

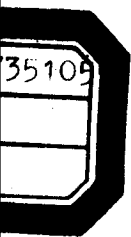
全国各类成人高等学校

招生考试大纲

指导学习练习集

数学

北京市成人教育考试办公室组编



学苑出版社

38.734055

SX

数 学

(修订本)

北京市成人教育考试办公室 组编

学 苑 出 版 社

(京)新登字 151 号

**全国各类成人高等学校招生 数学
考试大纲指导学习练习集**

北京市成人教育考试办公室组编

学苑出版社出版

(北京市西四颁赏胡同四号)

新华书店北京发行所发行

北京大兴县印刷厂印刷

787×1092 1/16 印张: 14 插页: 字数: 350 千字;

印数: 26800—37000

1993 年 6 月第 1 版

1993 年 6 月第 1 次印刷

ISBN7—5077—0019—4/G·10

定价: 6.80 元

前 言

这套练习集是根据国家教委重新制定的《全国各类成人高等学校招生复习考试大纲》的要求而编写的，包括政治、语文、数学、历史、地理、物理、化学七科。各科均严格按照大纲中关于题型、题量、难易程度及分数比例等规定，由浅入深、分层次地展示出十套模拟练习试题，并给出评分标准和参考答案，便于读者进行自我测试。尤为重要的是，为了使读者通过学习本书后加深理解考试的要求，达到系统复习课程的目的，本书着重突出“指导”的内容，循循善诱。这也是本书有别于其它各类复习资料，具有更容易为读者所接受的特点之所在。读者可以先通过试题练习，再对照答案进行检验，最后学习、消化指导部分的内容，把复习、练习和加深记忆理解融会贯通于学习本书之中。

为此，本书中各套练习题在题目的选择上都进行了认真的推敲。尽管总的题量有限，但基本上覆盖了大纲对各科内容上的要求。题型既参考了近几年全国成人高考的试题，又注重新大纲的要求，做到又通俗，又有新意。总的选材上是注意基本理论、基本知识的训练，旨在引导读者逐步提高思维能力。在指导练习中，或有重点和难点答疑；或有练习意图说明；或有解题思路提示；或有典型例题的示范讲解。编写体例上可谓丰富多采、严肃、科学。有利于读者开阔思路，既能掌握各科必要的内容，又能对高考的试卷形式和考试方法有个整体的认识。从这个意义上讲，本书还具有很大的实用性。

由于以上特点，所以本书不但适用于报考各类成人高校的读者学习，还可供有关学校、补习班作为辅导教材，以及教育工作者学习、参考。

这套练习集的编写委员会成员为：

顾 问：关世雄

主 编：胡余生

副主编：张宝祥、潘乃新

编 委：黄汉丞、徐平儿、冯经国、马世言、刘尧、杨作民、王才。

其它参加编写的同志还有：李如鸾、黄永红、李三茹、徐莉、严革、白桂香、潘筱萍、刘培娜、金岷、何怡生、李银田等同志。

参加本书出版工作的同志有：关淑清、沈淳、马兰新、刘薇、谭德深、刘国欣、李秀云、杨恩华、曹起祥、姜洁、董惠萍、刘亚平、谢玉萍、陈进生、潘仁忠、刘彦茹、南雁宾、吴莉莉等同志。

本书在编写过程中得到各方面大力支持，承蒙成人教育专家、北京市政协副主席关世雄同志作为编写顾问，在此一并表示诚挚的谢意！

本书编写由于时间紧，如有不正之处，敬请批评指正。

编 者

1990年3月

目 录

文 史 类

练习一.....	(1)
练习一参考答案解题指导及评分标准.....	(5)
练习二.....	(12)
练习二参考答案解题指导及评分标准.....	(16)
练习三.....	(21)
练习三参考答案解题指导及评分标准.....	(25)
练习四.....	(32)
练习四参考答案解题指导及评分标准.....	(35)
练习五.....	(40)
练习五参考答案解题指导及评分标准.....	(44)
练习六.....	(50)
练习六参考答案解题指导及评分标准.....	(54)
练习七.....	(60)
练习七参考答案解题指导及评分标准.....	(64)
练习八.....	(70)
练习八参考答案解题指导及评分标准.....	(74)
练习九.....	(79)
练习九参考答案解题指导及评分标准.....	(83)

理 工 农 医 类

练习一.....	(89)
练习一参考答案解题指导及评分标准.....	(95)
练习二.....	(104)
练习二参考答案解题指导及评分标准.....	(108)
练习三.....	(120)
练习三参考答案解题指导及评分标准.....	(125)
练习四.....	(135)
练习四参考答案解题指导及评分标准.....	(140)
练习五.....	(150)
练习五参考答案解题指导及评分标准.....	(154)
练习六.....	(164)

练习六参考答案解题指导及评分标准.....	(168)
练习七	(177)
练习七参考答案解题指导及评分标准.....	(181)
练习八	(191)
练习八参考答案解题指导及评分标准.....	(196)
练习九	(206)
练习九参考答案解题指导及评分标准.....	(210)

练习一

(文史类)

题号	一	二	三					总分
			21	22	23	24	25	
分数								

考生注意：这份试题共三道大题（25个小题），满分100分。

得分	评卷人

一、选择题（本题满分36分，共有12个小题，每一个小题中只有一个结论是正确的，把正确结论的代号写在题后的圆括号内，选对得3分，不选，选错或选出的代号超过一个者，一律得0分。）

- (1) 设集合 $M = \{0, -2, 3\}$, $N = \{-2, 3\}$, 则 答 ()
 (A) $M \subset N$ (B) $N \subset M$
 (C) $M = N$ (D) $N \in M$
- (2) 下列函数中，对任意实数 x 满足 $f(x) = f(-x)$ 的函数是 答 ()
 (A) $f(x) = |x|$ (B) $f(x) = (x + x^2)^2$
 (C) $f(x) = 2^x - 2^{-x}$ (D) $f(x) = (2^x)^2$
- (3) 函数 $f(x) = \lg \frac{\sqrt{4-x}}{x-3}$ 的定义域用区间表示为 答 ()
 (A) $(3, 4]$ (B) $(3, 4)$
 (C) $(-\infty, 3) \cup (3, 4)$ (D) $(-\infty, 3)$
- (4) 设 $A = \{x \mid 0 < x < \pi\}$, $B = \{y \mid -1 < y < 1\}$, f 是 A 到 B 的一一映射，则 f 是 答 ()
 (A) $y = \sin x$ (B) $y = \cos x$
 (C) $y = \tan x$ (D) $y = \cot x$
- (5) 方程 $Ax + By + C = 0$ 为直线方程一般式的充分必要条件是 答 ()
 (A) A, B 都不为零 (B) A, B, C 都不为零
 (C) A, B 不都为零 (D) A, B, C 不都为零
- (6) 设二次函数 $y = x^2 - 6x + c$ 的顶点在 x 轴上，则实数 c 的值是 答 ()
 (A) 0 (C) -9
 (D) 9

(7) 已知 $\sin\alpha + \cos\alpha = \frac{1 - \sqrt{3}}{2}$, $\alpha \in (0, \pi)$, 则 $\tan\alpha$ 的值为

答 ()

(A) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$

(B) $-\sqrt{3}$

(C) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

(D) $\sqrt{3}$

(8) 设 $1 < a < b$, 则 $\log_a b$, $\log_b a$, $\log_{\frac{a}{b}} \frac{b}{a}$ 大小顺序是 答 ()

(A) $\log_a b < \log_b a < \log_{\frac{a}{b}} \frac{b}{a}$

(B) $\log_b a < \log_a b < \log_{\frac{a}{b}} \frac{b}{a}$

(C) $\log_{\frac{a}{b}} \frac{b}{a} < \log_b a < \log_a b$

(D) $\log_b a < \log_{\frac{a}{b}} \frac{b}{a} < \log_a b$

(9) 设 $(1-2x)^6 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_6x^6$, 则 $a_1 + a_2 + \cdots + a_6$ 的值等于 答 ()

(A) 1

(B) -1

(C) -2

(D) 0

(10) 过点 (1, 2) 作直线, 若它在 x 轴, y 轴上的截距的绝对值相等, 则满足该条件的直线的条数为 答 ()

(A) 一条

(B) 二条

(C) 三条

(D) 不存在

(11) 圆 $(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$ ($R > 0$) 与两坐标轴相切, 则实数 a, b, R 满足 答 ()

(A) $a = b$

(B) $a = b = R$

(C) $a = R$ 或 $b = R$

(D) $|a| = |b| = R$

(12) 中心在原点, 焦点在坐标轴上, 且 $a^2 = 13$, $c^2 = 12$ 的椭圆方程是 答 ()

(A) $\frac{x^2}{13} + \frac{y^2}{12} = 1$

(B) $\frac{x^2}{13} + y^2 = 1$

(C) $\frac{x^2}{13} + \frac{y^2}{12} = 1$ 或 $\frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{13} = 1$

(D) 以上都不对

得分	评卷人

二、填空题 (本题满分24分, 共有8个小题, 每小题满分3分. 只要求直接写出结果.)

(13) $(125)^{\frac{2}{3}} + \left(-\frac{1}{2}\right)^{-2} - \left(\frac{1}{27}\right)^{-\frac{1}{3}} =$ _____.

(14) 设 $a-1, a+1, 2a+3$ 成等差数列, 则 $a =$ _____.

(15) 函数 $f(x) = \sin x + \cos x$ 的最大值是 _____.

(16) $\lg \frac{1}{x} > 0$ 的解集为 _____.

(17) 函数 $f(x) = \sin x \cos x \cos 2x$ 的最小正周期是 _____.

(18) 双曲线 $x^2 - y^2 = a^2$ ($a > 0$) 的渐近线方程是 _____.

(19) 经过抛物线 $y^2 = -4x$ 上一点 $(-1, 2)$ 的切线方程是 _____.

(20) 已知 $(1+x)^8$ 展开式的中间三项成等差数列, 则 $x =$ _____.

得分	评卷人

三、解答题 (本题满分40分, 共5个小题.)

(21) (本小题满分6分)

当 k 取什么实数时, 直线 $y = kx$ 与抛物线 $y = x^2 - x + 1$ 相切? 有两个不同的交点?

[解]

(22) (本小题满分7分)

某厂1981年的产值是86万元, 1989年的产值是217万元. 求该厂年产值的平均增长率 (精确到0.1%).

($\lg 217 = 2.3365$, $\lg 86 = 1.9345$, $\lg 1.1228 = 0.0503$)

[解]

(23) (本小题满分7分)

已知直线 l 的方程 $2x - 3y - 5 = 0$, 点 $A(1, -2)$ 和 $B(-2, 3)$.若直线 AB 和 l 相交于 P 点, 求点 P 分线段 AB 所成的比.

[解]

(24) (本小题满分10分)

已知三角形两边之和为10, 夹角为 θ , 且使

$$10x^2 + 10x \cos \theta + 3 \cos \theta + 4 = 0$$

的两个实根相等, 求此三角形面积的最大值.

[解]

(25) (本小题满分10分)

通过抛物线 $y^2 = 2px$ ($p > 0$) 的焦点作倾角为 $\frac{\pi}{4}$ 的直线, 与抛物线相交于 A 、 B 两点. 求以线段 AB 为直径的圆的方程.

[解]

练习一 参考答案解题指导及评分标准

一、选择题 每小题满分3分

题 号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答 案	B	A	B	B	C	C	A	C	D	C	D	C

二、填空题 每小题满分3分

(13) 26

(14) 0

(15) 最大值为 $\sqrt{2}$

(16) $\{x \mid 0 < x < 1\}$

(17) $\frac{\pi}{2}$

(18) $y = \pm x$

(19) $y = -x + 1$

(20) $-\frac{1}{2}$ 或 2

三、解答题 ((21) 题满分6分, (22)、(23) 题满分各7分, (24)、(25) 题满分各10分)

(21) $k = 1$ 或 $k = -3$. $k > 1$ 或 $k < -3$ (22) 12.3%

(23) $\frac{1}{6}$

(24) $\frac{15}{2}$

(25) $(x - \frac{3}{2}p)^2 + (y - p)^2 = (2p)^2$

[解法分析]

一、选择题

(1) 由真子集的概念及题设, 知集合N中的-2, 3都属于M. 而M中的0不属于N. 知集合N为集合M的真子集, 即 $N \subset M$. 应选 (B).

象这样的, 根据定义、定理、公式、法则等直接进行判断, 从而得出正确结论, 这种方法是直接解法, 直接解法是选择题中一种基本常用的方法.

另一种常用的解法为间接解法, 其中包括淘汰法、特殊值法、图象法等等, 我们将结合本册练习的解法分析逐一进行简介.

该题另一判断方法, 因为“ $\in$ ”为元素与集合间关系的符号, 故应排除 (D). 因为集合N含元素-2和3, 而集合M含元素0, -2和3, 知 (A)、(C) 不正确, 应予排除. 又知 (A)、(B)、(C)、(D) 四个结论中只有一个是正确的, 因此正确答案只能是 (B).

象这种排除错误, 保留正确, 即去伪存真的解法就是淘汰法.

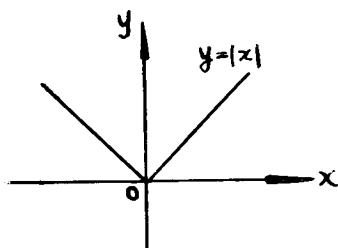
(2) 因为 $f(x) = |x|$ 满足 $f(-x) = |-x| = |x| = f(x)$. 所以可直接判断正确答案为 (A).

也可用淘汰法进行“筛选”. 因为 $f(x) = (x + x^2)^2$, 有 $f(-x) = (-x + x^2)^2$ 不满足 $f(x) = f(-x)$ 应排除 (B). 同理知 (C)、(D) 都不满足 $f(x) = f(-x)$. 应予排除, 答案为 (A).

该题也可籍助函数图象进行判断. 知 $y = |x|$ 的图象如下

它们关于y轴对称, 满足 $f(x) = f(-x)$ ($f(x) = |x|$ 为偶函数). 故应选 (A)

象这样, 利用函数图象进行分析判断, 即数形结合的方法简称为图象法.



文图 1—1

(3) 用直接法判断, 由对数定义知

$$\frac{\sqrt{4-x}}{x-3} > 0$$

由分式意义知 $x-3 \neq 0$

由二次根式定义知 $4-x \geq 0$.

求定义域即求如下不等式组的解

$$\begin{array}{ll} \text{解} & \begin{cases} 4-x > 0 \\ x-3 > 0 \end{cases} \\ & \text{得} \quad \begin{cases} x < 4 \\ x > 3 \end{cases} \end{array}$$

即所求定义域为 $(3, 4)$. 故应选 (B)

(4) 采用淘汰法. (A) 当 $0 < x < \pi$ 时, $0 < \sin x \leq 1$. (C) $y = \operatorname{tg} x$, $x \neq \frac{\pi}{2}$.

(D) 当 $0 < x < \pi$ 时, $-\infty < \operatorname{ctg} x < +\infty$. 可见都不是 A 到 B 的一一映射, 应排除, 知正确答案是 (B)

(5) 首先要准确把握“充分必要条件”的含义, 其次分清“都不为零”、“不都为零”这些数学用语的区别, 然后根据直线方程一般式的定义采用直接法作出判断, 可知 (C) 正确.

(6) 依题意知, 二次方程

$$x^2 - 6x + c = 0$$

只有一个实根, 其根的判别式 $\Delta = 0$

$$\text{即} \quad 36 - 4c = 0$$

$$\text{得} \quad c = 9 \quad \text{应选 (C)}$$

也可结合图象判断. 因为抛物线开口向上, 顶点为最小值点. 由已知顶点在 x 轴上, 知顶点纵坐标为 0, 有

$$\frac{4c - 36}{4} = 0 \quad \text{即} \quad c = 9 \quad \text{应选 (C)}$$

$$(7) \because \sin \alpha + \cos \alpha = \frac{1 - \sqrt{3}}{2} < 0, \alpha \in (0, \pi). \therefore \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi. \text{ 则 } \operatorname{tg} \alpha < 0.$$

而 (C): $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$, (D): $\operatorname{tg} \alpha = \sqrt{3}$, 故应排除 (C), (D). 若

$$(A): \operatorname{tg} \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{3}, \alpha \in (0, \pi). \text{ 则 } \alpha = \frac{5\pi}{6}, \text{ 此时 } \sin \alpha = \sin \frac{5\pi}{6} = \frac{1}{2}, \cos \alpha =$$

$$\cos \frac{5\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{2}, \text{ 使 } \sin \alpha + \cos \alpha = \frac{1 - \sqrt{3}}{2}. \text{ 故应选择 (A)}$$

说明: 该题若采用直接法, 则须由 $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{1 - \sqrt{3}}{2}$ 两边平方, 求出 $\sin \alpha$,

$\cos\alpha$ 的值, 再利用根与系数关系, 求得 $\sin\alpha = -\frac{1}{2}$, $\cos\alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2}$, 从而得

$\tan\alpha = -\frac{\sqrt{3}}{3}$, 显然其计算较麻烦.

在解选择题中, 常常对题目中的四个结论逐个进行验证, 以寻求正确答案, 这种方法常称为验证法.

(8) 已知 $\log_a a = 1$, $\log_b b = 1$, $\log_b 1 = 0$.

$\therefore 1 < a < b, \therefore \log_a b > \log_a a = 1$

而 $\log_b a < \log_b b = 1$

$\therefore 0 = \log_b 1 < \log_b a < \log_a b$

又知 $\log_{\frac{a}{b}} \frac{b}{a} = \log_{\frac{a}{b}} \left(\frac{a}{b}\right)^{-1} = -1 < 0$.

$\therefore \log_{\frac{a}{b}} \frac{b}{a} < \log_b a < \log_a b$ 即应选 (C)

应该注意, 在这类比较数值大小(对数、指数等)的题目中, 一些特殊值, 如 $\log_a 1 = 0$ ($a^0 = 1$), $\log_a a = 1$ ($a^1 = a$) 等, 起着“桥梁”作用, 要注意利用这些特殊值.

也可用特殊值法求解. 根据题设 $1 < a < b$, 任选 a, b 的值, 进行判断. 如取 $a = 2$, $b = 4$, 则

$$\log_a b = \log_2 4 = 2, \quad \log_b a = \log_4 2 = \frac{1}{2}, \quad \log_{\frac{a}{b}} \frac{b}{a} = \log_{\frac{1}{2}} 2 = -1.$$

知 $\log_{\frac{a}{b}} \frac{b}{a} < \log_b a < \log_a b$. 故选 (C)

(9) 这类计算题, 可以应用二项式定理将 $(1-2x)^6$ 展开, 求出 $a_1, a_2, \dots, a_6$ 的值. 但计算量较大.

也可用特殊值法来解. 题设

$$(1-2x)^6 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_6x^6$$

取 $x = 1$, 则等式左边为 1, 等式右边为 $a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_6$, 即

$$a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_6 = 1$$

又知 $(1-2x)^6$ 展式第一项 $a_0 = 1$ 所以

$$a_1 + a_2 + \dots + a_6 = 0 \quad \text{应选 (D)}$$

(10) 可利用图象进行判断, 但要注意, 过原点的直线在 x 轴, y 轴上的截距也都相等(都等于零)、不可漏掉这一条. 应选 (C)

(11) 用特殊值法进行筛选, 如取 $a = 1, b = -1, R = 1$. 显然圆 $(x-1)^2 + (y+1)^2 = 1^2$ 与两坐标轴都相切, 因此应选 (D).

(12) 用淘汰法判断, 依题设条件, 该题应有两解, 故应排除 (A)、(B). 又因

$b^2 = a^2 - c^2 = 1$. 知 (C) 不正确, 故应选 (D).

该题在判断上易出现两种错误, 其一是忽略了问题有两解而误选 (B), 其二是注意了问题有两解, 而盲目地选取 (C)

二、填空题

$$(13) \quad (125)^{\frac{2}{3}} + \left(-\frac{1}{2}\right)^{-2} - \left(\frac{1}{27}\right)^{-\frac{1}{3}} = (5^3)^{\frac{2}{3}} + (2)^2 - (3^3)^{\frac{1}{3}} = 26$$

(14) 因 $a-1, a+1, 2a+3$ 成等差数列, 有

$$2(a+1) = (a-1) + (2a+3)$$

得

$$a = 0$$

$$(15) \quad f(x) = \sin x + \cos x = \sqrt{2} \left(\cos x \cos \frac{\pi}{4} + \sin x \sin \frac{\pi}{4} \right)$$

$$= \sqrt{2} \sin \left(x + \frac{\pi}{4} \right) \leq \sqrt{2}$$

知 $f(x)$ 的最大值为 $\sqrt{2}$.

(16) $\lg \frac{1}{x}$ 的定义域中 x 应满足 $\frac{1}{x} > 0$ 即 $x > 0$, 又由 $\lg \frac{1}{x} > 0$, 知 $\frac{1}{x} > 1$.

$$\text{解} \quad \begin{cases} x > 0 \\ \frac{1}{x} > 1 \end{cases} \quad \text{得} \quad 0 < x < 1.$$

$$(17) \quad \because f(x) = \sin x \cos x \cos 2x = \frac{1}{2} \sin 2x \cos 2x = \frac{1}{4} \sin 4x$$

$$\therefore T = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$$

(18) 双曲线 $x^2 - y^2 = a^2$ ($a > 0$), 即 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{a^2} = 1$, 其渐近线方程为

$$\frac{x}{a} \pm \frac{y}{a} = 0 \quad \text{即} \quad y = \pm x$$

(19) 过抛物线 $y^2 = -4x$ 上一点 (x_1, y_1) 的切线方程为

$$y_1 y = -4 \times \frac{x + x_1}{2}$$

将点 $(-1, 2)$ 的坐标代入上式, 得 $y = -x + 1$

(20) $(1+x)^8$ 展开式共九项, 中间三项是第4, 6项, 已知这三项成等差数列, 有

$$C_8^3 x^3 + C_8^5 x^5 = 2C_8^4 x^4$$

因 $x \neq 0$, 方程可化为

$$\frac{8 \times 7 \times 6}{1 \times 2 \times 3} + \frac{8 \times 7 \times 6}{1 \times 2 \times 3} x^2 = 2 \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5}{1 \times 2 \times 3 \times 4} x$$

整理得

$$2x^2 - 5x + 2 = 0$$

解得

$$x = \frac{1}{2} \quad \text{或} \quad x = 2$$

三、解答题

(21) 由方程组

$$\begin{cases} y = kx \\ y = x^2 - x + 1 \end{cases}$$

消去 y , 得

$$x^2 - (k+1)x + 1 = 0$$

令

$$\Delta = (k+1)^2 - 4 = 0$$

得

$$k = 1 \quad \text{或} \quad k = -3$$

即当 $k = 1$ 或 $k = -3$ 时, 已知直线与抛物线相切。

令

$$\Delta = (k+1)^2 - 4 > 0$$

有

$$k+1 > 2 \quad \text{或} \quad k+1 < -2$$

得

$$k > 1 \quad \text{或} \quad k < -3.$$

即当 $k > 1$ 或 $k < -3$ 时, 已知直线与抛物线有两个不同交点。

(22) 设年产值的平均增长率为 x , 则1982年, 1983年, ..., 1989年的年产值分别为 $86(1+x)$, $86(1+x)^2$, ..., $86(1+x)^8$ 万元。

依题意有

$$86(1+x)^8 = 217$$

两边取对数

$$\lg 86 + 8 \lg(1+x) = \lg 217$$

整理得

$$\lg(1+x) = \frac{1}{8}(\lg 217 - \lg 86)$$

知

$$\lg(1+x) = 0.0503$$

$$1+x = 1.1228$$

所以

$$x = 0.1228 = 12.28\%$$

答: 该厂年产值的平均增长率约为12.3%。

(23) ①直线AB的方程是:

$$\frac{y+2}{x-1} = \frac{-2-3}{1+2} \quad \text{即} \quad 5x + 3y + 1 = 0$$

②求P点的坐标, 即解方程组

$$\begin{cases} 2x - 3y - 5 = 0, \\ 5x + 3y + 1 = 0, \end{cases}$$

得

$$x = \frac{4}{7}, \quad y = -\frac{9}{7} \quad \text{即} \quad P\left(\frac{4}{7}, -\frac{9}{7}\right)$$

③设点P分线段AB所成的比为 λ , 则

$$\frac{4}{7} = \frac{x_1 + x_2 \lambda}{1 + \lambda} = \frac{1 - 2\lambda}{1 + \lambda},$$

$$-\frac{9}{7} = \frac{y_1 + y_2 \lambda}{1 + \lambda} = \frac{-2 + 3\lambda}{1 + \lambda}$$

由上面两式中任一式都可解得 $\lambda = \frac{1}{6}$ 。

(24) 依题意, 知方程根的判别式 $\Delta = 0$ 。即

$$100\cos^2\theta - 40(3\cos\theta + 4) = 0$$

整理得

$$(5\cos\theta + 4)(\cos\theta - 2) = 0$$

解得

$$\cos\theta = -\frac{4}{5}, \quad \cos\theta = 2 \quad (\text{舍去})$$

因 θ 为三角形内角, 有

$$\sin\theta = \sqrt{1 - \cos^2\theta} = \frac{3}{5}$$

设夹角为 θ 的一边为 x , 则另一边为 $(10 - x)$. 三角形面积为 y , 则有

$$y = \frac{1}{2}x(10 - x)\sin\theta = \frac{1}{2}x(10 - x)\frac{3}{5}$$

即

$$y = -\frac{3}{10}x^2 + 3x$$

因 $-\frac{3}{10} < 0$, 知 y 有最大值. 且

$$y_{\text{最大值}} = -\frac{9}{4 \times \left(-\frac{3}{10}\right)} = \frac{15}{2}$$

答: 该三角形面积的最大值为 $\frac{15}{2}$

(25) 抛物线 $y^2 = 2px$ ($p > 0$) 的焦点坐标为 $\left(\frac{p}{2}, 0\right)$. 因此直线方程为

$$y = x - \frac{p}{2}$$

将其代入 $y^2 = 2px$, 得

$$\left(x - \frac{p}{2}\right)^2 = 2px$$

即

$$x^2 - 3px + \frac{p^2}{4} = 0$$

设该方程的两根为 x_1 和 x_2 , 则

$$x_1 + x_2 = 3p, \quad x_1 \cdot x_2 = \frac{p^2}{4}$$

设以AB为直径的圆的方程为

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$$

则

$$a = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{3}{2}p,$$

$$b = \frac{y_1 + y_2}{2} = \frac{\left(x_1 - \frac{p}{2}\right) + \left(x_2 - \frac{p}{2}\right)}{2} = \frac{(x_1 + x_2) - p}{2} = \frac{3p - p}{2} = p$$

$$\begin{aligned}
R^2 &= \left(\frac{|AB|}{2} \right)^2 = \frac{1}{4} |AB|^2 \\
&= \frac{1}{4} \left[(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 \right] \\
&= \frac{1}{4} \left\{ (x_1 - x_2)^2 + \left[\left(x_1 - \frac{p}{2} \right) - \left(x_2 - \frac{p}{2} \right) \right]^2 \right\} \\
&= \frac{1}{4} \left[(x_1 - x_2)^2 + (x_1 - x_2)^2 \right] \\
&= \frac{1}{2} \left[(x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 \right] \\
&= \frac{1}{2} \left[(3p)^2 - 4 \times \frac{p^2}{4} \right] = 4p^2
\end{aligned}$$

故所求圆的方程为 $\left(x - \frac{3}{2}p\right)^2 + (y - p)^2 = (2p)^2$