仪专业对光学系列课程的灵活设置和安排，可以是一门大学时的课程，也可以先后分设“几何光学”和“光学设计”二门独立的短学时课程；另外，特殊光学系统一章，是考虑到近代光学技术的快速发展和新光学学科分支不断出现的情况下，有必要让学生和读者对激光光学系统、付氏变换镜头、梯折材料光学系统以及光学纤维系统等知识有一初步了解而新增加的。

本书经龙槐生教授审阅，并有周淑文副教授一起参加编写，其中，第十七和第十九两章是由她完成的。此外，周淑文同志和教研室其他有关教师还为本书编写提出了有益的一些意见和建议，在此一并致谢。

本书除作为光仪专业和其他有关专业的教材外，亦可供从事光学技术工作的技术人员参考。此外，本书内容深入浅出、文字通顺、易读易懂，还适于在工作中与光学学科交叉，需要了解光学成像和光学系统基本知识的非光学工程技术人员以及业余光学爱好者，作为自学入门的书籍。

恳切希望读者对本书提出宝贵意见，对于欠妥和不当之处，如蒙指正，将不胜感激。

编　者

1989.8月18日于浙大

# 目 录

## 第一部分 几何光学

第一章 几何光学的基本定律.....	2
§ 1-1 发光点、光线和光束.....	2
§ 1-2 光线传播的基本定律 .....	2
§ 1-3 全反射 .....	4
§ 1-4 矢量形式的折射定律和反射定律 .....	5
§ 1-5 费马原理 .....	6
§ 1-6 物、像的基本概念和完善成像条件.....	8
习题.....	11
第二章 球面和球面系统.....	12
§ 2-1 光线经单个折射球面的折射 .....	12
§ 2-2 单个折射球面的近轴光成像 .....	14
§ 2-3 物平面以细光束经球面所成的像 .....	16
§ 2-4 反射球面 .....	18
§ 2-5 共轴球面系统 .....	19
§ 2-6 透镜 .....	21
习题.....	24
第三章 平面和平面系统.....	26
§ 3-1 平面镜 .....	26
§ 3-2 双平面镜 .....	28
§ 3-3 平行平板 .....	29
§ 3-4 反射棱镜 .....	31
§ 3-5 折射棱镜 .....	39
§ 3-6 光的色散 .....	41
§ 3-7 光学材料 .....	42
习题.....	45
第四章 理想光学系统.....	47
§ 4-1 理想光学系统及其原始定义 .....	47
§ 4-2 理想光学系统的主点、主平面、焦点、焦平面和焦距 .....	47
§ 4-3 物像位置和放大率的基本公式 .....	49
§ 4-4 光学系统两焦距之间的关系 .....	51

§ 4-5 光学系统的光焦度和光线的会聚度	52
§ 4-6 理想光学系统的轴向放大率和角放大率	53
§ 4-7 光学系统的节点	55
§ 4-8 光学系统的图解求像	56
§ 4-9 光学系统的组合	58
§ 4-10 望远镜系统	65
§ 4-11 厚透镜	67
§ 4-12 实际光学系统的焦距和基点位置的计算、焦距的测定	70
习题	75
<b>第五章 光学系统中光束的限制</b>	<b>81</b>
§ 5-1 概述	81
§ 5-2 光学系统的孔径光阑,入射光瞳和出射光瞳	82
§ 5-3 光学系统的视场光阑,入射窗和出射窗	85
§ 5-4 平面上空间像的不清晰度、景深	88
§ 5-5 远心光学系统	90
习题	91
<b>第六章 光能及其计算</b>	<b>93</b>
§ 6-1 辐射能通量、光通量	93
§ 6-2 发光强度、光照度、光出射度和光亮度	96
§ 6-3 光度学中诸物理量的单位	100
§ 6-4 光束的光亮度	103
§ 6-5 光学系统光能损失的计算	105
§ 6-6 通过光学系统的光通量,像的照度	109
习题	113
<b>第七章 光线的光路计算</b>	<b>115</b>
§ 7-1 近轴光线的计算	115
§ 7-2 子午光线的光路计算	118
§ 7-3 子午光线经偏心球面时的光路计算	124
§ 7-4 沿轴外点主光线的细光束像点的计算	126
§ 7-5 空间光线的光路计算	132
§ 7-6 光线经非球面时的光路计算	139
习题	141
<b>第八章 像差概述</b>	<b>143</b>
§ 8-1 球差	143
§ 8-2 薄差	147
§ 8-3 像散和像面弯曲	150
§ 8-4 畸变	152
§ 8-5 位置色差	154
§ 8-6 倍率色差	157
习题	158

<b>第九章 典型光学仪器</b>	159
§ 9-1 眼睛	159
§ 9-2 放大镜	167
§ 9-3 显微镜	169
§ 9-4 望远镜系统	179
§ 9-5 摄影光学系统	194
§ 9-6 放映系统	200
习题	205

## 第二部分 光学设计

<b>第十章 球差</b>	210
§ 10-1 单个折射球面的球差和光学系统中各面的球差分布	210
§ 10-2 折射球面产生球差正负的判断及物距对球差的影响	216
§ 10-3 初级球差	213
§ 10-4 薄透镜和薄透镜系统的初级球差	212
§ 10-5 平行平板的球差	228
§ 10-6 带球差和高级球差	224
习题	226
<b>第十一章 正弦差</b>	228
§ 11-1 正弦条件	228
§ 11-2 赫歇尔条件	230
§ 11-3 等晕成像和等晕条件	231
§ 11-4 正弦差的分布	234
§ 11-5 薄透镜和薄透镜系统的初级正弦差	237
习题	238
<b>第十二章 轴外像差</b>	240
§ 12-1 轴外像差概述	240
§ 12-2 初级轴外像差的一般表示式	241
§ 12-3 蔚差	247
§ 12-4 仅具初级蔚差时的光束结构	249
§ 12-5 初级像散和像面弯曲	251
§ 12-6 具有初级像散和像面弯曲时的光束结构	255
§ 12-7 匹兹伐和及其校正方法	257
§ 12-8 畸变分布和初级畸变	258
习题	269
<b>第十三章 色差</b>	262
§ 13-1 初级位置色差	262
§ 13-2 平行平板的位置色差	264

§ 13-3 薄透镜和薄透镜系统的初级位置色差	264
§ 13-4 二级光谱	268
§ 13-5 初阶倍率色差	271
§ 13-6 薄透镜系统的初级倍率色差	274
§ 13-7 光学系统消像差谱线的选择	276
习题	277
<b>第十四章 像差综述</b>	<b>278</b>
§ 14-1 像差计算综述	278
§ 14-2 像差特性曲线	280
§ 14-3 平行平板的初级像差系数	282
§ 14-4 对称光学系统的像差特性	282
§ 14-5 初级像差和光阑位置的关系	283
§ 14-6 光阑像差及其与物面像差的关系	285
§ 14-7 初级像差系数与物面位置的关系	286
§ 14-8 $P$ 、 $W$ 形式的初级像差系数	287
§ 14-9 基本像差参量	289
§ 14-10 单个薄透镜的基本像差参量	292
§ 14-11 双胶合薄透镜组的基本像差参量	295
§ 14-12 $P$ 、 $W$ 方法计算实例	299
习题	303
<b>第十五章 波像差</b>	<b>305</b>
§ 15-1 轴上点的波像差及其与球差的关系	305
§ 15-2 轴外点的波像差及其与垂轴像差的关系	311
§ 15-3 波像差的一般表示式	314
§ 15-4 参考点移动产生的波像差，焦深	316
§ 15-5 色差的波像差表示	316
§ 15-6 球色差，几何色差与波色差的关系	319
§ 15-7 光学系统的像差容限	319
习题	321
<b>第十六章 典型光学系统</b>	<b>323</b>
§ 16-1 显微镜物镜	323
§ 16-2 望远镜物镜	327
§ 16-3 目镜	330
§ 16-4 摄影物镜	333
<b>第十七章 特殊光学系统</b>	<b>342</b>
§ 17-1 激光光学系统	342
§ 17-2 梯度变折射率透镜	358
§ 17-3 光学纤维	365
习题	373
<b>第十八章 典型光学镜头设计</b>	<b>374</b>

§ 18-1 简单物镜设计	374
§ 18-2 凯涅尔目镜设计	382
§ 18-3 匹兹伐型放映物镜设计	385
§ 18-4 双高斯型摄影物镜的设计	388
§ 18-5 像差校正的一些常用方法	398
习题	401
<b>第十九章 像质评价</b>	<b>403</b>
§ 19-1 斯特列尔(Strehl)判断	403
§ 19-2 瑞利判断	405
§ 19-3 分辨率	406
§ 19-4 点列图	408
§ 19-5 光学传递函数	408
习题	416
<b>第廿章 光学自动设计</b>	<b>416</b>
§ 20-1 概述	416
§ 20-2 评价函数及其构成	418
§ 20-3 阻尼最小二乘法	420
§ 20-4 边界条件的处理	427
<b>附表</b>	<b>430</b>

# 第一部分 几何光学

在科学技术、国防和人类生活的各个领域内，使用着种类繁多的光学仪器。其中的光学系统自然地因用途和要求的不同而千差万别，但是其基本功能，或者是传输光能，或者是对所研究的目标成像，则是共同的。因此，研究光的传播和光学成像的规律对光学仪器来说，是有本质意义的。

光就其本质来说是电磁波。它按波动理论来传播，其振动方向垂直于传播方向。这可由光的干涉、衍射和偏振等众多现象所清楚表明。按照这一理论，任何一个光源都是一个波源，向四周辐射电磁波。由点光源或光源上一点发出的波在传播过程中的某一时刻，其振动位相相同的点所构成的面称为波阵面或波面。光的传播正是这种波面的传播。用波面的观点来讨论光经透镜或光学系统时的传播规律和成像问题当然也是可以的，但这样做会造成计算和处理上的很大困难，不便于在解决实际的光学技术问题时应用。

若把光源或物体看成是由许多几何点组成，并把由这种点发出的光抽象成象几何线一样的光线，那么，只要讨论光线的传播来研究这种点经光学系统的成像，问题就会变得非常简便和实用。这种撇开光的波动本性，仅以光线为基础来研究光的传播和成像问题的光学学科分枝称为几何光学。因此，几何光学所研究的只是一种对真实情况的近似处理方法。但尽管如此，按此方法所解决的有关光学系统的成象、计算和设计等方面光学技术问题，在大多数场合下与实际情况相符。所以，几何光学有很大的实用意义，是研究光学仪器理论必不可少的基础。

按照几何光学的观点，被成像的物体是一几何点时，如果光学系统是理想的，其像也是一个几何点。按此，两个虽无限靠近但并不重合的几何点经系统成像后，两个像点仍应是能分得开的。这显然与实际情况不符。由于物点发出的波面受光学系统有限孔径的限制而衍射，实际的像是一个具有一定能量分布的衍射图样，其中心亮斑（称艾利斑）已具有一定大小。这样，当两个物点靠近到一定程度时，两个衍射像斑就会重叠到使人难以辨认出那是两个点。这就是光学仪器的分辨率问题，它是无法由几何光学来解决的。遇到这种问题以及其它如光学系统的成像质量评价等与光的干涉和衍射有关的问题时，就不能完全依靠几何光学，而必须同时应用光的波动理论才能获得完满的解决。

主要依靠几何光学中建立起来的一套理论和方法，必要时辅以波动光学理论，能成功地解决各种光学系统的有关计算和设计问题。作为一个光学工作者，学习和掌握好几何光学无疑是非常重要的。

# 第一章 几何光学的基本定律—— 光线的传播和物、像的基本概念

## § 1-1 发光点、光线和光束

通常讨论光学系统对物体成像时，以点作为基本成像元素。这是因为物体总可看成是由点组成的。通过对若干物点成像的研究，自然可全面了解对物体的成像情况。这种点称之为发光点或物点，它们可以是本身发光的，也可以是被其它光源照明后发光的。在几何光学中，我们把发光点看作是一个既无大小又无体积，但能辐射能量的几何点，它向四周发出如几何线那样的光线，携带着光能向外传播。

显然，几何光学的这种发光点和光线的概念是经简化了的抽象概念，是实际上所不能存在的。一个实际的光源总有一定大小，才能容有能量。从物理意义来说，一个光源只要其大小与作用距离相比可忽略不计时就可认为是发光点或点光源，例如宇宙中体积十分庞大的星体，对地球上的观察者来说就是一个点光源。至于光线，由于光的衍射影响，要从光源发出的光能中将其分离出来也是不可能的。几何光学中之所以引入这种发光点和光线的概念是为了把本为十分复杂的光学成像和光能传播问题归结为光线的传播问题，从而可利用简单的数学方法来方便的描述和解决之。

按照光的波动理论，由点光源或光源上一点发出的电磁波可看作是以波面的形式向四周推进。若光所处的介质为各向同性的均匀介质，电磁波面向各方向的传播速度相同，则不同时候的波面为一系列以发光点为中心的球面波，光能就是沿着波面的法线方向传播的。因此，我们可把上述几何光学中的光线看作是波动光学中波面的法线，而将波面的法线束称为光束。随着所考察波面与发光点之间距离的不同，有球面波和平面波之分。平面波对应于平行光束，表示由无限远处发光点发出；球面波对应于同心的发散光束和会聚光束，统称为同心光束。以后将会看到，同心光束经透镜或未经精心设计过的光学系统以后会丧失其同心性，此时所对应的波面为非球面，可能是轴对称的，也可能是非轴对称的。

## § 1-2 光线传播的基本定律

几何光学把从发光点或物点发出的光看作是光线，从而可把光经光学系统的传播问题和物点的成像问题归结为光线的传播问题，使问题大为简化。光线的传播基于以下四个基本定律。

### 一、光的直线传播定律

这一定律说，在各向同性的均匀介质中，光在二点之间沿直线传播，或者说，在这种介质中，光线都是直线。

用光的直线传播定律可以很好地解释本影、半影和日蚀、月蚀等现象，很多光学测量以及  
试读结束：需要全本请在线购买：[www.ertongbook.com](http://www.ertongbook.com)

光学仪器的其它应用也都以这一定律为基础，因此这是一个反映客观现象的带有普遍性的规律。但是，这一定律并不是在所有场合下都正确的。当光传经小孔时，光的衍射现象将明显地表现出来，使过小孔的光除了向原来的直线方向继续传播外，还要向其它方向衍射光能，后者偏于原方向的角度  $\alpha$  为：

$$\sin \alpha = K \lambda / D \quad (1-1)$$

式中： $\lambda$  是波长， $D$  是小孔直径， $K$  为衍射级数。可见，对一定波长的色光而言，孔径越小，偏离于直线传播的程度越明显，除非光波的波长为零。也就是说，以光线和光的直线传播为基础的几何光学忽略了光的波动性质，把波长认为是零的一种近似情况。

## 二、光的独立传播定律

这一定律告诉我们，以不同途径传播的光同时在空间某点通过时，彼此互不影响，各路光好象其它光线不存在似地独立传播着。而在各路光相遇处，其光强度是简单地相加，总是增强的。

光的独立传播定律也只在不考虑光的波动性质时才是正确的。由波动光学可知，从光源上同一点发出的光经不同途径传播以后再相遇于某点时，其合成作用不能简单地相加，而是要根据两路光之间的光程差来决定该点的光强度，不会总是加强，也可能是减弱的。这就是光的干涉现象。

光在同一介质中的传播规律就如上述。当光传播到两种介质的光滑分界面时，随着界面的性质不同，继续传播的光线，或返回原介质，或进入另一介质。前者称为光的反射，返回原介质的反射光线按反射定律传播；后者称为光的折射，进入另一介质的折射光线按折射定律传播。一般而言，抛光的金属镜面为反射界面，使入射于其上的光线发生反射；两种透明介质的光滑分界面为折射界面，使入射的光线发生折射。

## 三、光的反射定律

如图 1-1 所示，入射光线  $AO$  在反射界面  $PQ$  上的  $O$  点反射后，由  $OC$  方向射出。 $ON$  为界面上入射点处的法线。入射光线与法线的夹角  $I$  称为入射角；反射光线与法线的夹角  $I''$  称为反射角。

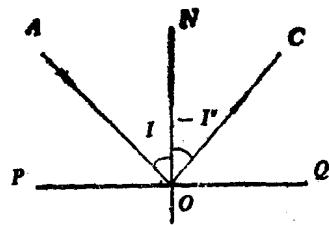


图 1-1

反射定律说：1) 反射光线位于由入射光线和法线所构成的平面内；2) 反射光线、入射光线分别位于法线两侧，与法线夹相同大小的角度，即：

$$I'' = -I \quad (1-2)$$

## 四、光的折射定律

图 1-2 中画出了入射光线  $AO$  经折射界面  $PQ$  上的  $O$  点折射的情况。 $OB$  为折射光线， $NN'$  为界面上入射点处的法线。折射光线与法线的夹角  $I'$  称为折射角。

折射定律说：1) 折射光线位于由入射光线和法线所构成的平面内；2) 折射角与入射角的正弦之比与入射角的大小无关，仅由两介质的性质决定，在一定的温度和压力下，对一定波长的光线而言，其比值为一常数，等于前一介质与后一介质的折射率之比，即

$$\frac{\sin I'}{\sin I} = \frac{n}{n'} \quad (1-3')$$

或

$$n' \sin I' = n \sin I \quad (1-3)$$

式中,  $n$  和  $n'$  分别是入射和折射介质的折射率, 是介质的绝对折射率, 即介质相对于真空的相对折射率的简称。折射率是表征透明介质光学性质的重要量值之一。我们知道, 光在不同介质中的传播速度各不相同, 在真空中光速最快, 以  $C$  表示。介质的折射率正是描述光在该介质中传播速度  $V$  减慢程度的一个量, 即为:

$$n = \frac{C}{V} \quad (1-4)$$

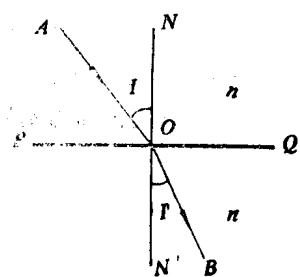


图 1-1

真空的折射率为 1。空气的折射率在标准大气压(760 毫米汞柱\*)和标准温度(20℃)下, 对于波长为  $\lambda = 0.5893$  微米的钠光, 其值为 1.000272, 与真空的折射率相差甚微, 所以为方便计, 常以介质相对于空气的相对折射率作为该介质的折射率。

在图 1-1 和 1-2 中, 若令  $CO$  和  $BO$  为入射光线, 则根据反射定律和折射定律, 光线必由  $OA$  方向射出。这说明光线的传播是可逆的。此即光路的可逆性。

再若假定  $n' = -n$ , 则从折射定律的数学表示式(1-3)可得  $I' = -I$ , 此即反射定律。所以反射定律可认为只是折射定律在  $n' = -n$  时的特殊情况, 从而也可认为空气中的反射界面是折射率分别为 1 和 -1 的两种介质的光滑分界面。

应用光的反射和折射定律, 并辅以简单的数学手段, 可以方便地求知光线经任何界面时继续传播的方向, 再结合光的直线传播定律, 就可进而解决任何一条光线经整个光学系统的传播问题, 求出其光路。这样, 就为研究光学系统的成像问题提供了必要的基础。

### § 1-3 全 反 射

当光射至两种不同透明介质的光滑分界面时, 在发生折射的同时, 还伴随一小部分光能的反射。但在特定条件下, 该界面可以将入射光能全部反射回原介质而无折射发生, 这就是光的全反射。

习惯上, 我们把界面两边折射率相对较大的那个介质称为光密介质, 折射率较小的那个介质称为光疏介质。当光线由光疏介质向光密介质传播, 即  $n' > n$  时, 由公式  $n' \sin I' = n \sin I$  可知,  $I' < I$ , 折射光线偏向法线。在此情况下, 入射角  $I$  由小增大, 直到掠入射( $I = 90^\circ$ ), 折射定律都能满足, 光线都能从界面折射入光密介质, 因此不会发生全反射。

反之, 若光线由光密介质向光疏介质传播, 因  $n' < n$ , 则  $I' > I$ , 折射光线偏离法线, 如图 1-3 所示。在此情况下, 逐渐增大入射角  $I$  到某一程度时, 折射角  $I'$  达  $90^\circ$ , 使折射光线沿界面掠射而出。与此相应的入射角  $I_m$  称为临界角, 可由折射定律的数学表示式 1-3 决定

$$\sin I_m = \frac{n'}{n} \sin 90^\circ = \frac{n'}{n} \quad (1-5)$$

若入射角继续增大, 使  $I > I_m$ , 则有  $\sin I' > 1$ , 显然这是不可能的。这表示, 对于那些入射角大于临界角  $I_m$  的光线, 折射定律对它们已不适用。实验表明, 这些光线不能折射入另一介质, 而

\* 新的法定计量标准为 Pa(帕). 1 mmHg = 133.32 Pa.

将按反射定律在界面上被全部反射回原介质。

全反射现象在光学仪器中有着重要的应用，例如，为了转折光路可以使用全反射棱镜。图 1-4 所示等腰直角棱镜是最常用的一种全反射棱镜，只要光束孔径角  $2U$  在一定范围内时，其所有光线在斜面  $AB$  上的入射角都大于临界角，因而可以在该面上发生全反射。

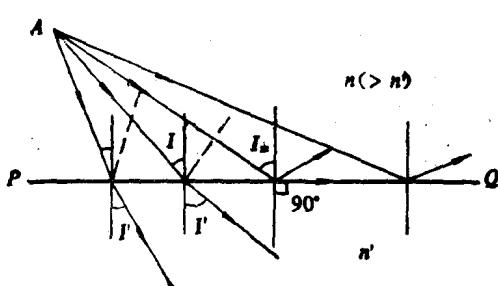


图 1-3

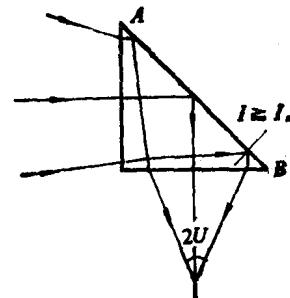


图 1-4

现在已普遍使用的光学纤维也是利用全反射原理来传输光的。单根光纤由内外两层透明介质，即高折射率玻璃的芯子和低折射率玻璃的包皮所构成，如图 1-5 所示。从光纤一端耦合进的光束中，在芯子材料和包皮材料的分界面上入射角大于临界角的那些光线将在该界面上连续全反射，直至传到光纤的另一端射出端面。将大量单根光纤按序排列成纤维束，并把两端截平磨光，即可作传像（如纤维胃镜）和传光（如照明用导光索）之用。另外，光纤在光通信中更是有广泛的应用。当然，随着用途不同，光纤的直径，排列和对材料的要求等都是不相同的。



图 1-5

#### § 1-4 矢量形式的折射定律和反射定律

要求知任何一条光线经界面折射或反射以后的方向，特别是当界面在空间分布复杂，或光线是三维空间中的空间光线时，应用矢量形式的折射定律和反射定律来计算较为方便。

如图 1-6 所示， $\mathbf{A}_0$  和  $\mathbf{A}'_0$  分别是沿入射光线和折射光线的单位矢量， $\mathbf{N}$  为沿法线的单位矢量。法线矢量的方向是从入射介质到折射介质。按此，折射定律的数学式（1-3）可表示为如下的矢量写法：

$$n'(\mathbf{A}'_0 \times \mathbf{N}) = n(\mathbf{A}_0 \times \mathbf{N})$$

显然， $n'\mathbf{A}'_0$  为长度为  $n'$  的折射光线矢量， $n\mathbf{A}_0$  是长度为  $n$  的入射光线矢量，分别令其为  $\mathbf{A}'$  和  $\mathbf{A}$ ，则上式可写成：

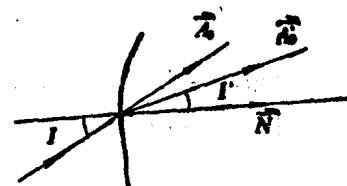


图 1-6

$$\mathbf{A}' \times \mathbf{N} = \mathbf{A} \times \mathbf{N}$$

或

$$(\mathbf{A}' - \mathbf{A}) \times \mathbf{N} = 0$$

无论是矢量  $(\mathbf{A}' - \mathbf{A})$  还是矢量  $\mathbf{N}$  都不可能为零, 因此, 此两矢量必定是互相平行的(或正向平行, 或反向平行)。故可将上式表示为:

$$\mathbf{A}' - \mathbf{A} = PN$$

式中,  $P$  为待定常数, 其值易于确定。用  $\mathbf{N}$  对上式的两边作标积, 得

$$\mathbf{P} = \mathbf{N} \cdot (\mathbf{A}' - \mathbf{A}) = n' \cos I' - n \cos I$$

当  $n' > n$  时,  $I' < I, \cos I' > \cos I$ , 则  $P > 0$ , 表示在这种情况下, 矢量  $\mathbf{A}' - \mathbf{A}$  和  $\mathbf{N}$  正向平行, 如图 1-7(a) 所示。反之, 在  $n' < n$  的情况下,  $P < 0$ , 两矢量为反向平行, 如图 1-7(b) 所示。

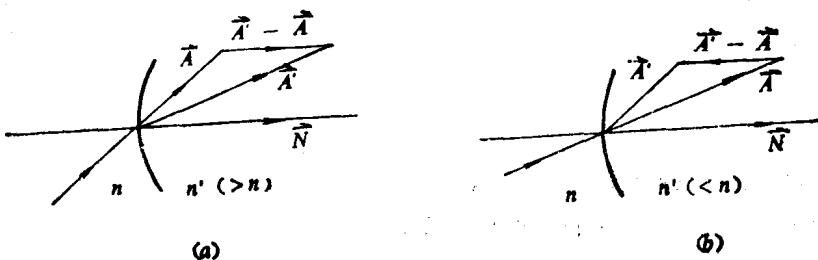


图 1-7

由于  $n' \cos I' = \sqrt{n'^2 - n'^2 \sin^2 I'} = \sqrt{n'^2 - n^2 + n^2 \cos^2 I}$ , 因此,

$$P = \sqrt{n'^2 - n^2 + n^2 \cos^2 I} - n \cos I = \sqrt{n'^2 - n^2 + (N \cdot \mathbf{A})^2} - N \cdot \mathbf{A} \quad (1-6)$$

$$\mathbf{A}' = \mathbf{A} + PN \quad (1-7)$$

这就是矢量形式的折射定律, 应用它就可由已知的入射光线矢量  $\mathbf{A}$  和法线矢量  $\mathbf{N}$  求得折射光线的矢量  $\mathbf{A}'$ 。式中的  $P$  值可由(1-6)式求得。

矢量形式的反射定律, 可以在  $n' = -n$  的情况下直接由矢量形式的折射定律得到, 只是式中的  $P$  具有不同的数值而已。由于  $n' = -n$  时有  $I' = -I$ , 则可得:

$$P = n' \cos I' - n \cos I = -2n \cos I = -2(N \cdot \mathbf{A})$$

将其代入(1-7)式即可得矢量形式的反射定律:

$$\mathbf{A}'' = \mathbf{A} - 2N(N \cdot \mathbf{A}) \quad (1-8)$$

## § 1-5 费马原理

光的直射以及反射与折射定律表达了光的传播规律, 而费马原理则是从光程的观点来描述光传播规律的更具普遍意义的定律。

所谓光程  $s$ , 是光在介质中所经过的几何路程  $l$  与该介质折射率  $n$  的乘积, 即

$$s = nl \quad (1-9)$$

由于  $n = \frac{c}{v}$ ,  $l = vt$ , 则

$$s = ct \quad (1-10)$$

故光程相当于光在介质中走过  $l$  这段路程的时间  $t$  内, 从真空中所走过的几何路程。光程的概

念在以后有重要的应用。

费马原理可表述为：光从一点到另一点是沿光程为极值的路程传播的，或者说，光沿光程为极小、极大或常量的途径传播。故费马原理又称极端光程定律。

若光在非均匀介质中传播，其所走途径不是直线，如图 1-8 所示。此时，为求由 A 点到 B 点的光程，须将几何路程分成许多微小的线段  $dl$ ，在每一微小线段上折射率可视为不变，则与线段元相应的光程为  $ds = n \cdot dl$ ，从 A 点到 B 点的总光程为：

$$s = \int_A^B ds = \int_A^B n \cdot dl$$

根据费马原理，此光程应具极值。 $s$  为极值的条件是上式定积分的一次变分为零，即

$$\delta s = \delta \int n \cdot dl = 0 \quad (1-11)$$

这就是费马原理的数学表达式。

费马原理是描述光线传播规律的最基本的定律。前述光的直线传播、反射和折射定律皆寓于其中，或者说，遵循这些定律传播的光线必须符合费马原理。

对于均匀介质，根据两点间以直线为最短的几何公理，应用费马原理可直接解释光沿直线传播的必然性。至于反射和折射定律，也可利用费马原理直接推出。

**反射的情况：**如图 1-9，若从 A 点发出在反射面上 O 点反射至 B 的光线符合费马原理，则其光程  $AO + OB$  必为最短。作 B 相对于镜面对称的点 C，有  $OB = OC$ ，则  $AO + OC$  也必为最短， $AOC$  必在一条直线上。有

$$\angle BOP = \angle COP = \angle AOP \quad \therefore \angle AON = \angle BON$$

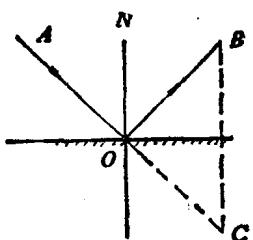


图 1-9

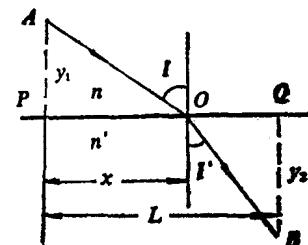


图 1-10

即反射角与入射角相等。这就证明了由 A 至 B 的最短路程的光线必满足反射定律。

**折射的情况：**如图 1-10，从 A 点发出经由折射界面上 O 点传播到 B 点的具有最短光程的光线必遵守折射定律。分别从 A、B 点作界面的垂线 AP、BQ 并令其长度分别为  $y_1$  和  $y_2$ 。于是可将从 A 点到 B 点的光程表示为：

$$(AOB) = n \cdot AO + n' \cdot OB = n \sqrt{x^2 + y_1^2} + n' \sqrt{(L-x)^2 + y_2^2}$$

$x$  为何值时光程具有极值？其条件应为：

$$\frac{d(AOB)}{dx} = 0$$

微分上面的光程公式并令其为零，得

$$n \sqrt{\frac{x}{x^2 + y_1^2}} - n' \sqrt{\frac{L-x}{(L-x)^2 + y_2^2}} = 0$$

由图显见，上式中第一和第二项的比值分别为  $\sin I$  和  $\sin I'$ ，故得

$$n \sin I - n' \sin I' = 0$$

此即折射定律。

上面两例说明，在以平面为界面的情况下，按反射定律和折射定律行进的光线，其光程为极小值。

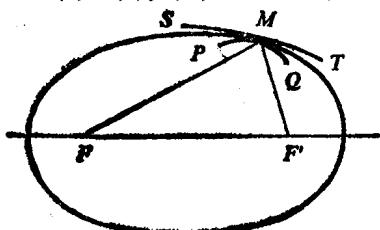


图 1-11

但必须指出，光程的一次导数等于零不仅是极小值的条件，也可以是极大值的条件。当以曲面为界面发生反射或折射时，随曲面的性质和曲度的不同，实际的光程可能是极小，也可能是极大，还可能是常量。例如如图 1-11 所示以  $F$  和  $F'$  为焦点的椭球反射面。从椭球面的性质可知，由两焦点引至椭球面上任意一点的两直线之和为一常数，因此，由  $F$  点发出的所有光线不论

从界面上那一点反射至  $F'$  点，其光程皆相等，即

$$(FF') = FM + MF' = \text{常数}$$

这是光程为常量的例子。这样的面，对  $F$  和  $F'$  点来说，谓之等光程面。

图 1-11 中还画出了两个均与椭球面相切于  $M$  点的反射面  $PQ$  和  $ST$ ， $FM$  和  $MF'$  也为其实射光线和反射光线。显然，对这两个面来说，光程  $(FMF')$  均为一极值。但其中的  $PQ$  面因比椭球面更凹，因此光程  $(FMF')$  为其极大值；而  $ST$  面，因其曲度比椭球面小， $(FMF')$  将是该面的最短光程。

## § 1-6 物、像的基本概念和完善成像条件

光学仪器中的光学系统由一系列折射和反射表面组成。这些表面中，主要是折射球面，也可以有平面和非球面。

各表面曲率中心均在同一直线上的光学系统称为共轴光学系统。各曲率中心所在的这条直线叫光轴。实际的光学系统绝大部分属共轴系统，非共轴光学系统只在小数仪器中使用。

若有一以  $A$  为顶点的入射光束经光学系统的一系列表面折射或反射以后，变为以  $A'$  为顶点的出射光束，如图 1-12 所示，那么，我们就称  $A$  为物点， $A'$  为物点  $A$  被该系统所成的像点。若象图示那样，物、像点由实际光线相交而成，则称实的，是实物成实像的情况。若物像点由光线的延长线相交而成，则称为虚的。如图 1-13 所示， $A$  是虚物点， $A'$  是虚像点，是虚物被凹透镜成虚像的情况。需指出，虚物不能人为设置，也不能独立存在，它只能被前面另一透镜或系统给出。

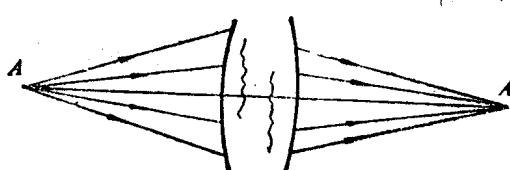


图 1-12