

畅销书

高中基础知识

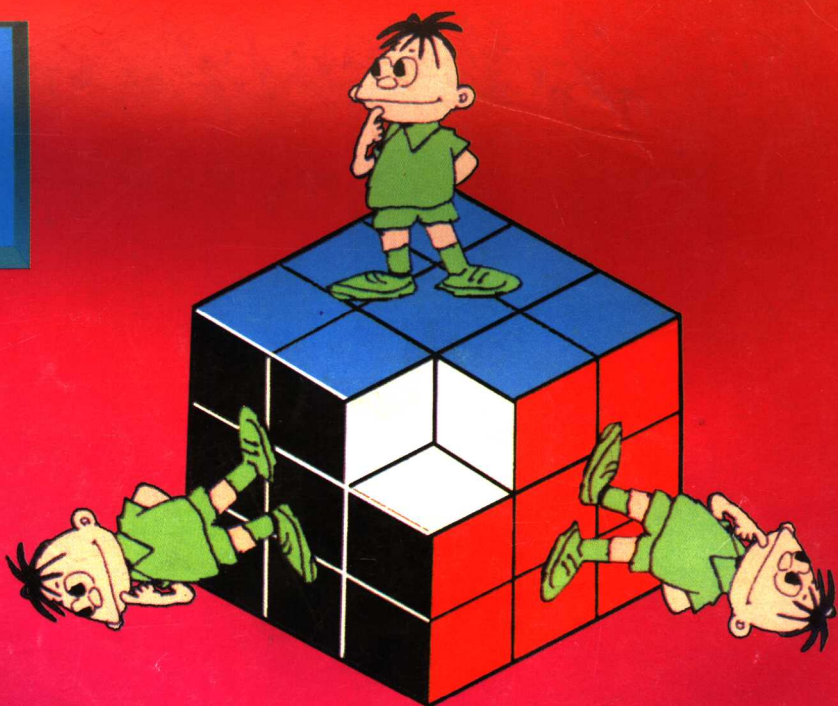
图表解析丛书

主编：常文启

编著：李彭龄

数学

北京名校名师编写



华文出版社

S1.11
LPL

东64A-5

高中基础知识图表解析丛书

数 学

主 编 常文启
编 著 李彭龄

华 文 出 版 社

图书在版编目 (CIP) 数据

数学/李彭龄编著. —北京: 华文出版社, 1998. 1

(高中基础知识图表解析丛书/常文启主编)

ISBN 7-5075-0643-6

I. 数… II. 李… III. 数学课—高中—教学参考资料 IV. G634. 603

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (97) 第 11775 号

高中基础知识图表解析丛书·数学

编 著 者: 李彭龄

出版发行: 华文出版社

责任编辑: 常文后

封面设计: 铁 池

经 销: 新华书店

社 址: 北京西城区府右街 135 号

电 话: 63099271 63097990

邮 编: 100800

印 刷: 保定市华孚商标印刷厂

开 本: 787×1092mm 1/16

字 数: 275 千字

印 张: 11.625

版 次: 1998 年 1 月第 1 版 1998 年 1 月第 1 次印刷

印 数: 00001~10000 册

书 号: ISBN7-5075-0643-6/G·165

定 价: 全套共六册 88.80 元 (本册定价 14.80 元)

华文版图书, 版权所有, 盗印必究

华文版图书, 印装错误, 随时退换

《高中基础知识图表解析丛书》

编委会

主	编	常文启	
编	委	李彭龄	谷玉荣
		汪维澄	周德至
		单春林	贾康生

前 言

华文出版社原出版的《高中各科知识表解》一书，很受读者欢迎，因出版时间较长，其内容已不适应新教材和教学大纲要求等原因，已不再重印。为满足广大师生的迫切需求，我们特组织北京市部分重点中学的高级教师编写了这套《高中基础知识图表解析丛书》。

本套丛书具有以下特点：

1. 紧扣教学大纲和“考试说明”，密切结合新教材，针对教学与考试的实际，帮助广大同学在积极思维状态中，提高理解、掌握、运用知识的能力；既有益于同步学习、训练，又能满足应试之急需。

2. 全面、系统地归纳、疏理知识要点，将重点与难点结合起来，系统总结与实际运用结合起来，把丰富而复杂的知识表格化，依不同知识“块”的结构，设计相关图表，纵横相宜，经纬交织，形成递进有序的网络框架，一目了然，思路明晰，是教与学的双重助手。

编 者

目 录

第一章 预备知识.....	(1)
表 1-1 指数概念和运算性质	(1)
表 1-2 对数的概念、性质及运算法则	(2)
表 1-3 三角比 (锐角三角函数)	(3)
表 1-4 正弦定理和余弦定理	(3)
表 1-5 三角形的面积	(3)
表 1-6 四种命题及其关系	(4)
表 1-7 充要条件	(4)
第二章 幂函数、指数函数和对数函数.....	(5)
教学目标.....	(5)
知识结构.....	(6)
表 2-1 集合的概念	(7)
表 2-2 集合间的关系	(8)
表 2-3 映射	(9)
表 2-4 函数	(10)
表 2-5 函数的性质	(11)
表 2-6 一次函数: $y=kx+b$ ($k \neq 0$)	(12)
表 2-7 反比例函数: $y=\frac{k}{x}$ ($k \neq 0$)	(13)
表 2-8 二次函数: $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$)	(13)
表 2-9 幂函数: $y=x^a$ (a 是常数)	(14)
表 2-10 指数函数: $y=a^x$ ($a>0$, 且 $a \neq 1$)	(15)
表 2-11 对数函数: $y=\log_a x$ ($a>0$, 且 $a \neq 1$)	(15)
表 2-12 指数方程和对数方程的类型及解法	(16)
解题示例	(16)
能力测试	(19)
第三章 三角函数	(23)
教学目标	(23)
知识结构	(23)
表 3-1 角的概念、度量及种类	(25)
表 3-2 任意角的三角函数	(26)
表 3-3 三角函数的图象与性质	(29)

表 3—4 函数 $y = A \sin (\omega x + \varphi)$ ($A > 0, \omega > 0$) 的图象	(30)
解题示例	(31)
能力测试	(34)
第四章 两角和与差的三角函数	(36)
教学目标	(36)
知识结构	(36)
表 4—1 公式系统表	(37)
解题示例	(38)
能力测试	(40)
第五章 反三角函数与三角方程	(43)
教学目标	(43)
知识结构	(43)
表 5—1 反三角函数	(44)
表 5—2 最简三角方程的类型及解集	(45)
表 5—3 特殊三角方程的类型及解法	(45)
表 5—4 简单三角方程的类型及解法	(46)
解题示例	(47)
能力测试	(51)
第六章 不等式	(53)
教学目标	(53)
知识结构	(53)
表 6—1 不等式的概念	(54)
表 6—2 不等式的性质	(55)
表 6—3 重要不等式	(56)
表 6—4 不等式的证明方法	(57)
表 6—5 不等式的解法	(59)
解题示例	(60)
能力测试	(65)
第七章 数列、极限、数学归纳法	(69)
教学目标	(69)
知识结构	(69)
表 7—1 数列的概念及其分类	(70)
表 7—2 等差数列和等比数列	(72)
表 7—3 数列的极限	(73)
表 7—4 数学归纳法	(73)
解题示例	(74)
能力测试	(79)
第八章 复数	(83)
教学目标	(83)
知识结构	(83)

表 8—1	复数的基本概念	(84)
表 8—2	复数的表示方法	(85)
表 8—3	复数的运算	(86)
解题示例		(87)
能力测试		(93)
第九章	排列、组合、二项式定理	(97)
教学目标		(97)
知识结构		(97)
表 9—1	加法原理和乘法原理	(98)
表 9—2	排列、组合	(98)
表 9—3	二项式定理	(99)
解题示例		(100)
能力测试		(103)
第十章	直线与平面	(106)
教学目标		(106)
知识结构		(106)
表 10—1	平面的基本性质	(108)
表 10—2	两条直线的位置关系	(109)
表 10—3	直线和平面的位置关系	(109)
表 10—4	两个平面的位置关系	(110)
表 10—5	直线和直线平行的判定	(111)
表 10—6	直线和平面平行的判定	(112)
表 10—7	平面和平面平行的判定	(113)
表 10—8	直线和直线垂直的判定	(113)
表 10—9	直线和平面垂直的判定	(114)
表 10—10	平面和平面垂直的判定	(115)
表 10—11	空间中的角	(116)
表 10—12	空间中的距离	(117)
解题示例		(117)
能力测试		(119)
第十一章	多面体和旋转体	(123)
教学目标		(123)
知识结构		(123)
表 11—1	棱柱、棱锥、棱台的概念及性质	(124)
表 11—2	棱柱、棱锥、棱台的侧面积和体积公式	(127)
表 11—3	圆柱、圆锥、圆台	(127)
表 11—4	球、球冠、球缺	(128)
解题示例		(130)
能力测试		(132)
第十二章	直线	(136)

教学目标	(136)
知识结构	(136)
表 12-1 平面直角坐标系中的基本公式	(137)
表 12-2 直线方程的各种形式	(139)
表 12-3 点和直线的位置关系	(139)
表 12-4 直线和直线的位置关系	(140)
解题示例	(140)
能力测试	(140)
第十三章 圆锥曲线	(146)
教学目标	(146)
知识结构	(146)
表 13-1 曲线与方程	(147)
表 13-2 圆	(147)
表 13-3 椭圆	(149)
表 13-4 双曲线	(150)
表 13-5 抛物线	(151)
表 13-6 圆锥曲线	(152)
表 13-7 坐标轴的平移	(152)
解题示例	(153)
能力测试	(158)
第十四章 参数方程, 极坐标	(161)
教学目标	(161)
知识结构	(161)
表 14-1 参数方程	(162)
表 14-2 极坐标系	(163)
表 14-3 常见曲线的极坐标方程	(164)
解题示例	(166)
能力测试	(169)
综合练习	(173)
参考答案	(175)

第一章 预备知识

表 1-1

指数概念和运算性质

名 称		定 义	运 算 法 则
整 数 指 数 幂	正整数指数幂	$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdots a}_{n \uparrow}$ (n 是正整数)	设 m、n 为正整数, 则 ① $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$. ② $a^m \div a^n = a^{m-n}$ ($a \neq 0, m > n$). ③ $(a^m)^n = a^{mn}$. ④ $(ab)^n = a^n \cdot b^n$. ⑤ $(\frac{a}{b})^n = \frac{a^n}{b^n}$ ($b \neq 0$).
	零指数幂	$a^0 = 1$ ($a \neq 0$)	
	负整数指数幂	$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ ($a \neq 0, n$ 为正整数)	
分 数 指 数 幂	正分数指数幂	$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$ ($a \geq 0, m, n$ 都是正整数, 且 $n > 1$)	
	负分数指数幂	$a^{-\frac{m}{n}} = \frac{1}{\sqrt[n]{a^m}}$ ($a > 0, m, n$ 都是正整数, 且 $n > 1$)	
有 理 数 指 数 幂		a^n (n 为有理数, a 为使 a^n 有意义的实数)	设 m、n 为有理数, $a > 0, b > 0$, 则 ① $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$. ② $(a^m)^n = a^{mn}$. ③ $(ab)^n = a^n b^n$.
实 数 指 数 幂		a^α (α 为实数, a 为使 a^α 有意义的实数)	设 m、n 为实数, $a > 0, b > 0$, 则 ① $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$. ② $(a^m)^n = a^{mn}$. ③ $(ab)^n = a^n b^n$.

表 1-2

对数的概念、性质及运算法则

项 目	内 容	
定 义	如果 $a^b=N$ ($a>0, a\neq 1$), 那么数 b 就叫做以 a 为底的 N 的对数, 记做 $\log_a N=b$, 其中 a 叫做底数 (简称底), N 叫做真数.	
基 本 性 质	设 $a>0, a\neq 1$, 则 ①零和负数没有对数. ②1 的对数等于零, 即 $\log_a 1=0$. ③底的对数等于 1, 即 $\log_a a=1$.	
运 算 法 则	设 $a>0, a\neq 1, M>0, N>0$, 则 ① $\log_a (M \cdot N) = \log_a M + \log_a N$. ② $\log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$. ③ $\log_a M^n = n \log_a M$, n 是任意实数. ④ $\log_a \sqrt[n]{M} = \frac{1}{n} \log_a M$, n 是大于 1 的正整数.	
对数恒等式	$a^{\log_a N} = N$ ($a>0, a\neq 1, N>0$).	
换 底 公 式	$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$ ($a>0, a\neq 1, b>0, c>0, c\neq 1$).	
特殊的对数	常用对数	以 10 为底的对数叫做常用对数. $\log_{10} N$ 简记为 $\lg N$.
	自然对数	以无理数 $e=2.71828\cdots$ 为底的对数叫做自然对数. $\log_e N$ 简记为 $\ln N$.
指数式与对数式的关系		

表 1-3

三角比 (锐角三角函数)

设 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $\angle A$ 和 $\angle B$ 是锐角, 角 A, B, C 的对边分别记为 a, b, c .

名 称	符 号	定 义	性 质
角 A 的正弦	$\sin A$	$\sin A = \frac{\angle A \text{ 的对边}}{\text{斜边}} = \frac{a}{c}$	① $0 < \sin A < 1, 0 < \cos A < 1,$ $\text{tg} A > 0, \text{ctg} A > 0.$ ② $\sin^2 A + \cos^2 A = 1.$ ③ $\text{tg} A = \frac{\sin A}{\cos A}, \text{ctg} A = \frac{\cos A}{\sin A},$ $\text{tg} A \cdot \text{ctg} A = 1.$ ④ $\sin A = \cos B, \cos A = \sin B,$ $\text{tg} A = \text{ctg} B, \text{ctg} A = \text{tg} B.$
角 A 的余弦	$\cos A$	$\cos A = \frac{\angle A \text{ 的邻边}}{\text{斜边}} = \frac{b}{c}$	
角 A 的正切	$\text{tg} A$	$\text{tg} A = \frac{\angle A \text{ 的对边}}{\angle A \text{ 的邻边}} = \frac{a}{b}$	
角 A 的余切	$\text{ctg} A$	$\text{ctg} A = \frac{\angle A \text{ 的邻边}}{\angle A \text{ 的对边}} = \frac{b}{a}$	

表 1-4

正弦定理和余弦定理

设 $\triangle ABC$ 是任意三角形, 角 A, B, C 的对边分别是 a, b, c .

名 称	语 言 表 述	公 式
正弦定理	在一个三角形中, 各边与它所对角的正弦的比相等, 并且都等于这个三角形的外接圆的直径.	$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$ $(R \text{ 是 } \triangle ABC \text{ 的外接圆半径})$
余弦定理	三角形任何一边的平方等于其它两边平方的和减去这两边与它们夹角的余弦之积的两倍.	$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A,$ $b^2 = c^2 + a^2 - 2ca \cos B,$ $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C.$

表 1-5

三角形的面积

三角形的形状	面 积 公 式
直角三角形	$\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, 两直角边长为 a, b , 斜边长为 c , 斜边上的高为 h_c , 则这三角形的面积为 $S_{\triangle} = \frac{1}{2}ab = \frac{1}{2}ch_c$.
任意三角形	$\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 三边 BC, CA, AB 上的高分别为 h_a, h_b, h_c , 则 $S_{\triangle} = \frac{1}{2}ah_a = \frac{1}{2}bh_b = \frac{1}{2}ch_c.$ $S_{\triangle} = \frac{1}{2}ab \sin C = \frac{1}{2}bc \sin A = \frac{1}{2}ca \sin B.$ $S_{\triangle} = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}, \text{ 其中 } s = \frac{1}{2}(a+b+c).$ $S_{\triangle} = \frac{1}{2}r(a+b+c), \text{ 其中 } r \text{ 是 } \triangle ABC \text{ 的内切圆半径.}$ $S_{\triangle} = \frac{abc}{4R}, \text{ 其中 } R \text{ 是 } \triangle ABC \text{ 的外接圆半径.}$

表 1-6

四种命题及其关系

名 称	定 义 (符 号 表 示)	关 系
原命题	若 A 成立, 则 B 成立 ($A \Rightarrow B$)	① ②原命题正确, 它的逆命题、否命题不一定正确, 它的逆否命题一定正确; 互为逆否命题的两个命题同真同假(简称为等价).
逆命题	若 B 成立, 则 A 成立 ($B \Rightarrow A$)	
否命题	若 A 不成立, 则 B 不成立 ($\bar{A} \Rightarrow \bar{B}$)	
逆否命题	若 B 不成立, 则 A 不成立 ($\bar{B} \Rightarrow \bar{A}$)	

表 1-7

充要条件

名 称	定 义 (符 号 表 示)	图 示
A 是 B 的充分条件	若 A 则 B ($A \Rightarrow B$)	
A 是 B 的必要条件	若 A 不成立则 B 不成立 ($\bar{A} \Rightarrow \bar{B}$), 或若 B 则 A ($B \Rightarrow A$)	
A 是 B 的充要条件	若 A 则 B, 且若 B 则 A, ($A \Rightarrow B$, 且 $B \Rightarrow A$)	

注:

(1) “ $A \Rightarrow B$ ”是指由 A 经过正确的推理可以得出 B, 也就是说, 如果 A 成立, 那么 B 一定成立; 而 “ $A \nRightarrow B$ ”的含意是, 由 A 推不出 B, 命题为假.

(2) 条件 A 和结论 B 之间的关系有且仅有下列四种可能之一:

- ① $A \Rightarrow B$, 且 $B \nRightarrow A$: A 是 B 的充分不必要的条件;
- ② $B \Rightarrow A$, 且 $A \nRightarrow B$: A 是 B 的必要不充分的条件;
- ③ $A \Rightarrow B$, 且 $B \Rightarrow A$: A 是 B 的充分必要条件 (简称充要条件);
- ④ $A \nRightarrow B$, 且 $B \nRightarrow A$: A 既不是 B 的充分条件, 也不是 B 的必要条件.

第二章 幂函数、指数函数和对数函数

教学目标

1. 集合

(1) 理解集合的概念, 掌握集合的表示方法——列举法和描述法; 了解元素对集合的“属于”关系的意义, 能正确使用符号 $\in$ 、 $\notin$; 熟悉常用数集的记号 N 、 Z 、 Q 、 R 、 R^+ 等.

(2) 理解子集、交集、并集、补集的概念, 理解集合的包含与相等关系的意义, 了解空集与全集的意义, 并能正确使用符号 $\subseteq$ 、 $\subset$ 、 $=$ 、 $\cap$ 、 $\cup$ 、 $\bar{A}$, 能用 Venn 图表示集合间的关系, 能熟练地写出方程(组)与不等式(组)的解集.

2. 映射

(1) 了解映射的概念, 并能画出示意图表示.

(2) 会在给定的映射中由原象找象或由象找原象.

3. 函数

(1) 理解函数是一种特殊的映射.

(2) 能正确理解和使用记号 $f(x)$ 及 $f(a)$.

(3) 能熟练地求出函数的定义域和值域.

(4) 了解反函数的概念, 掌握互为反函数的两个函数图象间的关系; 会求某些函数的反函数.

(5) 理解函数单调性的概念和几何特征, 能判断一些函数在给定区间上的单调性, 并能应用函数的单调性比较函数值的大小.

(6) 理解函数奇偶性的概念, 能判断一些函数的奇偶性, 掌握奇、偶函数图象的对称性, 并能利用它描绘函数的图象.

4. 幂函数、指数函数和对数函数

(1) 掌握二次函数、幂函数、指数函数和对数函数的概念、图象和性质, 并能运用这些函数的知识解决应用问题.

(2) 会解简单的指数方程和对数方程.

5. 函数是数学中极其重要的内容, 在总复习中应把函数作为重点, 以期达到: 正确地树立函数概念, 牢固地掌握函数性质, 熟练地速写函数图象, 并能运用函数思想和数形结合的方法解决问题.

知识结构

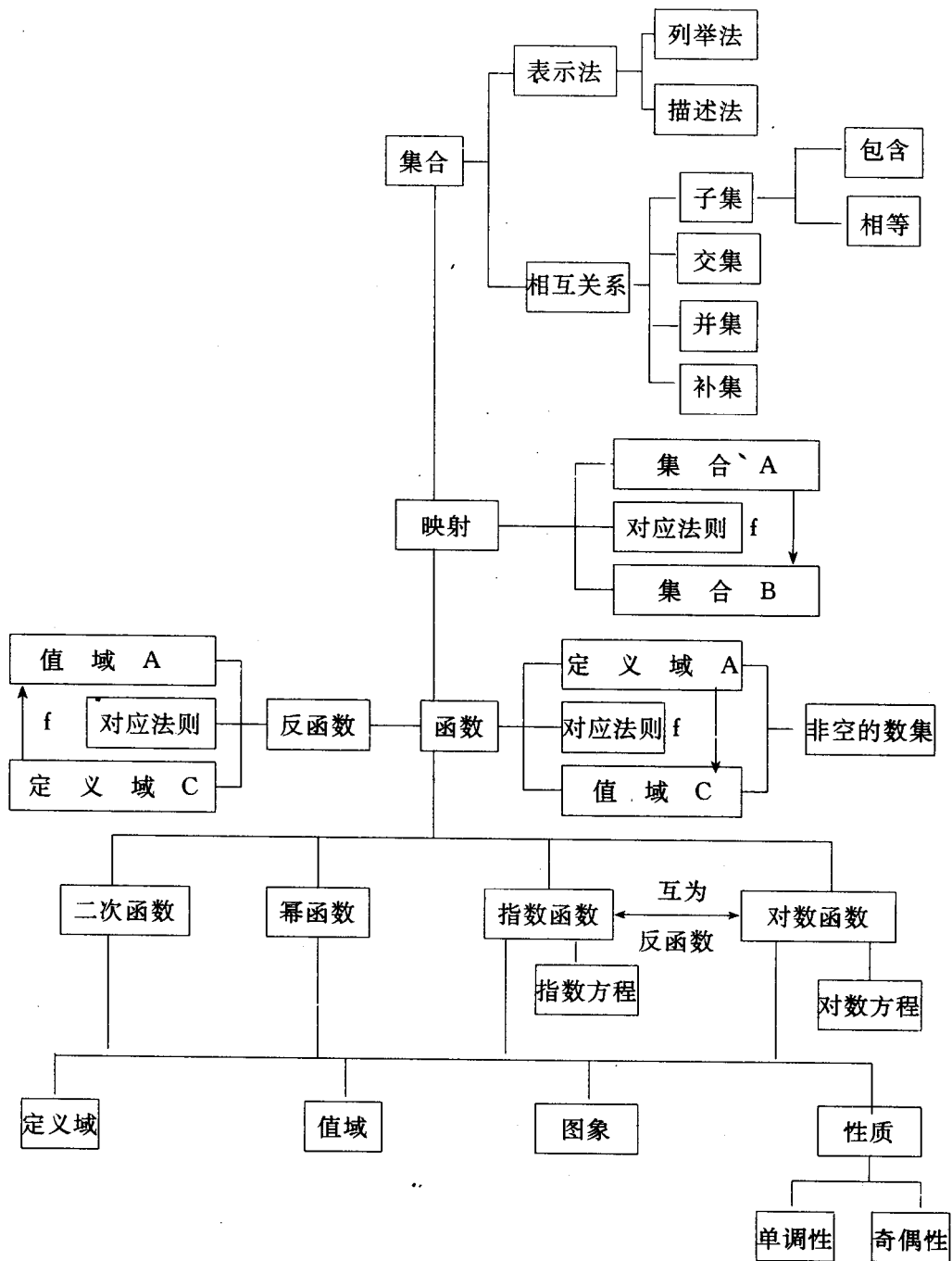


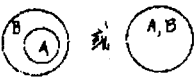
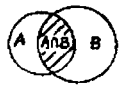
表 2-1

集合的概念

项 目		说 明	备 注
集 合 的 含 意	集合	每组研究对象的全体形成一个集合(简称集). 集合用大写拉丁字母表示.	集合是数学中的不定义的概念(如点、直线、平面等概念那样).
	集合的元素	集合里的各个对象叫做这个集合的元素. 集合的元素用小写拉丁字母表示. 如果 a 是集合 A 的元素, 那么就记为 $a \in A$, 读做 a 属于集合 A ; 如果 a 不是集合 A 的元素, 就记做 $a \notin A$, 读做 a 不属于集合 A .	
	集合中元素的特性	(1) 确定性: 对于一个给定的集合, 任何一个对象或者是这个集合的元素, 或者不是这个集合的元素. (2) 互异性: 对于一个给定的集合, 元素没有重复现象, 即集合中两个元素都是不同的. (3) 无序性: 列举集合中的元素时不必考虑元素之间的顺序.	
集合的表示法	列举法	把集合中的所有元素一一列举出来, 写在大括号内.	例如: 由小于 6 的正奇数组成的集合, 表示为 $\{1, 3, 5\}$. 注意: 大括号含有“所有”的意思
	描述法	把集合中的所有元素的公共属性用文字或数学式子描述出来, 写在大括号内.	例如: ①由不等式 $x-1>2$ 的所有解组成的集合, 表示为 $\{x x-1>2\}$; ②所有的等腰三角形组成的集合, 表示为 $\{\text{等腰三角形}\}$.
集合的分类	有限集	含有有限个元素的集合.	
	无限集	含有无限个元素的集合.	
	空集	不含任何元素的集合, 记作 $\emptyset$.	不要把数 0 或集合 $\{0\}$ 与空集 $\emptyset$ 混淆
常用的数集		自然数(正整数)集 N , 整数集 Z , 有理数集 Q , 实数集 R , 复数集 C , 正有理数集 Q^+ , 负实数集 R^- 等.	

表 2-2

集合间的关系

名 称		定 义	符 号	图 示	性 质
子集	子集	对于两个集合 A 与 B, 如果集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素, 则称集合 A 是集合 B 的子集.	$A \subseteq B$ (或 $B \supseteq A$)		(1) $A \subseteq A$. (2) $\emptyset \subseteq A$. (3) $\left. \begin{matrix} A \subseteq B \\ B \subseteq C \end{matrix} \right\} \Rightarrow A \subseteq C$.
	真子集	如果 A 是 B 的子集, 并且 B 中至少有一个元素不属于 A, 那么集合 A 叫做集合 B 的真子集.	$A \subset B$ (或 $B \supset A$)		(1) 若 A 是非空集合, 则 $\emptyset \subset A$. (2) $\left. \begin{matrix} A \subset B \\ B \subset C \end{matrix} \right\} \Rightarrow A \subset C$.
集合的相等		对于两个集合 A 与 B, 如果 $A \subseteq B$, 同时 $B \subseteq A$, 那么就称这两个集合相等.	$A = B$		(1) 若 $A = B$, 则 $B = A$. (2) $\left. \begin{matrix} A = B \\ B = C \end{matrix} \right\} \Rightarrow A = C$.
交集		由所有属于集合 A 且属于集合 B 的元素所组成的集合, 叫做 A, B 的交集.	$A \cap B = \{x x \in A, \text{ 且 } x \in B\}$		(1) $A \cap A = A$. (2) $A \cap \emptyset = \emptyset$. (3) $A \cap B = B \cap A$. (4) $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$. (5) 若 $A \subseteq B$, 则 $A \cap B = A$.
并集		由所有属于集合 A 或属于集合 B 的元素所组成的集合, 叫做 A, B 的并集.	$A \cup B = \{x x \in A, \text{ 或 } x \in B\}$		(1) $A \cup A = A$. (2) $A \cup \emptyset = A$. (3) $A \cup B = B \cup A$. (4) $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$. (5) 若 $A \subseteq B$, 则 $A \cup B = B$. (6) $\emptyset \subseteq A \cap B \subseteq A$ (或 B) $\subseteq A \cup B$.
全集		含有所要研究的各个集合的全部元素的给定的集合, 叫做全集.	I		