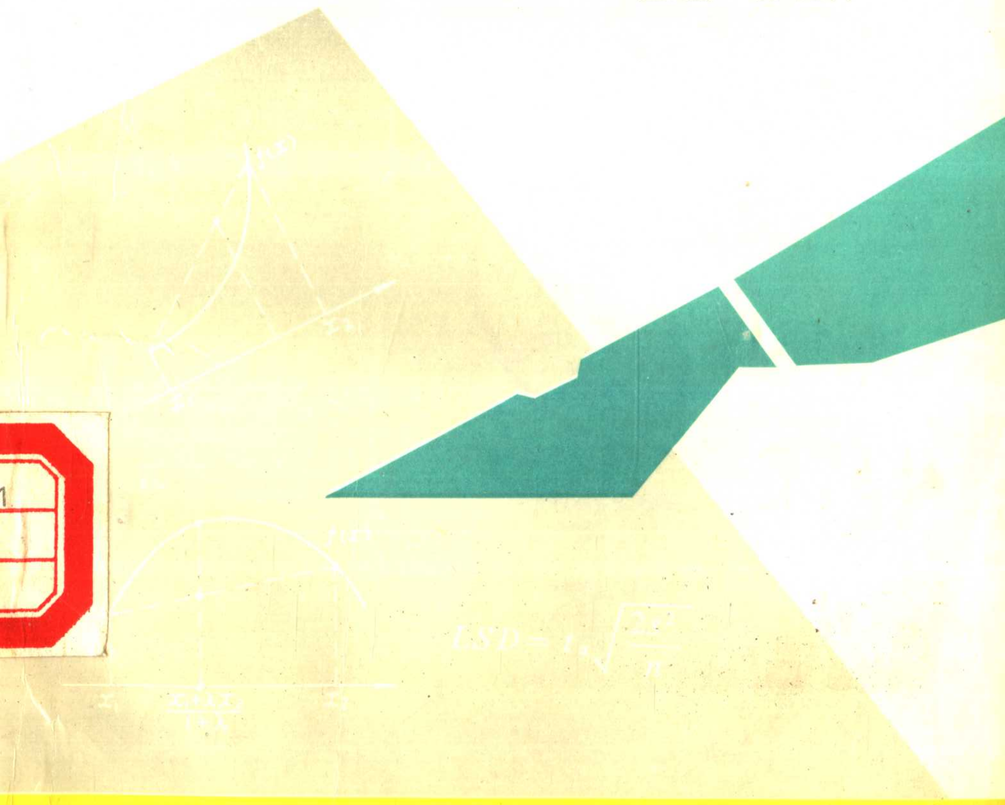
财经类职业教育系列教材

数 学

基础部分（上）

主编 毋现祥



中国致公出版社

财经类职业教育系列教材

数 学

（基础部分）

上

主编 毋现祥

图书在版编目(CIP)数据

财经基础数学/毋现祥,李树莲主编. —北京:中国致公出版社,1995.8
财经类职业教育系列教材
ISBN 7—80096—124—9

Ⅰ.财… Ⅱ.①毋… ②李… Ⅲ.数学—职业教育—教材
Ⅳ.01

中国版本图书馆 CIP 数据核字(95)第 13226 号

ISBN 7-80096-124-9

9 787800 961243 >

财经数学基础(上)

毋现祥 主 编
中国致公出版社发行
(100810·北京市西城区太平桥大街 4 号)
北京市通县永乐印刷厂
各地新华书店经销

850×1168 毫米 1/32 6.75 印张 150 千字
1995 年 8 月第一版 1995 年 8 月第 1 次印刷
印数:00,001—5000
ISBN7—80096—124—9/**G**.67 定价:11.50 元

编审委员会

编审说明

为适应经济体制改革和教学改革的需要，我们组织了一批长期从事基础课教学和财会教学、教研与实践的专家和教师，由何光明任总编，方致臣为副总编，编写了这套《数学》教材，作为“财经类职业教育系列教材”的第二批。

这套教材是根据国家教委和财政部审定颁布的教学大纲和教学计划编写的。其特点是：紧密围绕财经类职业教育的培养目标和专业特点，在内容上力求把握好基础理论和专业应用的关系，相对加强了应用；在体系上分块比较清晰，便于选用组合。

全套教材包括《基础部分（上）》、《基础部分（下）》、《微积分》、《概率及数理统计初步》、《线性代数及其应用初步》等五本书。经审定，同意作为财经类全日制中专学校、职业学校和各类形式的岗位培训教材，也可作为在职干部业务学习的参考用书。

书中不足之处，恳请读者予以指正。

教材编审委员会

一九九五年八月

前　言

这套数学教材是根据国家教委审定的《财经类中等专业学校数学教学大纲》和财政部审定的财经类各专业通用《中专经济应用数学教学大纲》编写的。

本书是《数学》(基础部分)上，主要内容包括集合、函数、幂函数、指数函数、对数函数和三角函数。在各章中既重视了数学知识本身的系统性、科学性，同时加强了数学在经济领域中应用的有关内容。各章之后有小结，并安排了适量的复习题。

本书主要供招收初中毕业生的财经类中专和职业技术学校各专业使用，也可供财经类成人中专选用。

本书由毋现祥任主编，李晓爱任副主编，方致臣任主审。参编人员有毋现祥(第一章)、卢兴军(第二章)、李晓爱(第三章)、马爱梅(第四章)、贺光荣(第五章)、杨文芳(第六章)、方致臣(第七章)。

在编写过程中参阅了已版的财经类数学教材的有关内容，在此表示致谢。同时对关心支持和给予指导的同志一并表示谢意。由于编者水平所限和时间仓促，书中错误及不妥之处在所难免，恳请读者批评指正。

编者

一九九五年七月

目　　录

第一章　集合

集合是现代数学中最基本的概念之一，集合论已成为数学中的一个重要分支。学习集合的基础知识有助于初等数学的学习，也为进一步学习概率、统计和其它应用科学知识准备必要的条件。本章主要介绍集合的一些基本概念、常用记号、表示方法和简单的运算。

§1－1　集合的概念

一、集合

在我们的学习和实践中，常常需要研究某些对象的全体，例如考察下面几组对象：

(1)某工厂的全体中、高级工程师；

(2)所有不大于 5 的自然数；

(3)直线 $y=3x+2$ 上所有的点；

(4)所有的等腰三角形；

(5)某实验农场所有的拖拉机；

(6)我国工业生产中的八项经济技术指标(简称"八大指标")。

它们分别是由一些人、一些数、一些点、一些图形和一些事物组成的，以上每一组对象的全体都形成一个集合(有时也简称集)，且每个组里的对象都具有某种特定的属性。

一般地说，集合是具有某种属性的对象的全体，或是一些确定的对象的总体。组成集合的各个对象叫做这个集合的元素。

例如，(2)是由 1、2、3、4、5 组成的集合，其中 1、2、3、4、5 都是这个集合的元素；(4)是由全部等腰三角形组成的集合，任何一个

等腰三角形都是这个集合的元素;(6)是以我国工业生产中的产品产量、品种、质量、原材料、燃料和动力消耗,劳动生产力,可比产品成本降低率,流动资金占用,利润总额等八项指标为元素所组成的集合。

一般用大写字母 A、B、C、…表示集合,用小写字母 a、b、c、…表示集合的元素。如果 a 是集合 A 的一个元素,就说 a 是属于集合 A 的,记作 $a \in A$。如果 a 不是集合 A 的元素,就说 a 不属于 A,记作 $a \notin A$。例如,设 B 表示小于 5 的正偶数的集合,则 $4 \in B$,而 $3 \notin B$。设一条已知直线上所有的点组成集合 M,这时若点 P 在直线上,则 $P \in M$,若点 Q 不在直线上,则 $Q \notin M$。

由数组成的集合叫做**数集**。常见的数集通常用一些特定的符号表示:

全体自然数的集合简称**自然数集**,记作 N;

全体整数的集合简称**整数集**,记作 Z;

全体有理数的集合简称**有理数集**,记作 Q;

全体实数的集合简称**实数集**,记作 R。

为了方便,若数集中的元素都是正数,就在集合记号的右上角标以"+"号;若数集中的元素都是负数,就在集合记号的右上角标以"-"号。例如,正整数集记作 Z^+,负实数集记作 R^-,等等。

若一个集合的所有元素为有限多个,这个集合叫做**有限集**。若一个集合中的元素为无限多个,这个集合就叫做**无限集**。(或无穷集)前面的例子中(1)、(2)、(5)、(6)是有限集,(3)、(4)是无限集。我们把只含有一个元素的集合又叫做**单元素集**。例如,{a}、{3}、{0}等都是单元素集。

为了研究方便,特别地,我们把不含任何元素的集合叫做**空集**。空集记作 ϕ,例如,方程 $x^2+1=0$ 的实数解组成的集合就是空集,因为在实数范围内方程的解集中没有任何元素。又如,两边之和小于第三边的三角形组成的集合也是空集,因为这样的三角形是不存在的。同时,我们把至少有一个元素的集合叫做**非空集合**。

对于一个集合不仅构成集合的意义是明确的，而且集合中的元素具有如下性质：

1. 确定性。对于一个给定的集合，集合中的元素是确定的。就是说，根据集合元素所具有的特定性质，可以判断出哪些对象是集合的元素，哪些不是集合的元素，"是"或"不是"不能模棱两可，必须十分明确。例如，"某学校的全体学生"和"某学校的高个子学生"，前者可以构成一个集合，而后者不能构成一个集合，因为"全体学生"这个集合中的对象是明确的，而"高个子学生"这个概念没有严格的标准，人们的看法不完全一致。

2. 互异性。一个给定的集合，集合中的元素应该是互异的。就是说同一集合中的任何两个元素都是不同的对象，相同的对象归于一个集合时，只能算作这个集合的一个元素。集合中的元素是没有重复现象的。例如，方程$(x-1)^2(x+1)=0$的解组成的集合里只含有1和-1两个元素，方程的二重根应视为解集中的一个元素。

3. 无序性。集合中的元素一一列举出来时，一般不必考虑它们的排列顺序。

二、集合的表示法

集合的表示方法，常用的有列举法和描述法。

1. 列举法。把集合中的元素一一列举出来，写在大括号{ }内表示集合的方法。

例如，10的正约数的集合，可以表示为$\{1、2、5、10\}$。方程$x^2-1=0$的解是$x=\pm1$，其解集用列举法表示为$\{1,-1\}$或$\{-1,1\}$。

当集合中的元素很多时，也可以写出几个代表性的元素，其它用省略号表示。例如，小于50的自然数可以表示为$\{1,2,3,\cdots,49\}$。正偶数集可以表示为$\{2,4,\cdots,2n,\cdots n\in Z^+\}$。

应该注意，ϕ与$\{0\}$是完全不同意义的两个集合，ϕ是空集，它不含任何元素，$\{0\}$是单元素集，它含有一个元素0。$\{a\}$与a也是不同意义的两个概念，$\{a\}$是一个集合，a是这个集合中的一个元

素。

2. 描述法。把集合中元素所具有的公共属性描述出来，写在大括号{ }内表示集合的方法。

用描述法表示集合时，可在大括号内先写上表示这个集合元素的一般形式，再划一条竖线，在竖线右边写上这个集合的元素的共同性质。例如，

全体偶数组成的集合可表示为：

$$\{x \mid x = 2n, n \in Z\};$$

不等式$|x-3|<2$的解组成的集合可表示为：

$$\{x \mid |x-3| < 2\};$$

直角坐标平面第一象限内的所有点的集合可表示为：

$$\{(x,y) \mid x > 0, y > 0\}。$$

为了简便，有些集合用描述法表示时，可以省去竖线及其左边的部分，例如，由所有的平行四边形组成的集合可以表示为：

{平行四边形}；

与一个角的两边距离相等的所有点组成的集合可以表示为

{角的平分线}；

由某计算机房全部计算机组成的集合可以表示为

{计算机房所有的计算机}。

一般说来，一个集合的表示方法，可以采用列表法，也可以采用描述法。但有些集合由于其中所有的元素不可能一一列举，只能采用描述法表示。

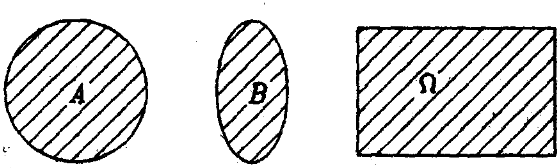


图1－1

另外，为了便于理解，人们常应用圆、椭圆、矩形或其它简单封闭图形来表示集合。以便直观形象地表示集合及集合之间的关系。这种图称为文氏图或韦恩图，如图 1－1。

习题 1－1

1. 写出下列各集合的所有元素：

(1){大于 2 小于 12 的奇数}；

(2){一年中有 31 天的月份}；

(3){平方后等于原数的数}；

(4)$\{x|x^2=16\}$；

(5){中国古代四大发明}。

2. 下列各组对象能否组成集合：

(1)面积较大的正方形的全体；

(2)组成中国国旗图案的颜色；

(3)世界上著明的文学家；

(4)世界上最高的山峰。

3. 用适当的方法表示下列集合，并指出它是有限集还是无限集：

(1)全体奇数的集合；

(2)绝对值小于 3 的整数的集合；

(3)不大于 100 的自然数的集合；

(4)双曲线 $y=\frac{1}{x}$ 上所有点的集合；

(5)方程组 $\begin{cases}3x-2y=1\\x+2=3y\end{cases}$ 的解集；

(6)周长为 18cm 的三角形的集合；

(7)不等式 $|3x-5|<8$ 的解集；

(8)由 1、2、3 三个数字组成的没有重复数字的自然数集。

4. 用符号 $\in$ 或 $\notin$ 填空：

(1)$1\_\_N, 0\_\_N, -3\_\_N, \sqrt{2}\_\_N$；

(2)0.5 ＿ Z，0 ＿ Z，-3 ＿ Z，$\sqrt{2}$ ＿ Z；

(3)0.5 ＿ Q，0 ＿ Q，$-\pi$ ＿ Q，$\sqrt{2}$ ＿ Q；

(4)0.5 ＿ R，0 ＿ R，$-\pi$ ＿ R，$\sqrt{2}$ ＿ R。

5. 下列集合，哪些是空集合？哪些是非空集合？

(1)$\{0\}$；　(2)$\{x \mid |x|<0\}$；

(3)$\{(x,y) \mid x=0, y=0\}$；

(4)$\{\phi\}$；　(5)$\left\{x \,\middle|\, \dfrac{(x-1)^2}{x-1}=0\right\}$。

6. 用描述法表示下列无穷集合：

(1)$\{1,3,5,7,9,\cdots\}$；

(2)$\{a,a^2,a^3,\cdots\}$；

(3)$\left\{-1,-\dfrac{1}{2},-\dfrac{1}{3},\cdots\right\}$；

(4)$\{m,m^{\frac{1}{2}},m^{\frac{1}{3}},m^{\frac{1}{4}},\cdots\}$。

§1—2　集合的包含关系

一、子集

观察下面两个集合：

A＝{朝阳中学全体学生}，

B＝{朝阳中学全体男生}。

容易看出集合 B 中任何一个元素都是集合 A 的元素，也就是说集合 A 包含了集合 B 的所有元素。对于集合之间的这种关系我们给出以下定义：

定义　设有两个集合 A 和 B，如果集合 B 的每一个元素都是集合 A 的元素，则集合 B 叫做集合 A 的**子集**，记作

$$B \subseteq A（或 A \supseteq B），$$

读作“B 包含于 A”（或“A 包含 B”）。

例如，设 A 表示平面上所有等边三角形的集合，B 表示平面上所有三角形的集合，即

$A=\{$等边三角形$\}$，

$B=\{$三角形$\}$。

显然，$A\subseteq B$，即 A 是 B 的子集。

又如，$N\subseteq Z$，$N\subseteq Q$，$R\supseteq Z$，$R\supseteq Q$。

为了直观起见，我们常用圆表示集合之间的包含关系，如图 1－2，表示 $B\subseteq A$（或 $A\supseteq B$）。

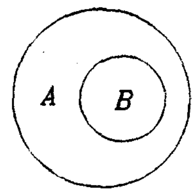


图 1－2

当集合 B 不是集合 A 的子集时，我们可以记作

$$B\nsubseteq A（或 A\nsupseteq B），$$

读作“B 不包含于 A”（或“A 不包含 B）。

对于任何一个集合 A，因为它的任何一个元素都属于 A 本身，所以 $A\subseteq A$。也就是说，任何一个集合是它本身的子集。

同时，我们还规定空集是任何集合的子集。即对于任何集合 A 有

$$\phi\subseteq A。$$

例 1 设集合 $M=\{0,1,2\}$，试写出 M 的所有的子集。

解 集合 M 的所有子集是，ϕ，$\{0\}$，$\{1\}$，$\{2\}$. $\{0.1\}$，$\{0,2\}$，$\{1,2\}$，$\{0,1,2\}$。共八个。

二、真子集

由前面的例子知集合 B＝{朝阳中学全体男生}是集合 A＝{朝阳中学全体学生}的子集，而且可以看出，集合 A 中还含有不属于集合 B 的元素，即全体女生。

定义 若集合 B 是集合 A 的子集，且集合 A 中至少有一个元素不属于集合 B，则把集合 B 叫做集合 A 的真子集。记作

$$B\subset A（或 A\supset B）。$$

若集合 B 不是集合 A 的真子集，我们记作“$B\not\subset A$”（或“$A\not\supset B$）。

例如，自然数集 N 是 N 的子集，但不是 N 的真子集，所以，N

$\subsetneqq N$，但 $N \not\subset N$。而 N 是实数集 R 的子集，也是 R 的真子集，所以 $N \subset R$。

显然，空集是任何非空集合的真子集，任何非空集合都不是它自身的真子集。

容易知道，对于集合 A、B、C，如果 $A \subseteq B$，$B \subseteq C$，那么 $A \subseteq C$；如果 $A \subset B$，$B \subset C$，那么 $A = C$。

例 1 中的集合 $M = \{0,1,2\}$，除其自身外的其它七个子集都是它的真子集。

例 2　某城镇可用于基础设施建设的投资共 110 万元，有四个项目可供考虑，分别需用资金为：a 项目 20 万元，b 项目 30 万元，c 项目 80 万元，d 项目 60 万元。该城镇基础设施建设项目的集合为 $\{a,b,c,d\}$。这个集合的哪些子集没有超过投资总额？而投资总额恰好为 110 万元的子集有哪些？

解　建设项目的投资额不超过 110 万元的子集有 $\{a\}$，$\{b\}$，$\{c\}$，$\{d\}$，$\{a,b\}$，$\{a,c\}$，$\{a,d\}$，$\{b,c\}$，$\{b,d\}$，$\{a,b,d\}$。其中恰需 110 万元投资的子集是 $\{b,c\}$，$\{a,b,d\}$。

三、等集

定义　对于两个集合 A 与 B，如果 $B \subseteq A$，$A \subseteq B$ 同时成立，那么就称集合 A 与集合 B 是相等的，简称为等集。记作

$$A = B。$$

读作"A 等于 B"。

两个集合相等表示这两个集合中的元素完全相同。

例如，$A = \{x \mid x^2 + 3x + 2 = 0\}$，

$B = \{-1, -2\}$，则

$A = B$。

例 3　写出不等式 $\frac{1}{2}x \leqslant 8 - \frac{3}{2}x$ 的解集，并化简。

解　不等式的解集是

$$\{x \mid \frac{1}{2}x \leqslant 8 - \frac{3}{2}x\} = \{x \mid x \leqslant 4\}。$$

例 4　设集合 $A=\{x \mid 16-x^2=0\}$，$B=\{4,-4\}$，求证 $A=B$。

证明　解方程 $16-x^2=0$，得 $x_1=4$，$x_2=-4$。

因此 $A=\{4,-4\}$，

而　$B=\{4,-4\}$，所以 $A=B$。

习题 1－2

1. 用符号"$\subset$"表示数集 N、Z、Q、R 之间的关系，并用文氏图表示这种关系。

2. 判别下列关系是否正确，若不正确，予以更正。

(1) $3 \subset \{x \mid x \leqslant 10\}$；

(2) $\{0\} \subseteq \{-1,0,1\}$；

(3) $\phi \in \{x \mid x-4>0\}$；

(4) $\{1,4,5\} \subset \{5,4,1\}$；

(5) $(1,3) \in \{(x,y) \mid y-3x=0\}$；

(6) {第一象限角平分线上的点的坐标} $\in \{(x,y) \mid y=x\}$；

(7) $R^+ \not\subset \{x \mid x \geqslant 0\}$；

(8) $\phi = \{x \mid \sqrt{x^2} < x\}$。

3. 选择适当的符号（$\in$，$\notin$，$\subseteq$，$\supseteq$，$=$）填空。

(1) a __ $\{a\}$；　　(2) $\{P\}$ __ $\{m,p\}$；

(3) π __ Q；　　(4) {平行四边形} __ {矩形}；

(5) $\{x \mid \sqrt{x}=1\}$ __ $\{x \mid x=1\}$；

(6) $\{0\}$ __ ϕ；　　(7) Q^+ __ R^+；

(8) $\{3,-1\}$ __ $\{x \mid |x-1|=2\}$。

4. 已知集合 M＝{红色，绿色，黄色，兰色}，试写出必含红色的集合 M 的子集。

5. 写出下列不等式的解集，并化简：