21 世纪高等院校经典教材同步辅导

ERSHIYISHIJIGAODENGYUANXIAOJINGDIANJIAOCAITONGBUFUDAO

# 物 理 学

## 全程导学及习题全解

### 第四版

苗明川 主编 胡涛 副主编 祁祥麟 主审

◆知识归纳 梳理主线重点难点

◆习题详解 精确解答教材习题

◆提高练习 巩固知识迈向更高

中国时代经济出版社
China Modern Economic Publishing House

21世纪高等院校经典教材同步辅导
ERSHIYISHIJIGAODENGYUANXIAOJINGDIANJIAOCAITONGBUFUDAO

# 物 理 学

## 全程导学及习题全解

### 第四版

苗明川 主编 胡涛 副主编 祁祥麟 主审
编委 沈良明 吴华森 徐志昆 魏兴

◆知识归纳 梳理主线重点难点
◆习题详解 精确解答教材习题
◆提高练习 巩固知识迈向更高

中国时代经济出版社
China Modern Economic Publishing House

**图书在版编目（CIP）数据**

物理学全程导学及习题全解/苗明川主编．—北京：中国时代经济出版社，2006.2

（21世纪高等院校经典教材同步辅导）

ISBN 7-80169-895-9

Ⅰ．物…　Ⅱ．苗…　Ⅲ．物理学-高等学校-教学参考资料　Ⅳ．04

中国版本图书馆CIP数据核字（2005）第157156号

# 物理学全程导学及习题全解

苗明川　主编

| | |
|---|---|
| 出 版 者 | 中国时代经济出版社 |
| 地　　址 | 北京东城区东四十条24号<br>青蓝大厦东办公区11层 |
| 邮政编码 | 100007 |
| 电　　话 | (010)68320825(发行部)<br>(010)88361317(邮购) |
| 传　　真 | (010)68320634 |
| 发　　行 | 各地新华书店 |
| 印　　刷 | 北京白帆印务有限公司 |
| 开　　本 | 787×1092　1/16 |
| 版　　次 | 2006年2月第1版 |
| 印　　次 | 2006年2月第1次印刷 |
| 印　　张 | 21.625 |
| 字　　数 | 500千字 |
| 印　　数 | 1～5000册 |
| 定　　价 | 25.00元 |
| 书　　号 | ISBN 7-80169-895-9/G·378 |

# 内 容 简 介

本书是根据高等教育出版社出版的，东南大学等七所工科院校合编，马文蔚改编的《物理学》(第四版)所编写的学习辅导及教学参考书。全书紧扣教材内容，对教材中的相应内容进行了系统的归纳和总结，有助于读者全面掌握基本知识。编写的重点在于对原教材全部习题的精解详答，并在给出解答过程的同时，阐述了解题的脉络与依据，逻辑严谨，深入浅出，叙述详尽易懂，希望读者从本书中得到的不仅是题目的答案，更重要的是求解的过程和方法以及思考问题的方式。本书还精选了相应知识点的补充习题，让学有余力的同学可以有的放矢，开拓思路，将所学内容融会贯通。

本书可以作为高等院校在校学生及自考生学习《物理学》课程教学辅导材料和复习参考书、考研强化复习的指导书和教师的教学参考书。

# 前　言

物理学是理工科大学生必须学习和掌握的一门重要的基础学科，它是学好其他各专业基础课乃至专业课的基石，很多高等学校都将物理学列为核心课程之一。在学习中，应注重理解和掌握物理学的基本概念和规律，对所研究的问题建立起清晰的物理图象，有助于同学们分析和解决问题。

东南大学等七所工科院校合编，马文蔚改编的《物理学》(第四版)一书是“面向21世纪”系列教材之一，是在前三版的基础上，立足于革新，以适应21世纪我国多数工科院校大学物理课程的教学需要而进行的改版，较之前一版更趋于完善。为了更好地配合《物理学》(第四版)的使用，给学生的学习提供帮助，我们编写了这本习题详解。

本书共分为二十章，与《物理学》(第四版)每一章相对应。每章都包括知识要点、问题解答、习题全解、能力提高题及解答等部分。

知识要点是对本章的重要知识点、计算公式、定理等做一个总体的归纳，让读者对本章的要点一目了然。并对本章重难点、思想方法的总结和归纳，有助于对本章内容的学习和整体把握。

问题解答部分对本章后的问题都逐题作了详细的阐述，使读者能够更加深刻地理解和掌握本章内容。

习题全解部分对每一道习题都作了尽可能详尽的解答，解题中所用到的知识点都予以了说明，让读者能够充分了解到每章习题的类型和考察的知识点，从而在做题中得到锻炼以至得心应手。为了方便起见，这两部分的题号与《物理学》(第四版)保持一致。

能力提高题及解答部分我们精选了一些经典而又有一定难度的习题并作了详细解答，以适合学有余力的学生。

要学好物理，就需要认真地做一些习题，做题能够使学生对相关的物理学基本概念和规律有进一步的认识。本书对解题方法和技巧的运用和介绍希望能使读者举一反三、触类旁通，拓宽分析问题的思路，提高解决问题的能力。

本书由苗明川、胡涛、沈良明、吴华森、徐志昆、魏兴等编写。全书由祁祥麟教授

主审。祁祥麟教授高深的造诣和一丝不苟的工作精神，使编者受益匪浅，更使本书水准大为提高，编者对此深表感谢与敬意。本书还得到徐则达、张时升等给予大力支持和帮助，编者对此深表感谢。

本书在编写过程中得到中国时代经济出版社的领导和有关编辑、北京航空航天大学物理系领导和教师的帮助、支持，在此表示衷心的感谢！对《物理学》教材作者马文蔚等老师，表示衷心的谢意！

由于时间仓促，编者的水平有限，书中的错误和不妥之处在所难免，敬请读者批评指正。

**编　者**

**2006年元月**

# 目　　录

# 第一章　质点运动学

## 本章知识要点

### 1. 质点运动的描述

(1) 参考系：为描述物体的运动而选的标准参考物(或物体系)叫做参考系.

(2) 质点：研究物体运动时忽略其大小和形状，或者只考虑其平动，就可视其为一个具有一定质量的点，即质点.

(3) 位矢：始于质点所在坐标系的原点，终于质点在 $t$ 时刻的位置的一个有向线段 $\boldsymbol{r} = x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j} + z\boldsymbol{k}$.

(4) 运动方程：质点运动时其位矢随时间变化的方程 $\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}(t)$.

(5) 位移：反映位矢变化的矢量，由初始位置指向变化后位置的有向线段.

(6) 平均速度：质点的位移 $\Delta\boldsymbol{r}$ 与其所用时间 $\Delta t$ 之比，记为 $\boldsymbol{v} = \dfrac{\Delta\boldsymbol{r}}{\Delta t}$

(7) 瞬时速度：简称速度，平均速度的极限值 $\boldsymbol{v} = \lim\limits_{\Delta t\to 0}\dfrac{\Delta\boldsymbol{r}}{\Delta t} = \dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}$

(8) 速度的方向：质点作曲线运动时，它在某一点的速度方向就是沿该点曲线的切线方向.

(9) 加速度：速度的变化率. 平均加速度的极限值叫做瞬时加速度，$\boldsymbol{a} = \lim\limits_{\Delta t\to 0}\dfrac{\Delta\boldsymbol{v}}{\Delta t} = \dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}$. 加速度既反映速度大小的变化，又反映其方向变化 $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{a}_t + \boldsymbol{a}_n$.

(10) 切向加速度：$\boldsymbol{a}_t = \dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{e}_t$ 是加速度在切线方向上的分量.

(11) 法向加速度：$\boldsymbol{a}_n = v\dfrac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{e}_n = \dfrac{v^2}{\rho}\boldsymbol{e}_n$，是加速度在垂直于切线方向上的分量，圆周运动中也称向心加速度.

### 2. 加速度为恒矢量时的质点运动

(1) 由运动方程求运动状态

(2) 由运动状态求运动方程

### 3. 圆周运动

(1) 速度：角坐标 $\theta(t)$ 随时间的变化率即 $\mathrm{d}\theta/\mathrm{d}t$，叫做角速度. $\omega = \dfrac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}$

(2) 加速度：角速度随时间的变化率，叫做角加速度. $\alpha = \dfrac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}$

### 4. 相对运动

(1) $\boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}' + \boldsymbol{u}$　质点相对基本参考系的绝对速度 $\boldsymbol{v}$，等于运动参考系相对基本参考系的牵连速度 $\boldsymbol{u}$ 与质点相对运动参考系的相对速度 $\boldsymbol{v}'$ 之和，即伽利略速度变换式.

## 问题解答

**1－1**　在一艘内河轮船中，两个旅客有这样的对话：

甲:我静静地坐在这里好半天了,我一点也没有动.

乙:不对,你看看窗外,河岸上的物体都飞快地向后掠去,船在飞快前进,你也在很快地运动.

试把他们讲话的含意阐述得确切一些,究竟旅客甲是运动还是静止?你如何理解运动和静止这两个概念.

**答:**甲、乙二人的话都是对的,只是他们所选的参考系不同而已.取船为参考系,甲是静止的,而取河岸为参考系,甲是随船一起运动的."静止"只是一个相对的概念,取决于所选参考系,而运动是绝对的,但对于不同的参考系得到的结论也不同. 、

**1－2** 有人说:"分子很小,可将其当作质点;地球很大,不能当作质点."对吗?

**答:**不对.分子虽小,但若研究分子间的作用,分子的振动,转动时就不可看作质点,地球虽大,但若研究地球绕太阳公转或太阳系的九大行星运动就可以看作质点.一句话,物体能否被当作质点不是看它本身的大小,而是在研究问题时,本身的形状大小不起作用或可以忽略时才看作质点.

**1－3** 已知质点的运动方程为 $\boldsymbol{r}=x(t)\boldsymbol{i}+y(t)\boldsymbol{j}$,有人说其速度和加速度分别为 $v=\dfrac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}$,$a=\dfrac{\mathrm{d}^2r}{\mathrm{d}t^2}$

其中 $r=\sqrt{x^2+y^2}$ 你说对吗?

**答:**不对 $\boldsymbol{r},\boldsymbol{v},\boldsymbol{a}$ 都是矢量,应用矢量求导法则计算

$$\boldsymbol{v}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j};$$

$$\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t^2}=\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{j}.$$

**1－4** 在习题1－3中,有人认为,船速 $v'=v\cos\theta$,由此得出的答案是错的,你知道错在哪里吗?

**答:**该题中绳速 $v$ 是指收绳的速度也是绳上各点速度在沿绳方向上的分量,系在船上的绳尾的速度与船速相同,它有沿绳的分量也有垂直于绳的分量,所以应该是大于绳速的,即 $v'>v$,所以应有 $v=v'\cos\theta$.

**1－5** 如果一质点的加速度与时间的关系是线性的,那么,该质点的速度和位矢与时间的关系是否也是线性的呢?

**答:**不是.因为 $\boldsymbol{a}=\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}$,$\boldsymbol{a}=\dfrac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t^2}$,显然若 $\boldsymbol{a}$ 与 $t$ 的关系是线性的,那么 $\boldsymbol{r}$ 与 $\boldsymbol{v}$ 和 $t$ 的关系将由 $\boldsymbol{a}$ 对 $t$ 积分求得,所以不是线性的.

**1－6** 一人站在地面上用枪瞄准挂在树上的木偶,当击发枪机,子弹从枪口射出时,木偶正好从树上由静止自由下落,试说明为什么子弹总可以射中木偶?

**答:**子弹和木偶一样受重力作用,若取木偶为参考系,子弹是沿直线射中木偶的,若选地面为参考系则子弹是沿抛物线射中木偶的,也可由运动方程求解:

$$\text{子弹}\begin{cases}x=v_0\cos\theta\cdot t\\ y=v_0\sin\theta\cdot t-\dfrac{1}{2}gt^2\end{cases}\quad\text{木偶}\begin{cases}x'=l\\ y'=h-\dfrac{1}{2}gt^2\end{cases}$$

若要子弹击中木偶只要:

$x=x'$,$y=y'$ 即:$v_0\cos\theta\cdot t=l$,

$$v_0\sin\theta\cdot t-\frac{1}{2}gt^2=h-\frac{1}{2}gt^2$$

得 $\mathrm{tg}\theta=\dfrac{h}{l}$,

$\theta$ 为枪口瞄准木偶时的角度,所以子弹总可以射中木偶.

**1－7** 一质点作匀速率圆周运动,取其圆心为坐标原点,试问:质点的位矢与速度、位矢与加速度、速度与加速度的方向之间有何关系?

**答:**圆周运动中速度沿切线方向,与位矢方向垂直,因为是匀速率,所以加速度只有法向分量,与位矢方向平行但反向,速度与加速度方向垂直.

**1－8**　在《关于两门新科学的对话》一书中，伽利略写道："仰角（即抛射角）比 45°增大或减小一个相等角度的抛体，其射程是相等的．"你能证明吗？

**答**：可以．设仰角为 $\theta$，增减角为 $\varphi$，则 $\theta = 45° \pm \varphi$

斜抛运动的参数方程为：

$$\begin{cases} x = v_0 \cos\theta \cdot t \\ y = v_0 \sin\theta \cdot t - \dfrac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$

令 $y = 0$ 得 $\begin{cases} v_0 \sin\theta \cdot t = \dfrac{1}{2} g t^2 \\ v_0 \cos\theta \cdot t = x \end{cases}$

消 $t$ 得：$x = \dfrac{v_0^2}{g}\sin 2\theta$

易知 $x$ 为射程，代入 $\theta$ 得：$x = \dfrac{v_0^2}{g}\sin(90° \pm 2\varphi) = \dfrac{v_0^2}{g}\cos 2\varphi$

所以对于 $\theta = 45° + \varphi$ 和 $\theta = 45° - \varphi$ 都有相等的射程．

**1－9**　下列说法是否正确：

(1) 质点作圆周运动时的加速度指向圆心；

(2) 匀速圆周运动的加速度为恒量；

(3) 只有法向加速度的运动一定是圆周运动；

(4) 只有切向加速度的运动一定是直线运动．

**答**：(1) 不正确，若有切向加速度，即非匀速率圆周运动时，合加速度并不指向圆心．

(2) 不正确，加速度是既有大小又有方向的．匀速圆周运动时，加速度方向不断变化．

(3) 不正确，只有法向加速度时，速度大小不变，方向改变，但不能保证法向加速度大小不变，曲率圆中心和曲率半径不一定相同，不一定是圆周运动．

(4) 正确，没有法向加速度，则速度方向不改变，那么一定是直线运动．

**1－10**　在地球的赤道上，有一质点随地球自转的加速度为 $a_E$；而此质点随地球绕太阳公转的加速度为 $a_s$，设想地球绕太阳的轨道可视为圆形，你知道这两个加速度之比是多少？

**答**：因为 $a_n = w^2 R$，地球半径 $R_E = 6.37 \times 10^6$ m，绕太阳公转半径 $R_s = 1.496 \times 10^{11}$ m

所以 $a_E = \omega_E^2 R_E = \left(\dfrac{2\pi}{T_E}\right)^2 R_E$

$a_S = \omega_S^2 R_S = \left(\dfrac{2\pi}{T_S}\right)^2 R_S$

又因为 $\dfrac{T_S}{T_E} = 365$

所以 $\dfrac{a_S}{a_E} = \dfrac{R_S}{R_E} \cdot \dfrac{T_E^2}{T_S^2} = 0.1762.$

**1－11**　一只鸟在水平面上沿直线以恒定速率相对地面飞行，有一汽车在公路上行驶，在什么情况下，汽车上的观察者观察到鸟是静止不动的？在什么情况下，他观察到小鸟似乎往回飞．

**答**：当汽车以与小鸟飞行速率相同的速率沿小鸟飞行的方向前进时，观察到小鸟是静止的，当汽车的速度大于小鸟时，并且前进方向与小鸟同向，则观察到小鸟似乎往回飞．

**1－12**　一人在以恒定速度运动的火车上竖直向上抛出一块石子，此石子是否能落回人的手中？如果石子抛出后，火车以恒定的加速度前进，情况又如何？

**答**：由于火车相对地面的速度恒定是惯性系，石块相对于火车在水平方向没有速度，因此仍会落回人手中．若石块抛出后，火车以恒定加速度前进，则火车不再是惯性系，因此石块相对于火车受到反方向的惯性力，会落在人身后．也可以说，石块抛出后，火车速度变了，二者在水平方向上速度不一致，相对速度不再为零，也不会落回人手中．

**1－13** 如果有两个质点分别以初速 $v_{10}$ 和 $v_{20}$ 抛出，$v_{10}$ 和 $v_{20}$ 在同一平面内且与水平面的夹角分别为 $\theta_1$ 和 $\theta_2$，有人说，在任意时刻，两质点的相对速度是一常量，你说对吗？

**答：**对的. 若取 $\boldsymbol{v}_{10}$ 的质点为参考系，则速度为 $\boldsymbol{v}_{20}$ 的质点，相对于它的速度变为 $\boldsymbol{v}'_2=\boldsymbol{v}_{20}-\boldsymbol{v}_{10}$ 显然是一个恒矢量. 也可以说两质点都受重力作用，那么取其中一个作参考系，则重力作用就没有影响. 若取地面为参考系，则有：

$$\begin{cases} v_x = v_0\cos\theta \\ v_y = v_0\sin\theta - gt \end{cases}$$

任意时刻 $t$：$\boldsymbol{v}=\boldsymbol{v}_x+\boldsymbol{v}_y=v_0\cos\theta\,\boldsymbol{i}+(v_0\sin\theta-gt)\boldsymbol{j}$

两质点相对速度

$$\begin{aligned}\boldsymbol{v}'=\boldsymbol{v}_2-\boldsymbol{v}_1&=(v_{x_2}-v_{x_1})\boldsymbol{i}+(v_{y_2}-v_{y_1})\boldsymbol{j}\\&=(v_{20}\mathrm{cso}\theta_2-v_{10}\cos\theta_1)\boldsymbol{i}+(v_{20}\sin\theta_2-v_{10}\sin\theta_1)\boldsymbol{j}\\&=(v_{20}\cos\theta_2\boldsymbol{i}+v_{20}\sin\theta_2\boldsymbol{j})-(v_{10}\cos\theta_1\boldsymbol{i}+v_{10}\sin\theta_1\boldsymbol{j})\\&=\boldsymbol{v}_{20}-\boldsymbol{v}_{10}\end{aligned}$$

由此可见，物理问题的实质与所选参考系无关，只是解题过程的繁易程度受影响.

## 习题全解

**1－1** 已知质点沿 $x$ 轴作直线运动，其运动方程为 $x=2\ \mathrm{m}+(6\ \mathrm{m\cdot s^{-2}})t^2-(2\ \mathrm{m\cdot s^{-3}})t^3$，求(1) 质点在运动开始后 4.0 s 内的位移的大小；(2) 质点在该时间内所通过的路程.

**解：**(1) $t=0$ 时刻，$x=2$；

$t=4.0$ 时刻，$x=2+6\times16-2\times64=-30$；

$|\boldsymbol{r}|=|-30-2|=32\ \mathrm{m}$；

其方向为 $x$ 轴负向，即 $\boldsymbol{r}=-32\ \mathrm{m}$.

(2) 由运动方程分析质点的运动：

$x=2+6t^2-2t^3=2+2t^2(3-t)$

显然，当 $t<3$ 时，$x>2\ m$；

又因为第一问中末态位置 $x=-30\ \mathrm{m}$，

可知：质点先向右运动，然后再返回向左运动.

易得：当速度为零时，向右的运动停止，到达 $x$ 轴正向的最远处，随后向左运动到 $x=-30\ \mathrm{m}$ 处.

所以：由 $\boldsymbol{r}=\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{x}}{\mathrm{d}t}=12t-6t^2$ 得，

$\boldsymbol{v}=6t(2-t)$

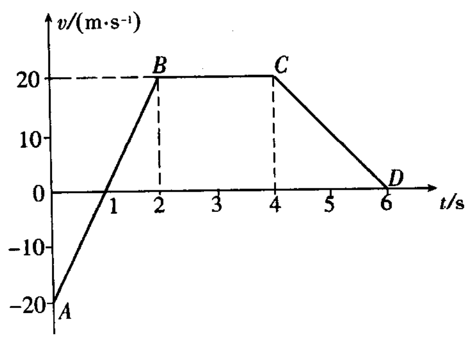
$t=0$ 或 $t=2$ 时 $\boldsymbol{v}=0$，舍去 $t=0$ 时刻

可知当 $t=2$ 时运动到右方最远处. 此时 $x=10\ \mathrm{m}$.

所以质点在 0 到 4 s 内通过的路程为：

$S=(10-2)+|30-10|=48\ \mathrm{m}$.

**1－2** 一质点沿 $x$ 轴作直线运动，其速度与时间的关系如图 1－2 所示，设 $t=0$ 时，$x=0$，试根据已知的 $v-t$ 图，画出 $a-t$ 图以及 $x-t$ 图.



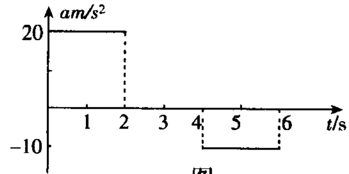
习题 1－2 图

**解：**

**分析：**由习题1－2图可知，质点初速度方向为负，在开始运动的头一秒内其大小由 20 减到 0，做匀减速运动. 且 $t=1$ 时质点到达 $x$ 轴负向最远处. 从 $t=1$ 到 $t=2$ 这段时间内，速度方向沿正向，质点做匀加速运动，大小由 0 增加

到20.统观前2秒，由图线斜率可知其加速度大小方向均不变，为 $a=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{20-(-20)}{2}=20\ \mathrm{m/s^2}$. 又因为前2秒内质点运动的对称性，在 $t=2$ 时质点又回到 $x=0$ 位置.亦可由计算验证：

从 $t=2$ 到 $t=4$ 这段时间内，质点做匀速直线运动，加速度为零，$t=4$ 时 $x=40$ m.



a–t图
解1－2图(a)

从 $t=4$ 到 $t=6$ 时段内质点做匀减速运动，$a=\frac{0-20}{6-4}=-10\ \mathrm{m/s^2}$.

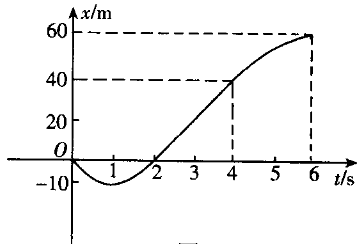
$t=2$ 时，$x=vt+\frac{1}{2}at^2=-20\times2+\frac{1}{2}\times20\times4=0$ m;

$t=1$ 时，$x=-20+\frac{1}{2}\times20=-10$ m.

$t=2$ 到 $t=4$ 时，$x=20(t-2)$

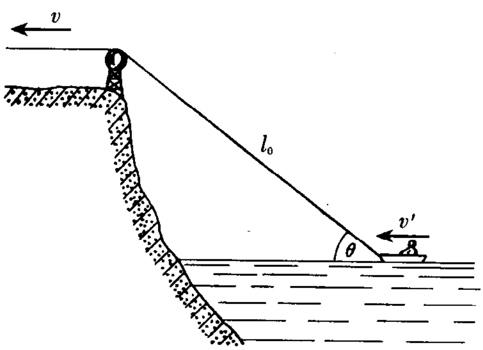
$t=4$ 到 $t=6$ 时，$x=-5t^2+60t-120$

$t=6$ 时，$x=40+20\times2-\frac{1}{2}\times10\times4=60$ m.

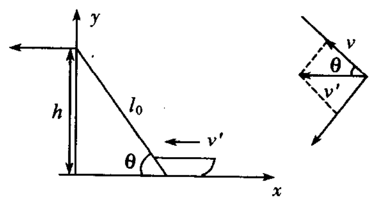


x–t图
解1－2图(b)

**1－3**　如图1－3所示，湖中有一小船，岸上有人用绳跨过定滑轮拉船靠岸，设滑轮距水面高度为 $h$，滑轮到原船位置的绳长为 $l_0$，试求：当人以匀速 $v$ 拉绳，船运动的速度 $v'$ 为多少？



习题1－3图



解1－3图

**解**：本题中涉及绳速和船速两个不同的概念，绳速是沿绳运动方向的，船速则是沿水平方向的.而绳的端点在船上，与船速相同，但绳速并不等于船速，它只是船速在沿绳方向的分量.如解1－3图所示，船速可分解为沿绳的径向速度和垂直于绳的横向速度.

所以　$v=v'\cdot\cos\theta$

设 $t$ 时刻绳长为 $l$　$l=l_0-vt$ 则

$$\sin\theta=\frac{h}{l},\cos\theta=\sqrt{1-\sin^2\theta}=\left[1-\frac{h^2}{(l_0-vt)^2}\right]^{\frac{1}{2}};$$

$$v'=\frac{v}{\cos\theta}=v\cdot\left[1-\frac{h^2}{(l_0-vt)^2}\right]^{-\frac{1}{2}}$$

如图所示，船沿 $x$ 轴负向运动：

$$\boldsymbol{v}'=-v\cdot\left[1-\frac{h^2}{(l_0-vt)^2}\right]^{-\frac{1}{2}}\boldsymbol{i}.$$

**1－4**　一升降机以加速度 $1.22\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$ 上升，当上升速度为 $2.44\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$ 时，有一螺丝自升降机的天花板上松脱，天花板与升降机的底面相距 2.74 m. 计算：

(1) 螺丝从天花板落到底面所需时间；(2) 螺丝相对升降机外固定柱子的下降距离.

**解**:(1) 本题的复杂程度取决于参照系的选取,若取地面为参照系,则螺丝作竖直上抛运动,升降机作初速不为零的匀加速运动,解题过程比较复杂不过也可作为一般解法. 但若选升降机本身作参照物,问题就简单多了. 螺丝作初速为零的匀加速运动,本题体现了参照系选取的重要性.

设:升降机速度为 $\boldsymbol{v}$,加速度为 $\boldsymbol{a}$,天花板与底面距离为 $h$.

取升降机为参照系,螺丝的加速度为$(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{g})$

由 $h=\frac{1}{2}(a+g)t^2$ 得

$$t=\sqrt{\frac{2h}{a+g}}$$

取 $g=9.8\ \mathrm{m/s^2}$　得 $t=0.705$ s.

(2) 设螺丝相对升降机外固定柱子的下降距离为 $s$,$t$ 时间内,升降机底面上升高度为 $h'$,

$$h'=vt+\frac{1}{2}at^2$$

因为螺丝下降的同时底面在上升,所以

$s=h-h'=2.74\ \mathrm{m}-2.024\ \mathrm{m}=0.716\ \mathrm{m}$

本问还有另一解法,

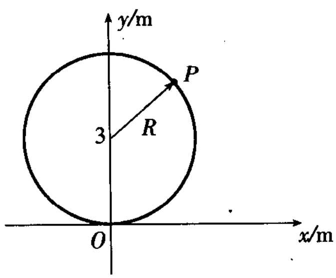
选取固定柱子为参照物,螺丝下落的绝对加速度为 $g$,绝对速度等于相对速度加牵连速度,即

$v=0+2.44=2.44\ \mathrm{m/s}$

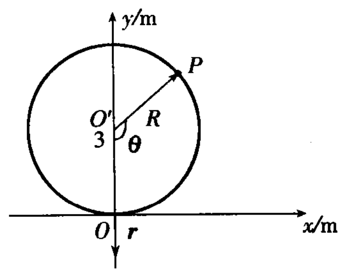
取螺丝下落方向即向下为正方向,得绝对位移 $s$:

$$s=-vt+\frac{1}{2}gt^2=0.716\ \mathrm{m}.$$

**1—5**　一质点 $P$ 沿半径 $R=3.00$ m 的圆周作匀速率运动,运动一周所需时间为 20.0 s,设 $t=0$ 时,质点位于 $O$ 点,按图中所示 $Oxy$ 坐标系,求:




习题 1—5 图




解 1—5 图

(1) 质点 $P$ 在任意时刻的位矢;

(2)5 s 时的速度和加速度

**解**:本题的物理过程很简单,只是若直接用 $Oxy$ 坐标系解题会比较复杂,所以应选(0,3) 点为原点,$y$ 轴负向为极轴建立极坐标系,然后用坐标变换 $x=r\sin\theta$, $y=R-r\cos\theta$ 将所得方程变回到 $Oxy$ 坐标系下即可.

(1) 设 $P$ 作圆周运动的周期为 $T=20$ s,因为 $\theta=\frac{2\pi}{T}t$,所以得极坐标系下质点运动的参数方程:

$$\begin{cases}\boldsymbol{r}=R\hat{r}\\ \boldsymbol{\theta}=\frac{2\pi}{T}t\,\hat{\theta}\end{cases}$$换

到 $Oxy$ 坐标系下为:$\begin{cases}\boldsymbol{x}=R\sin\frac{2\pi}{T}t\boldsymbol{i}\\ \boldsymbol{y}=R-R\cos\frac{2\pi}{T}t\,\boldsymbol{j}\end{cases}$

所以质点 $P$ 的位矢方程为：

$$\boldsymbol{r}(t)=R\sin\frac{2\pi}{T}t\boldsymbol{i}+(R-R\cos\frac{2\pi}{T}t)\boldsymbol{j}$$
$$=3\sin(0.1\pi t)\boldsymbol{i}+3[1-\cos(0.1\pi t)]\boldsymbol{j}.$$

(2) 由 $\boldsymbol{v}=\frac{d\boldsymbol{v}}{dt},\boldsymbol{a}=\frac{d\boldsymbol{v}}{dt}=\frac{d^2\boldsymbol{r}}{dt^2}$ 可知 $T=20$ s，$t=5$ s 时

$$\boldsymbol{v}=\frac{d\boldsymbol{r}}{dt}=R\frac{2\pi}{T}\cos\frac{2\pi}{T}t\boldsymbol{i}+R\frac{2\pi}{T}\sin\frac{2\pi}{T}t\boldsymbol{j}=(0.3\pi)\boldsymbol{j}\text{m/s}$$

$$\boldsymbol{a}=\frac{d^2\boldsymbol{r}}{dt^2}=-R(\frac{2\pi}{T})^2\sin\frac{2\pi}{T}t\boldsymbol{i}+R(\frac{2\pi}{T})^2\cos\frac{2\pi}{T}t\boldsymbol{j}=(-0.03\pi^2)\boldsymbol{i}\text{m/s}^2.$$

注意：匀速圆周运动只有向心加速度，切向加速度为零.

**1－6**　一质点自原点开始沿抛物线 $2y=x^2$ 运动，它在 $Ox$ 轴上的分速度为一恒量，其值为 $v_x=4.0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$，求质点位于 $x=2.0$ m 的速度和加速度

**解法一**：本题可把抛物线方程改为参数方程 $\begin{cases}y=y(t)\\x=x(t)\end{cases}$

即 $x=v_xt$，

$y=\frac{1}{2}x^2=\frac{1}{2}v_x{}^2t^2$；

$v_y=\dot{y}=v_x{}^2t$，

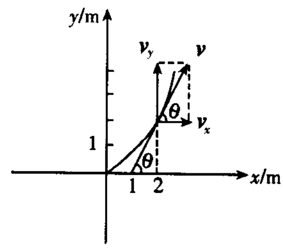
$a_y=\dot{y}=v_x{}^2$，

$t=\frac{x}{v_x}=\frac{1}{2}$ s

又因为 $a_x=0$ 所以 $x=2.0$ m 时

$\boldsymbol{v}=v_x\boldsymbol{i}+v_y\boldsymbol{j}=(4\boldsymbol{i}+8\boldsymbol{j})$ m/s

$\boldsymbol{a}=a_x\boldsymbol{i}+a_y\boldsymbol{j}=a_y\boldsymbol{j}=16\boldsymbol{j}\text{m/s}^2.$



解 1－6 图

**解法二**：因为速度方向与抛物线上质点的切线方向相同，可将 $x=2.0$ m 代入抛物线方程得 $y=2.0$ m，所以该点切线的斜率为

$$k=\left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=2}$$

又因为 $\text{tg}\theta=k=2$ 得 $v_y=8$ m/s

$\boldsymbol{v}=\boldsymbol{v}_x+\boldsymbol{v}_y=(4\boldsymbol{i}+8\boldsymbol{j})$m/s

因为 $\boldsymbol{a}_x=0$　所以 $\boldsymbol{a}=a_y\boldsymbol{j}=\ddot{y}\boldsymbol{j}$

$\ddot{y}=\frac{d}{dt}(\frac{dy}{dx}\frac{dx}{dt})=v_x{}^2=16\ \text{m/s}^2$　得：$\boldsymbol{a}=16\ \text{m/s}^2\boldsymbol{j}.$

**1－7**　质点在 $Oxy$ 平面内运动，其运动方程为 $\boldsymbol{r}=(2.00\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1})t\boldsymbol{i}+[19.0\ \text{m}-(2.00\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2})t^2]\boldsymbol{j}$ 求：(1) 质点的轨迹方程；(2) 在 $t_1=1.00$ s 到 $t_2=2.00$ s 时间内的平均速度；(3) $t_1=1.00$ s 时的速度及切向和法向加速度.

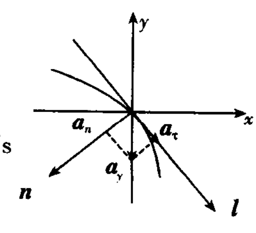
**解法一**：(1) 由质点运动方程可得参数方程 $\begin{cases}x=2t\\y=19-2t^2\end{cases}$

消去参数 $t$ 即可得到轨迹方程　$y=19-\frac{1}{2}x^2$

(2) 平均速度 $\bar{\boldsymbol{v}}=\frac{\Delta\boldsymbol{r}}{\Delta t}=\frac{\boldsymbol{r}_2-\boldsymbol{r}_1}{t_2-t_1}=(\frac{4-2}{2-1})\boldsymbol{i}+(\frac{11-17}{2-1})\boldsymbol{j}=(2\boldsymbol{i}-6\boldsymbol{j})$m/s

(3) $t_1=1.00$ s 时　$\boldsymbol{v}(t)=\frac{d\boldsymbol{r}}{dt}\big|_{t=1}=(2\boldsymbol{i}-4t\boldsymbol{j})\text{m/s}=(2\boldsymbol{i}-4\boldsymbol{j})$m/s

切向和法向加速度是本性坐标系下的两个分量 $\boldsymbol{a}_\tau$ 和 $\boldsymbol{a}_n$



解 1－7 图

切向加速度 $a_\tau$ 反映速度大小的变化

法向加速度 $a_n$ 反映速度方向的变化

总加速度 $a=\sqrt{a_\tau^{\ 2}+a_n^{\ 2}}$ 本问可以求出 $a$ 和 $a_\tau$ 后利用此关系求 $a_n$，也可以如解法二来求

$$\boldsymbol{a}_\tau=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\Big|_{t=1}\boldsymbol{e}_\tau=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\sqrt{v_x^{\ 2}+v_y^{\ 2}}\Big|_{t=1}\boldsymbol{e}_\tau=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\sqrt{4+16t^2}\Big|_{t=1}\boldsymbol{e}_\tau=(3.58\boldsymbol{e}_\tau)\mathrm{m\cdot s^{-2}}$$

$$\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{j}=(-4\boldsymbol{j})\mathrm{m\cdot s^{-2}}$$

$$\boldsymbol{a}_n=\sqrt{a^2-a_\tau^{\ 2}}\boldsymbol{e}_n=(1.79\boldsymbol{e}_n)\mathrm{m\cdot s^{-2}}.$$

**解法二：**如解 1－7 图所示 $t=1$ 时 $x=2$

$$\mathrm{tg}\theta=\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}\Big|_{x=2}=2=\frac{a_\tau}{a_n}$$

又因为 $\boldsymbol{a}_x=0,\boldsymbol{a}_y=-4\boldsymbol{j}$

$$\boldsymbol{a}_n=a_y\cdot\cos\theta\boldsymbol{e}_n=a_y\cdot\sqrt{\frac{1}{1+\mathrm{tg}^2\theta}}=(1.79\boldsymbol{e}_n)\mathrm{m/s^2}$$

$$\boldsymbol{a}_\tau=2a_n\boldsymbol{e}_\tau=(3.58\boldsymbol{e}_\tau)\mathrm{m/s^2}.$$

**1－8** 质点的运动方程为$x=(-10\ \mathrm{m\cdot s^{-1}})t+(30\ \mathrm{m\cdot s^{-2}})t^2$ 和

$$y=(15\mathrm{m\cdot s^{-1}})t-(20\mathrm{m\cdot s^{-2}})t^2$$

试求：(1) 初速度的大小和方向；(2) 加速度的大小和方向.

**解：**(1) $\begin{cases}\boldsymbol{v}_x=\dot{x}=(-10+60t)\mathrm{m/s}\boldsymbol{i}\\ \boldsymbol{v}_y=\dot{y}=(15-40t)\mathrm{m/s}\boldsymbol{j}\end{cases}$

$t=0$ 时，$v_{0x}=-10\ \mathrm{m/s}, v_{0y}=15\ \mathrm{m/s}$

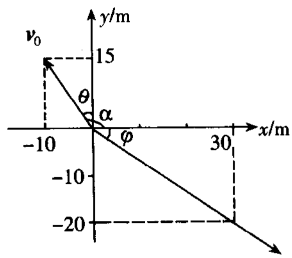
所以初速 $v_0=\sqrt{v_{0x}^2+v_{0y}^2}=18\ \mathrm{m/s}$

设 $v_0$ 与 $y$ 轴正向夹角为 $\theta$.

$$\mathrm{tg}\theta=\frac{|v_{0x}|}{|v_{0y}|}=\frac{2}{3},\theta=\mathrm{arctg}\frac{2}{3}=33.69^\circ=33^\circ41'$$

$\boldsymbol{v}_0$ 与 $x$ 轴夹角 $\alpha=90^\circ+\theta=90^\circ+33^\circ41'=123^\circ41'$.

(2) $\begin{cases}\boldsymbol{a}_x=\ddot{x}=60\ \mathrm{m/s^2}\boldsymbol{i}\\ \boldsymbol{a}_y=\ddot{y}=-40\ \mathrm{m/s^2}\boldsymbol{j}\end{cases}$




解 1－8 图

加速度大小为 $a=\sqrt{a_x^{\ 2}+a_y^{\ 2}}=72.1\ \mathrm{m/s^2}$

设 $\boldsymbol{a}$ 与 $x$ 轴正向夹角为 $\varphi$，则 $\mathrm{tg}\varphi=\frac{-40}{60}=-\frac{2}{3}\quad\therefore\varphi=\mathrm{arctg}(-\frac{2}{3})=-33^\circ41'$.

**1－9** 一质点具有恒定加速度 $\boldsymbol{a}=(6\ \mathrm{m\cdot s^{-2}})\boldsymbol{i}+(4\ \mathrm{m\cdot s^{-2}})\boldsymbol{j}$，在 $t=0$ 时，其速度为零，位置矢量 $\boldsymbol{r}_0=10\ \mathrm{m}\boldsymbol{i}$ 求：(1) 在任意时刻的速度和位置矢量；(2) 质点在 $Oxy$ 平面上的轨迹方程，并画出轨迹的示意图.

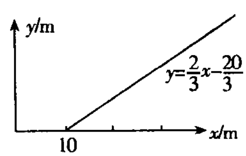
**解：**(1) 因为初速为零，所以任意时刻的速度和位矢为：

$$\boldsymbol{v}(t)=\boldsymbol{a}t=(6t\boldsymbol{i}+4t\boldsymbol{j})\mathrm{m/s}$$

$$\boldsymbol{r}(t)=\boldsymbol{r}_0+\frac{1}{2}\boldsymbol{a}t^2=[(10+3t^2)\boldsymbol{i}+2t^2\boldsymbol{j}]m.$$

(2) 将位矢方程写成参数方程得

$$\begin{cases}x=10+3t^2\\ y=2t^2\end{cases}$$




解 1－9 图

消去参数 $t$ 得：$y=\frac{2}{3}x-\frac{20}{3}$

即为质点在 $Oxy$ 平面上的轨迹方程.

**1－10** 飞机以 $100\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$ 的速度沿水平直线飞行，在离地面高为 100 m 时，驾驶员要把物品空投到前方某一地面目标处，问：(1) 此时目标在飞机下方前多远？(2) 投放物品时，驾驶员看目标的视线和