

数学

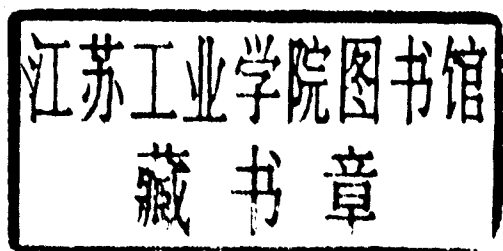
——撬起未来的杠杆

宋君成 著

辽宁少年儿童出版社

数学——撬起未来的杠杆

宋君成 著



辽宁少年儿童出版社

© 宋君成 2003

图书在版编目 (CIP) 数据

数学——撬起未来的杠杆/宋君成著. —沈阳: 辽宁少年儿童出版社, 2003. 5

ISBN 7-5315-3522-X

I. 数… II. 宋… III. 数学—普及读物 IV. O1—49

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2003) 第 027218 号

责任编辑: 刘银娜

封面设计: 章 尉

版式设计: 王 文

责任校对: 宋姗姗

出版发行: 辽宁少年儿童出版社

地址: 沈阳市和平区十一纬路 25 号

邮编: 110003

电话: 024 - 23284269

E-mail: secbs@ mail. lnpgc. com. cn

印刷者: 丹东印刷有限责任公司

幅面尺寸: 140mm × 203mm

印 张: 5.125

字 数: 130 千字

出版时间: 2003 年 5 月第 1 版

印刷时间: 2003 年 5 月第 1 次印刷

印 数: 1 ~ 2000

定 价: 15.00 元

序 言

为什么要学习数学，怎样才能学好数学，这是人们普遍关心的问题。也是科学家、数学家反复探讨的一个问题。在科学技术发展越来越依赖于数学的今天，我们谈论这个问题更有它的现实意义。

数学是一门伴随着人类历史进步全过程的古老学科。人类文化的每一点进步都留下了数学文化的印迹。“数学是思维的体操”、“数学是科学的大门和钥匙”、“数学的进步和完美与国家的繁荣和富强是紧密相连的”、“未来社会最好的工作和岗位，属于准备好了处理数学问题能力的人”等观念，逐步被客观事实所证实，也逐渐被越来越多的人所接受。

2002年8月20日至28日，第24届国际数学家大会在中国召开，这是国际数学联盟有史以来第一次在发展中国家召开会议。充分地反映了我国的数学研究成果和国家对数学科学的重视，也在社会上引起了广泛的关注，一个学习数学、运用数学的热潮正在兴起。“中国将成为世界数学大国，中国将成为数学强国”的梦想，借此次大会的东风，将逐步变为现实。

数学来自于实践，数学也要用于现实。数学是一种文化，数学也是一种工具。我们要从文化的角度学习、体会数学，我们要从工具的角度学习、运用数学。通过数学的“文化”功能

掌握数学精神、数学思想和数学方法，使自己成为一个人格健全、才智敏捷、底蕴丰厚的人；通过数学的“工具”功能提高数学能力，使自己成为一个知识结构合理、思维规律、应用能力强的合格人才。

数学知识体系完整，数学思想博大精深，数学作用不可估量，数学方法千变万化。本书不可能全面阐述，只能结合自己数学学习、数学教学、数学研究的具体实践论及一二。如果把数学比做森林、花园和大海，我也只是挖几棵树苗、采几枝花朵、捧几捧浪花来与您共同研究、欣赏。尽管这样，我们仍然可以从中领略森林之茂密、花园之瑰丽、大海之浩瀚。

如果读者在阅读本书后，能够在增加你学习数学的兴趣、坚定你学好数学信心的基础上，还能在数学思想、数学方法、数学精神上给你一点启示的话，那将是作者深切的期望。

宋君成

2003年3月于五龙山下

目 录

序言.....	1
上 篇 为什么要学习数学	
第一章 数学——人类文明进步的动力.....	3
1.1 数学是什么	3
1.2 数学与文明	8
1.3 数学：文明进步的原动力.....	10
第二章 数学——科学的皇后和仆人	15
2.1 数学：科学的皇后.....	15
2.2 数学：科学的仆人.....	25
第三章 数学——科学大门的钥匙	31
3.1 数学：科学的语言.....	31
3.2 数学：科学的软件包.....	37
3.3 数学：科学研究的重要方法.....	40
第四章 数学——不可替代的文化功能	45
4.1 数学在文化中的定位.....	46
4.2 数学在文化中的足迹.....	48
4.2.1 古希腊文化与数学.....	48
4.2.2 古罗马文化与数学.....	49
4.2.3 文艺复兴为序幕的西方文明与数学.....	50
4.2.4 中国文化与数学.....	50
4.3 数学的文化功能.....	52
4.3.1 “数学是一种文化体系”	52
4.3.2 数学是文化发展的重要动力	54
4.3.3 数学是发现美、欣赏美、创造美的重要工具.....	56

第五章 数学——撬起未来的杠杆	59
5.1 数学使人更聪明	59
5.2 数学使国家和民族更具创新能力	64
5.3 工程、科学数学化是不可阻挡的潮流	68
下 篇 怎样学好数学	
第六章 增强自信——消除学习数学的恐惧心理	73
6.1 自信是学好数学的基础	73
6.2 数学好玩	78
6.3 不同的数学要求	79
第七章 数学兴趣——学好数学的助推器	83
7.1 数之趣	84
7.2 形之趣	92
7.3 法之趣	99
第八章 掌握方法——提高数学能力的保证	103
8.1 数形结合	104
8.2 观察与猜想	107
8.3 转化求简	112
8.4 体系与构造	116
第九章 审美体验——把握数学的精妙与灵魂	121
9.1 数学与美	122
9.2 数学美	127
9.3 科学家与数学美	134
第十章 数学应用——巩固、提高、探索、激励	137
10.1 成功是成功之母	137
10.2 数学建模	142
10.3 计算机数学	149

上 篇

为什么要学习数学

数学这门伴随着人类文明从远古走到现代的古老学科,由于其高度的抽象性和应用的广泛性,已经成为科学的普遍语言和工具,渗透到自然科学、社会科学、思维科学等所有领域,并表现出勃勃生机。科学、工程的数学化将成为 21 世纪科技发展的重要特征。不论你是搞科学研究的,还是做其他工作的,只要你生活在这个世界,只要你想在你的工作中有所作为,数学都将成为你撬起未来的杠杆。

数学——科学不可动摇的基石，促进人类事业进步的
丰富源泉

—— I · 巴罗

第一章 数学——人类文明进步的动力

纵观历史，人类从茹毛饮血到刀耕火种，到走向现代社会，是从野蛮一步步走向文明的；从结绳记事到文字、活字印刷术的发明，到现代计算机的广泛使用，科学技术也是伴随人类文明从原始低级状态逐步走向现代高级状态。在科学技术和人类文明的进步过程中，数学这一“科学的皇后”都在起着不可磨灭的作用。

1.1 数学是什么

数学是什么？对于这个问题，不同的人会有不同的回答。小学生回答是 $3+2=5$ ；中学生回答是 $x+y=z$ ；商人回答是 $1.5 \text{ 元} \times 3 \text{ 斤} = 4.5 \text{ 元}$ ；数学家回答数学是思维的语言，代数是符号讲述定理的语言，几何是点、线、面描述空间的语言，微积分是分析运动的语言。更多的人说不清数学是什么。

为了进一步说明和理解数学是什么这一问题，我们还是驾驶时间之舟到时空隧道中去寻访数学发展的历史吧！

数学的萌芽时期（公元前 600 年以前），人类文明首先在中

国的黄河、巴比伦的底格里斯河与幼发拉底河、印度的印度河、恒河和埃及的尼罗河等几条大河流域诞生。数学也是首先在这些地方产生的。数的概念最早产生于人的生产和生活，在长期的狩猎与分配过程中逐渐产生了“有”和“无”、“多”和“少”的概念，逐渐地又从“有”中分出1和多、1, 2, 3等。在此过程中，数学发生了第一次抽象，就是把被数(shǔ)物品用另外一类东西或标志(如手指、小石头、刻痕、绳结等)来代替，也就是以后者为前者的计算工具，根据一一对应法则来进行计算，逐渐创造了“十进制计数法”和数的计算方法，这是人类科学发展史上的具有深远意义的一步，也是数学发展史的关键一步。正如恩格斯所说：“人们曾用来学习计数，从而用来作第一次运算的十个指头，可以是任何别的东西，但是总不是悟性的自由创造物。为了计数，不仅要有可以计算的对象，而且还要有一种在考察对象时撇开对象的其他一切特性而仅仅顾到数目的能力，而这种能力是长期的以经验为依据的历史发展结果。”^[1]

这一时期，人类关于“数”、“形”的知识仅是些片段、零碎的，尚未形成严格的体系，更缺乏逻辑知识的整理，只能作为萌芽时期载入史册。但是，没有萌芽就长不成参天大树，“数”的概念的形成，为数学的发展奠定了基础。这一时期的“数学”只是数(shǔ)数(shù)的学问，这可能是对数学的最原始、最纯朴的理解。

初等数学时期(公元5世纪~17世纪中叶)，这一时期，随着生产的发展，社会的进步，生产力水平的不断提高，手工业、商业、航海业的发展，社会生产和生活实践对数学知识的要求

也越来越多。无论是古希腊、古印度、阿拉伯、古巴比伦以及中国对数与形的概念有了进一步的认识，并建立了数的运算和形的测量等相关规则。亚里士多德的《工具论》、欧几里得的几何《原本》、丢番图的《算术》、中国的《九章算术》等一批数学著作，反映了当时数学的繁荣和水平，引导着人们领会和掌握着数学推理的原则和方法，训练着人们的数学思维朝着严谨化、精密化的道路发展。初等几何、算术、初等代数、三角学等逐步完善起来，并形成了独立的学科，数学大厦已基本形成。此时的“数学”已不单纯是数数的学问，而具备了研究客观世界的数量关系和空间形式的基本功能。

变量数学时期（17世纪中叶～19世纪20年代），17世纪开始了人类的科学时代，由于资本主义工场手工业的繁荣和向机器生产的过渡，以及航海、军事等的发展，促进了技术科学和数学快速的发展。

在数学史上，17世纪是一个开创性的世纪，发生了对于数学具有重大意义的三件事：

第一件是意大利物理学家、数学教授伽利略于1638年提出了实验数学方法。用这一方法纠正了亚里士多德的自由落体运动的旧定律，发现力学第一定律和自由落体定律，确定了加速度理论。表明了数学与自然科学的一种崭新的结合，开创了科学研究的新方法——实验数学方法。

第二件是法国的数学家笛卡儿的重要著作《方法论》及其附录《几何》的发表（1637年）。通过建立直角坐标系，引进“变数”，用代数方法解决几何问题，产生了一门新学科——解析几何。开始了变量数学的新纪元，恩格斯对笛卡儿给予极高评价：“数学中的转折点是笛卡儿的变数，有了变数，运动进入了数

学；有了变数，辩证法进入了数学；有了变数，微分和积分也就立刻成为必要的了，而它们也就立刻产生，并且是由牛顿和莱布尼茨大体上完成的，但不是由他们发明。”^[2]

第三件事是微积分的建立。古希腊哲学家、数学家阿基米德用穷竭法计算几何图形面积。我国数学家刘徽的割圆术等给出了微积分的原始雏形。牛顿通过研究物体运动速度问题、莱布尼茨通过研究曲线切线及极值问题完成了微积分的知识体系。

这三件大事促进了数学的快速发展，完善了数学体系，扩大了数学在科学中的应用，也有利地促进了数学的发展，更加深了数学是什么的理解。

近代数学时期（19世纪20年代～1945年），这一时期的特征是数学的研究对象急剧拓展，一切可能的和更为一般的量及其关系，都成为数学的研究对象。几何学的新思想、新概念、新方法不断涌现，欧氏几何基础得到充分完善，产生许多分支：画法几何、射影几何、微分几何和非欧几何等，可谓几何多样化的时代。代数学突破了以方程论为核心，许多近似代数系统（群、环、域、布尔代数、线性空间等）的建立，可谓代数抽象化时期。数学分析奠定了严格逻辑基础，并开拓了函数逼近论、复变函数、泛函分析和拓扑学等学科。纯粹数学以高斯的《数论》、伽罗瓦（E.Galois.1811～1832年）的《群论》和罗巴切夫斯基《几何学原理》为代表得到发展。这一时期的数学已不单纯是研究数量关系和空间形式那么简单啦。

现代数学时期（1945年～至今），这一时期，世界科学史上发生了几件令人震惊的大事，第一颗原子弹爆炸（1945年）；第一台电子计算机诞生（1945年）；第一颗人造地球卫星发射成功

(1957年),这些无疑是使用了现代数学的最新成果,而且也进一步为数学提供了更广阔的空间,数学得到了更加完善的发展。计算科学形成,应用数学出现众多分支,纯粹数学有若干重大突破就是其突出特征。数学这门基础课程已经越来越渗透到各个科学领域,成为科学技术、生产建设和日常生活不可缺少的有力武器。正如数学家华罗庚所说:“宇宙之大,粒子之微,火箭之速,化工之巧,地球之变,生物之谜,日月之繁,无处不用数学。”^[3]从马克思“一种科学只有在成功地运用数学时,才算达到了真正完善的地步”的论述中,我们不难体会到:数学是科学的大门钥匙。

从数学发展的五个阶段可以看出,什么是数学这个问题确实不好回答。因为,随着数学研究范围的不断扩大和研究方法的日臻完善,很难用简单的语言为其下定义。尽管有史以来给数学下的定义不下百种,但真正令人满意,大家都能接受的还不多。

如从研究对象和结构角度的有“数学是得出必要结论的科学”(皮尔斯)、“数学是研究现实世界中的数量关系与空间形式的科学”、“数学是所有形如‘ P 蕴含 Q ’的命题类”(罗素)、“现代数学是关于数学结构及其模型的科学”(格列坚科)等等。

从其作用的角度有:“数学具有纯净的美”(王浩)、“数学知识使思维增加活力,使之摆脱偏见、轻信和迷信的束缚”(J. 阿巴恩诺特)、“数学的进步和完美与国家的繁荣和富强是紧密相连的”(拿破仑)、“许多艺术能够美化人们心灵,但却没有哪一种艺术能比数学更有成效地去美化和修饰人的心灵”(H. 比林斯利)等等。

很难给数学下定义,正说明了数学作用在不断扩大和数学

研究的对象涉及面越来越广。好在数学作为科学的语言和工具，能不能给出一个定义并不影响它的光辉，只要我们能在纯粹数学、应用数学和计算机数学三大领域中不断地探索、挖掘，一串串晶莹剔透的明珠就会在人类文明史上不断被发现。

数学史告诉我们，数学是活生生的、有血有肉的；尽管它有很多分支，但它是一个整体；它虽有悠久的历史，但生命力不衰，随着科学的发展越来越呈现出旺盛的生命力；数学应该受到全社会的重视。数学是显微镜，是分析仪，是科学的语言，是创造奇迹的工具。它能令你的思维纯净、和谐、缜密；能陶冶你的情操，提高你的情趣；能赋予你想像的翅膀，为你开通推理的渠道，使你越过一座座高山，趟过一条条河流，走向成功的彼岸。

1.2 数学与文明

在人类文明发展的漫长历程中，充满着文明与愚昧、科学与迷信的斗争。而文明战胜愚昧、科学战胜迷信的过程，就是社会发展的过程。

原始社会，由于生产力水平低下，人类对于自然了解得很少，对自然现象所作出的各种解释不可避免地带有神秘的色彩。随着科学技术的发展，人对自然的认识能力不断地增强，逐渐摆脱了愚昧的束缚，逐渐走向文明。

在走向文明过程中，人们最早接触和利用的是数学知识。虽然早期人类对“数”有一定的盲目崇拜，并利用数的某些特征，编造了一些适合于内心想法的象征意义（这在每个民族发展的早期都不同程度地存在着）。但是，随着人们认知水平的提

高和生产力的发展，数学计算、土地测量、物品交换、天象观测等实际需要促进了算术、几何等数学知识的发展。而这些知识的发展反过来又促进了文明进步。

以古希腊欧几里得几何《原本》为代表的数学成果，在古希腊文明中占据重要地位，在一定意义上，导致希腊文明在当时的社会处于领先的地位，在世界文明史上也处于领先地位。

人们对宇宙的认识是基于对天文观测数据的数学计算。“地心说”到“日心说”是以哥白尼的《天体运行论》为标志，而验证这一学说的却是开普勒，他以无与伦比的数学才华，依据他的老师第谷四十年天文观测数据，根据天文学的理论，经过大胆猜测、反复计算总结出行星运动的三大定律，从而结束了地球是宇宙的中心这种说法的统治地位，使人们对自然的认识更进了一步，使文明的发展走上了科学健康的轨道。

在历法上，数学的作用更加明显，每年设置多少天是基于地球绕太阳一周的时间。如果时间观测得不准，天数就没有办法设置，就会出现令人啼笑皆非的事。

公元前 46 年，罗马帝国使用的历法叫做“儒略历”。限于当时的水平，测得“回归年”是 $365\frac{1}{4}$ 天，平年按 365 天算，则每年少算 $\frac{1}{4}$ 天，四年少算一天。所以第四年是闰年，为 366 天，把少算的一天补上。由于 $365\frac{1}{4}$ 天比“回归年的实际天数 365 天 5 小时 48 分 46 秒多一些，大约每隔 128 年就多算一天。所以到 1600 多年以后，即在公元 1582 年，人们发现历法竟与实际天文现象相差了十天。多算的十天怎么办呢？十分有趣的是，

当时罗马的统治者下令从日历上抹去十天，把 1582 年 10 月 4 日后的一天算作 10 月 15 日，出现了“四日夜长梦也长，醒来已是十五日”的怪事。

当然，随着科学技术的进步，观察数据越来越准确，数学计算后设置闰年、平年更加合理，历法上就不会再出现那样的荒唐事了。

数学是文明成果的重要组成部分，数学成果由于不因政治因素、文化因素、观念因素而影响其正确性。因而，数学在文明中的作用就更加重要，有时起着导向作用。这一点在人类文明进步史的每一个阶段都有体现。

1.3 数学：文明进步的原动力

无论是古代、近代还是现代，人类文明的每一点进步都与数学发展息息相关，这不是哗众取宠，也不是危言耸听，而是真真切切的客观现实。

在古希腊，为了解决洪水泛滥冲毁地界的实际需要，三角、几何、测量、计算等数学知识得到发展，发挥作用并推动整个文明的发展和延续。柏拉图在《共和国》中的一段对话：“整个算术和计算都要用到数，是的……因此，这就是我们所追求的那种学问，它有双重用途——军事上的、哲学上的，因为打仗的人必须学习数的技巧，否则他就不知道如何布置他的部队。哲学家也要学，因为他必须跳出茫如大海的万变现象而抓住真正的实质，所以也必须是个算术家……因此这是可以在立法上适当规定的学问；而我们必须竭力奉劝我国未来的主人翁学习算术，不是像业余爱好者那样来学，而必须学到他们惟有靠心