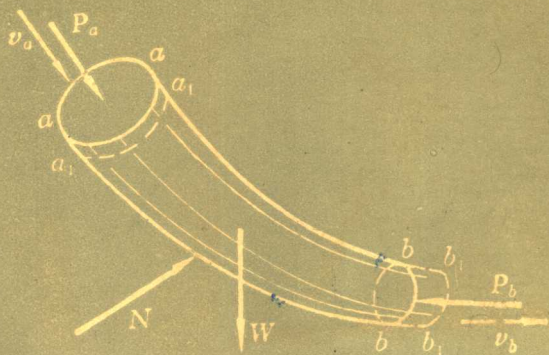


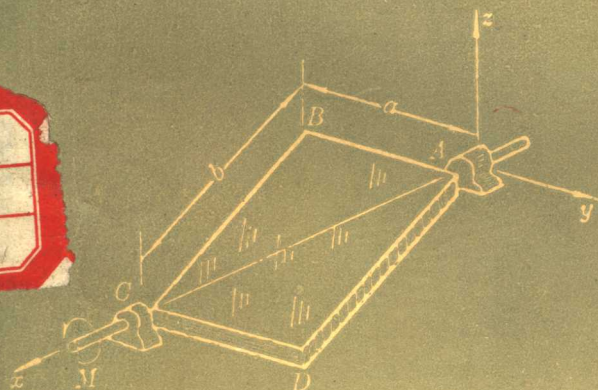
高等学校教材



哈尔滨工业大学理论力学教研室 编

理论力学

下 册



高等教育出版社

031
58

高等学校教材

理论力学

下册

(第四版)

哈尔滨工业大学理论力学教研室 编

高等教育出版社

本书为第四版。初版于一九六一年出版，一九六二年和一九六五年经过修订，编
版了第二版上、下册和第三版上册，第三版下册因故未能正式出版。

第四版是为适应社会主义现代化建设的需要，根据多年来的教学实践，按照一九
八〇年审订的高等工业学校《理论力学教学大纲》(草案)(四年制机械、土建、水利、航
空等类专业试用)的要求，在前三版的基础上进行修订而成的。本书对以前各版的章
节作了适当的调整，对各章的内容、例题作了增删和修订；为便于自学，在各章末增加
了小结、思考题和习题，并在书末附有习题答案。

本书采用国际单位制。

本书基本内容课内为120学时。附有“*”号的章节，不是120学时内的基本内
容，可根据专业需要选取。

本书分上、下两册。上册内容为静力学和运动学，下册内容为动力学。

本书可作为高等工业学校机械、土建、水利、航空等类专业理论力学课程的教材，
也可供其他专业和有关工程技术人员参考。

本书原由人民教育出版社出版。1983年3月9日，上级
同意恢复“高等教育出版社”；本书今后改用高等教育出版社
名义继续印行。

高等学校教材

理论力学

下册

(第四版)

哈尔滨工业大学理论力学教研室编

*

高等教育出版社出版

新华书店北京发行所发行

北京印刷三厂印装

*

开本850×1168 1/32 印张13 字数300,000

1961年8月第1版 1982年7月第4版 1986年3月第10次印刷

印数 256,720—305,420

书号 15010·0397 定价 2.20 元

下册目录

动力学

| | |
|-------------------------|-----------|
| 引言 | 1 |
| 第十五章 质点动力学的基本方程 | 3 |
| § 15-1 动力学的基本定律 | 3 |
| § 15-2 质点的运动微分方程 | 6 |
| § 15-3 质点动力学的两类基本问题 | 8 |
| 小结 | 26 |
| 思考题 | 26 |
| 习题 | 27 |
| 第十六章 动量定理 | 35 |
| § 16-1 质点的动量定理 | 35 |
| § 16-2 质点系的动量定理 | 40 |
| § 16-3 质心运动定理 | 46 |
| * § 16-4 变质量质点的运动微分方程 | 56 |
| 小结 | 60 |
| 思考题 | 61 |
| 习题 | 63 |
| 第十七章 动量矩定理 | 68 |
| § 17-1 质点的动量矩定理 | 68 |
| § 17-2 质点系的动量矩定理 | 73 |
| § 17-3 刚体绕定轴的转动微分方程 | 78 |
| § 17-4 刚体对轴的转动惯量 | 82 |
| * § 17-5 质点系相对于质心的动量矩定理 | 91 |
| § 17-6 刚体的平面运动微分方程 | 98 |
| * § 17-7 陀螺仪近似理论 | 101 |
| 小结 | 109 |

| | |
|-----------------------------|------------|
| 思考题 | 111 |
| 习题 | 113 |
| 第十八章 动能定理 | 124 |
| § 18-1 力的功 | 124 |
| § 18-2 质点的动能定理 | 130 |
| § 18-3 质点系的动能定理 | 133 |
| § 18-4 功率·功率方程·机械效率 | 142 |
| § 18-5 势力场·势能·机械能守恒定律 | 146 |
| § 18-6 基本定理的综合应用举例 | 158 |
| 小结 | 162 |
| 思考题 | 164 |
| 习题 | 166 |
| 综合问题习题 | 174 |
| 第十九章 碰撞 | 182 |
| § 19-1 碰撞现象·碰撞力 | 182 |
| § 19-2 用于碰撞过程的基本定理 | 188 |
| § 19-3 质点对固定面的碰撞·恢复系数 | 186 |
| § 19-4 两物体的正碰撞·动能损失 | 189 |
| § 19-5 碰撞冲量对绕定轴转动刚体的作用·撞击中心 | 194 |
| 小结 | 198 |
| 思考题 | 199 |
| 习题 | 200 |
| 第二十章 达朗伯原理 | 206 |
| § 20-1 惯性力·质点的达朗伯原理 | 206 |
| § 20-2 质点系的达朗伯原理 | 208 |
| § 20-3 刚体惯性力系的简化 | 211 |
| § 20-4 绕定轴转动刚体的轴承动反力 | 219 |
| 小结 | 224 |
| 思考题 | 226 |
| 习题 | 227 |
| 第二十一章 虚位移原理 | 235 |
| § 21-1 约束的分类 | 235 |

| | | |
|----------------|-----------------------|------------|
| § 21-2 | 虚位移和虚功 | 239 |
| § 21-3 | 理想约束 | 240 |
| § 21-4 | 虚位移原理 | 242 |
| * § 21-5 | 自由度和广义坐标 | 249 |
| * § 21-6 | 以广义坐标表示的质点系平衡条件 | 251 |
| | 小结 | 260 |
| | 思考题 | 261 |
| | 习题 | 261 |
| * 第二十二章 | 动力学普遍方程和拉格朗日方程 | 266 |
| § 22-1 | 动力学普遍方程 | 266 |
| § 22-2 | 拉格朗日方程 | 269 |
| § 22-3 | 拉格朗日方程的积分 | 276 |
| | 小结 | 282 |
| | 习题 | 283 |
| 第二十三章 | 机械振动的基本理论 | 290 |
| § 23-1 | 引言 | 290 |
| § 23-2 | 单自由度系统的自由振动 | 292 |
| § 23-3 | 计算固有频率的能量法 | 304 |
| § 23-4 | 单自由度系统的有阻尼自由振动 | 308 |
| § 23-5 | 单自由度系统的无阻尼受迫振动 | 316 |
| § 23-6 | 单自由度系统的有阻尼受迫振动 | 322 |
| § 23-7 | 转子的临界转速 | 328 |
| § 23-8 | 隔振 | 332 |
| * § 23-9 | 两个自由度系统的自由振动 | 337 |
| * § 23-10 | 两个自由度系统的受迫振动·动力减振器 | 348 |
| | 小结 | 356 |
| | 思考题 | 358 |
| | 习题 | 360 |
| 第二十四章 | 质点相对运动动力学 | 374 |
| § 24-1 | 质点相对运动动力学的基本方程 | 374 |
| * § 24-2 | 相对运动中的质点动能定理 | 380 |

| | |
|-------------------|-----|
| 小结..... | 382 |
| 习题..... | 383 |
| 附录一 力学物理量的单位..... | 387 |
| 附录二 习题答案..... | 388 |

动 力 学

引 言

动力学是研究物体的机械运动与作用力之间关系的科学。

在静力学中，我们分析了作用于物体的力，并研究了物体在力系作用下的平衡问题，但没有研究物体在不平衡力系的作用下将如何运动。在运动学中，我们仅从几何方面分析了物体的运动，而不涉及所作用的力。动力学则对物体的机械运动进行全面的分析，研究作用于物体的力与物体运动之间的关系，建立物体机械运动的普遍规律。

动力学的形成和发展是与生产的发展有密切联系的。特别是在现代工业和科学技术迅速发展的今天，对动力学提出了更加复杂的课题，例如高速转动机械的动力计算、结构的动荷计算、宇宙飞行和火箭技术中轨道的计算、系统的运动稳定性等等，都需要应用动力学的理论。

在动力学中物体的抽象模型有质点和质点系。质点是具有一定质量而几何形状和尺寸大小可以忽略不计的物体。例如，在研究人造地球卫星的轨道时，卫星的形状和大小对所研究的问题不起主要作用，可以忽略不计，因此，可将卫星抽象为一个质量集中在重心的质点；刚体作平动时，因刚体内各点的运动情况完全相同，也可以不考虑这个刚体的形状和大小，而将它抽象为一个质点来研究。

如果物体的形状和大小在所研究的问题中不可忽略，或刚体

的运动不是平动，则物体应抽象为质点系。所谓质点系是由几个或无限个相互有联系的质点所组成的系统。我们常见的固体、流体、气体、由几个物体组成的机构，以及太阳系等等都是质点系。刚体是质点系的一种特殊情形，其中任意两个质点间的距离保持不变，也称为不变的质点系。

动力学可分为质点动力学和质点系动力学，而前者是后者的基础。我们在各章中都从质点动力学入手，然后再研究质点系动力学。

第十五章 质点动力学的基本方程

§ 15-1. 动力学的基本定律

质点动力学的基础是三个基本定律，这些定律是牛顿（公元1642~1727年）在总结前人、特别是伽里略研究成果的基础上提出来的，称为牛顿三定律。

第一定律（惯性定律）

不受力作用的质点，将永远保持静止或作匀速直线运动。不

受力作用的质点，不是处于静止状态，就是永远保持其原有的速度（包括大小和方向）不变，这种性质称为惯性。第一定律阐述了物体作惯性运动的条件，故又称为惯性定律。

实际上不受力的物体是不存在的。由静力学知，如作用于质点的力系为平衡力系，则该力系与零等效。因此，受平衡力系作用的质点将永远保持静止或作匀速直线运动，即质点处于平衡状态。

如上所述，质点不受力作用或受平衡力系作用时，将保持运动状态不变。由此可知，质点如受到不平衡力系的作用，则其运动状态一定改变。作用于物体的力与物体运动状态改变的定量关系将由第二定律给出。

第二定律（力与加速度之间的关系的定律）

质点的质量与加速度的乘积，等于作用于质点的力的大小，加速度的方向与力的方向相同，即

$$m\mathbf{a} = \mathbf{F} \quad (15-1)$$

式(15-1)是第二定律的数学表达式，它是质点动力学的基本

方程;建立了质点的加速度、质量与作用力之间的定量关系。该式表明:

1. 质点的加速度矢 a 与力矢 F 的方向相同, 如图 15-1 所示。式(15-1)是矢量形式。

2. 力与加速度的关系是瞬时的关系, 即只要某瞬时有力作用于质点, 则在该瞬时质点必有确定的加速度。

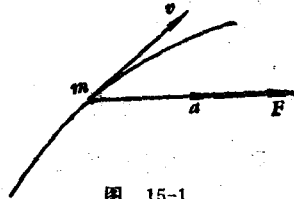


图 15-1

3. 如在某一段时间内, 没有力作用于质点, 则在这段时间内质点没有加速度, 质点速度的大小和方向保持不变, 质点在这段时间内作惯性运动, 这与第一定律是符合的。

4. 对质量相等的质点, 作用于质点的力大则其加速度也大; 如用大小相等的力作用在质量不同的质点上, 则质量大的质点加速度小, 质量小的质点加速度大。这说明质点的质量越大, 运动状态越不容易改变, 也就是质点的惯性越大。因此, 质量是质点惯性的度量。

由上可知, 物体机械运动状态的改变, 不仅决定于作用于物体的力, 同时也与物体的惯性有关。

在地球表面, 任何物体都受到重力 P 的作用。在重力作用下得到的加速度称为重力加速度, 用 g 表示。根据第二定律有

$$P = mg \quad \text{或} \quad m = \frac{P}{g} \quad (15-2)$$

式(15-2)中的 P 和 g 分别是物体所受的重力和重力加速度的大小。根据国际计量委员会规定的标准, 重力加速度的数值为 9.80665 米/秒², 一般取 9.80 米/秒²。实际上在不同的地区, g 的数值是不同的。

在国际单位制(SI)中, 长度、质量和时间的单位是基本单位,

分别取为米(m)、千克(或公斤)(kg)和秒(s); 力的单位是导出单位, 质量为1千克的质点, 获得1米/秒²的加速度时, 作用于该质点的力为一个国际单位, 称为牛顿(N), 即

$$1(\text{N}) = 1(\text{kg}) \times 1(\text{m}/\text{s}^2)$$

在工程中常用工程单位制。在工程单位制中, 长度、力和时间的单位是基本单位, 分别取为米(m)、公斤力(kgf)和秒(s); 质量是导出单位, 物体在1公斤力的作用下, 获得1米/秒²的加速度时, 物体的质量是一个工程单位, 即

$$1[\text{工程单位质量}] = \frac{1(\text{kgf})}{1(\text{m}/\text{s}^2)} = 1\left(\frac{\text{kgf} \cdot \text{s}^2}{\text{m}}\right)$$

1公斤力是在纬度45°的海平面上, 质量为1千克的物体所受的重力。因此工程单位与国际单位的换算关系为

$$1\text{kgf} \approx 1\text{kg} \times 9.8\text{m}/\text{s}^2 \approx 9.8\text{N}$$

在精密仪器工业中, 常用绝对单位制的厘米克秒制(CGS)。在厘米克秒制中, 长度、质量和时间是基本单位, 分别取为厘米(cm)、克(g)和秒(s); 力是导出单位, 1克质量的物体, 获得的加速度为1厘米/秒²时, 作用于物体的力为一个单位, 称为达因(dyne), 即

$$1\text{dyne} = 1\text{g} \times 1\text{cm}/\text{s}^2$$

国际单位与厘米克秒单位的换算关系为

$$1\text{N} = 10^5\text{dyne}$$

第三定律(作用与反作用定律)

两个物体间的作用力与反作用力总是大小相等, 方向相反, 沿着同一直线, 且同时分别作用在这两个物体上。这一定律就是静力学的公理四。但应注意, 它不仅适用于平衡的物体, 而且也适用于任何运动的物体。在动力学问题中, 这一定律仍然是分析两个物体相互作用关系的依据。

必须指出, 质点动力学的三个基本定律是在观察天体运动和

生产实践中的一般机械运动的基础上总结出来的，因此只在一定的范围内适用。三个定律适用的参考系称为惯性参考系。在一般的工程问题中，把固定于地面的坐标系或相对于地面作匀速直线平动的坐标系作为惯性参考系，可以得到相当精确的结果。在研究人造卫星的轨道、洲际导弹的弹道等问题时，地球自转的影响不可忽略不计，必须选取以地心为原点，三轴指向三个恒星的坐标系作为惯性参考系。在研究天体的运动时，地心的运动影响也不可忽略，需取太阳为中心，三轴指向三个恒星的坐标系作为惯性参考系。在本书中，如无特别说明，我们均用固定在地球表面的坐标系为惯性参考系。

以牛顿三定律为基础的力学，称为古典力学。在古典力学范畴内，认为质量是不变的量，空间和时间是“绝对的”，与物体的运动无关。近代物理已经证明，质量、时间和空间都与物体运动的速度有关，但当物体的运动速度远小于光速时，物体的速度对于质量、时间和空间的影响是微不足道的，应用古典力学解决一般的工程中的机械运动问题都可得到足够精确的结果。如果物体的速度接近于光速(3×10^8 公里/秒)，或要研究的现象涉及物质的微观世界，则需应用相对论力学或量子力学。

§ 15-2. 质点的运动微分方程

质点动力学第二定律，建立了质点的加速度与作用力的关系。当质点受到几个力作用时，式(15-1)的右端应为这几个力的合力，即

$$m\mathbf{a} = \sum_{i=1}^n \mathbf{F}_i \quad (15-3)$$

或

$$m \frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} = \sum_{i=1}^n \mathbf{F}_i \quad (15-3)'$$

式(15-3)'是矢量形式的微分方程,在计算实际问题时,需应用它的投影形式。

1. 质点运动微分方程在直角坐标轴上投影

设矢径 r 在直角坐标轴上的投影分别为 x, y, z , 力 F_i 在轴上的投影分别为 X_i, Y_i, Z_i , 则式(15-3)' 在直角坐标轴上的投影形式为:

$$\left. \begin{aligned} m \frac{d^2 x}{dt^2} &= \sum_{i=1}^n X_i, \\ m \frac{d^2 y}{dt^2} &= \sum_{i=1}^n Y_i, \\ m \frac{d^2 z}{dt^2} &= \sum_{i=1}^n Z_i, \end{aligned} \right\} \quad (15-4)$$

2. 质点运动微分方程在自然轴上投影

在第九章点的运动学中已提到,自然轴是由轨迹上某点的切线、主法线和副法线组成的直角坐标系。设它们的单位矢量分别为 τ, n 和 b , 如图 15-2 所示, 三者的方向这样确定: τ 指向弧坐标的正向, n 指向曲率中心, b 的方向由下式确定:

$$b = \tau \times n$$

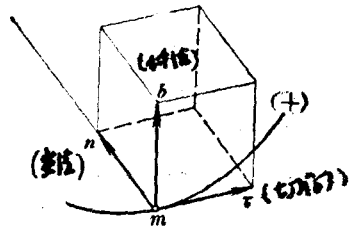


图 15-2

三个矢量构成右手直角轴系,随着质点的运动,三轴的方向不断地改变。

由点的运动学知,点的全加速度 a 在 τ 与 n 形成的密切面内,点的加速度在副法线上的投影等于零,即

$$a = a_\tau \tau + a_n n$$

$$a_n = 0$$

已知 $a_t = \frac{dv}{dt}$, $a_n = \frac{v^2}{\rho}$, 式中 ρ 为曲率半径。于是, 质点运动微分方程在自然轴系上的投影式为:

$$\left. \begin{aligned} m \frac{dv}{dt} &= \sum_{i=1}^n F_{t,i} \\ m \frac{v^2}{\rho} &= \sum_{i=1}^n F_{n,i} \\ 0 &= \sum_{i=1}^n F_{b,i} \end{aligned} \right\} \quad (15-5)$$

式中 $F_{t,i}$ 、 $F_{n,i}$ 和 $F_{b,i}$ 分别是作用于质点的各力在切线、主法线和副法线上的投影。

式(15-4)和(15-5)是两种常用的质点运动微分方程。

可以根据需要, 将式(15-3)' 投影到其它轴系上, 得到其它形式的运动微分方程组。

§ 15-3. 质点动力学的两类基本问题

研究质点的动力学, 为的是求解两类问题: 一是已知质点的运动, 求作用于质点的力; 二是已知作用于质点的力, 求质点的运动。这两类问题称为质点动力学的两类基本问题。求解质点动力学的第一类基本问题比较简单, 例如已知质点的运动方程, 只需求两次导数得到质点的加速度, 代入质点的运动微分方程中, 得一代数方程组, 即可求解。求解质点动力学的第二类基本问题, 例如求质点的速度、运动方程等, 从数学的角度看, 是解微分方程或求积分的问题, 每积分一次, 需要确定一个积分常数。在工程实际中, 作用力有的是常力, 有的是变力, 变力可表示为时间、速度、坐标等的函

数, 求解比较麻烦, 对于某些非线性的运动微分方程, 甚至只能得到近似的解。

下面举例说明这两类问题的求解方法和步骤。

例 15-1 小车载着重物以加速度 a 沿斜坡上行, 如图 15-3 a 所示。如果重物不捆扎, 也不致于掉下, 重物与小车接触面处的摩擦系数至少应为多少? 已知斜坡的倾角为 α , 重物的重量为 Q 。

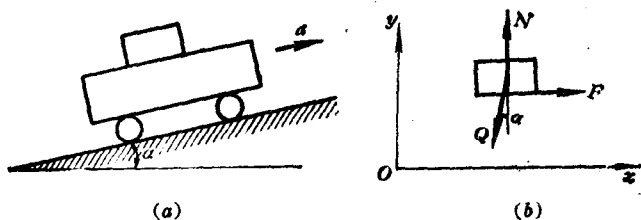


图 15-3

解: 重物作平动, 可视为质点, 它的加速度等于小车的加速度。质点共受三个力作用, 如图 15-3 b 所示: 重力 Q 为已知力, 支承力 N 和摩擦力 F 的大小都是未知数, 方向如图示。可见本题是第一类基本问题。

取 x 轴和 y 轴如图所示。写出质点运动微分方程在这两轴上的投影式:

$$ma_x = F - Q \sin \alpha$$

$$ma_y = N - Q \cos \alpha$$

因 $a_x = a$, $a_y = 0$, 于是得:

$$F = Q \left(\frac{a}{g} + \sin \alpha \right)$$

$$N = Q \cos \alpha$$

式中求得的摩擦力应小于、至多等于静滑动摩擦力的最大值, 才能保证重物不致滑下, 即

$$F \leq F_{\max} = fN$$

或

$$Q \left(\frac{a}{g} + \sin \alpha \right) \leq fN = fQ \cos \alpha$$

因此, 摩擦系数的最小值为

$$f_{\min} = \left(\frac{a}{g} + \sin \alpha \right) / \cos \alpha$$

例 15-2 有一圆锥摆, 如图 15-4 所示。质量 $m=1\text{ kg}$ 的小球系于长 $l=30\text{ cm}$ 的绳上, 绳的另一端则系在固定点 O , 并与铅直线成 $\alpha=60^\circ$ 角。如小球在水平面内作匀速圆周运动, 求小球的速度 v 与绳的张力 T 的大小。

解: 以小球为研究的质点, 作用于质点的力有重力 P 和绳的拉力 T 。选取在自然轴上投影的运动微分方程, 得:

$$\frac{P}{g} \frac{v^2}{\rho} = T \sin \alpha$$

$$0 = T \cos \alpha - P$$

因 $\rho = l \sin \alpha$, 于是解得:

$$T = \frac{P}{\cos \alpha} = 19.6\text{ N}, \quad v = \sqrt{\frac{Tgl \sin^2 \alpha}{P}} = 2.1\text{ m/s}$$

绳的张力与拉力 T 的大小相等。

例 15-3 小球 M 的重量为 G , 设以匀速 v , 沿直管 OA 运动, 如图 15-5 所示, 同时管 OA 以匀角速度 ω 绕铅直轴 z 转动。求小球对管壁的水平压力。

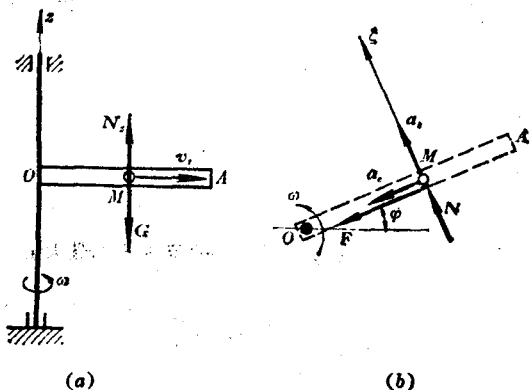


图 15-5

解: 以小球为研究的质点。首先分析质点的受力情况: 重力 G 铅直向下, 管壁对质点的法向约束反力分为铅直分力 N_z 和水平分力 N , 摩擦力 F 沿着 OA 与相对速度相反的方向。其次分析质点的运动情况: 小球的运