

高分硬底子

ROUNDZ

高考 数学备考



掌中宝

高

分

尽

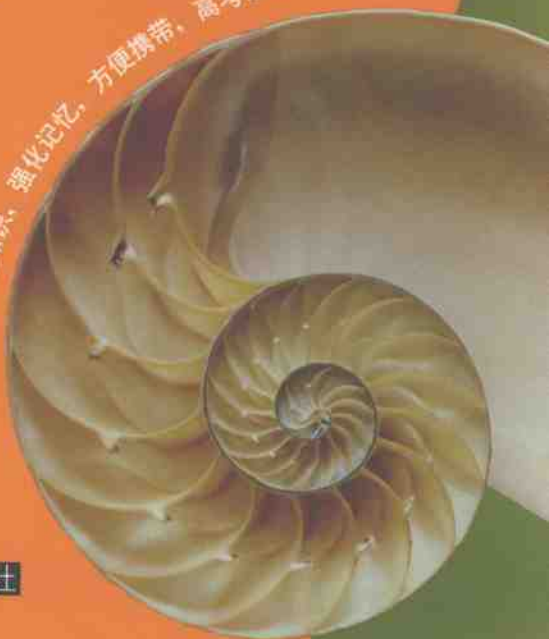
在

掌

握

中

梳理知识，强化记忆，方便携带，高考最后冲刺之首选



浙江教育出版社

高分硬底子

GROUNDING

高考 数学备考



掌中宝

丛书主编	蒋金山	倪根荣
本册主编	舒林军	
本册编写	舒林军	蒋志明
	沈联晖	

浙江教育出版社

图书在版编目(CIP)数据

高考数学备考掌中宝 / 舒林军等编写. —杭州:浙江教育出版社, 2006. 12

ISBN 7-5338-6758-0

I. 高... II. 舒... III. 数学课—高中—升学参考资料 IV. G634. 603

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 141740 号

策划编辑 沈明华
责任编辑 谢 曦
责任校对 汪 晖

封面设计 曾国兴
责任印务 陆 江

高考数学备考掌中宝

舒林军等 编 写

出版发行 浙江教育出版社
(杭州市天目山路 40 号 邮编:310013)
图文制作 杭州兴邦电子印务有限公司
印 刷 杭州富春印务有限公司
开 本 889×1194 1/48
印 张 3.25
字 数 101 000
版 次 2006 年 12 月第 1 版
印 次 2006 年 12 月第 1 次
书 号 ISBN 7-5338-6758-0/G·6728
定 价 14.00 元
联系电话 0571-85170300 转 80928
e-mail: zjjy@zjcb.com 网址: www.zjeph.com



修订

说明

为帮助临考学生作最后的冲刺,我们着力编写了《高考备考掌中宝》丛书。本丛书按语文、数学、英语、物理、化学、生物、历史、地理、政治9个学科分类,每学科1册,一共9册。本丛书以《高考考试大纲》为依据,以高中各学科教材为基础,以高考复习重点为主要内容进行编写。对于已经过系统复习的学生来说,本丛书主要用以梳理知识和加强记忆。

本次修订,根据现行教学大纲、考试说明和新的课程标准体例,作了较大的改动,力求与高考要求相一致,以助广大考生一臂之力。

丛书主编蒋金山、倪根荣,本册主编舒林军,参加编写的有舒林军、蒋志明、沈联晖。

编者

2006年10月

目 录

一、平面向量	8
(一) 向量的有关概念	8
(二) 向量的加减法	10
(三) 实数与向量的积	12
(四) 平面向量的数量积	13
(五) 线段的定比分点	15
(六) 平移	16
(七) 本章的解题技巧和易错点	17
二、集合与简易逻辑	20
(一) 集合	20
(二) 简单不等式解法	23
(三) 简易逻辑	25
(四) 本章的解题技巧和易错点	27
三、函数	29
(一) 映射	29
(二) 函数	30
(三) 函数的性质	31

(四) 二次函数	34
(五) 指数与指数函数	37
(六) 对数与对数函数	39
(七) 函数图象的初等变换	41
(八) 本章的解题技巧和易错点	43
四、不等式	45
(一) 不等式基本性质	45
(二) 不等式证明	46
(三) 解不等式	49
(四) 本章的解题技巧和易错点	51
五、三角函数	54
(一) 任意角的三角函数	54
(二) 两角和差的三角函数	59
(三) 三角函数的图象与性质	62
(四) 解斜三角形	65
(五) 本章的解题技巧和易错点	67
六、数列	70
(一) 数列	70
(二) 等差数列	71
(三) 等比数列	72
(四) 数列的求和	74
(五) 本章的解题技巧和易错点	75
七、直线方程和圆的方程	77
(一) 直线方程	77
(二) 圆的方程	84
(三) 本章的解题技巧和易错点	87

八、圆锥曲线方程	89
(一) 椭圆	89
(二) 双曲线	91
(三) 抛物线	94
(四) 本章的解题技巧和易错点	96
九、直线、平面、简单几何体	100
(一) 空间直线和平面	100
(二) 简单几何体	108
(三) 本章的解题技巧和易错点	112
十、排列、组合、二项式定理	114
(一) 排列与组合	114
(二) 二项式定理	117
(三) 本章的解题技巧和易错点	119
十一、概率	121
(一) 随机事件的概率	121
(二) 相互独立事件同时发生的概率	123
(三) 本章的解题技巧和易错点	124
十二、概率与统计	126
(一) 概率	126
(二) 统计	129
十三、极限	132
(一) 数学归纳法	132
(二) 数列极限	133
(三) 函数的极限	134
(四) 函数的连续性	136
(五) 本章的解题技巧和易错点	137

十四、导数	139
(一) 导数的有关概念	139
(二) 导数的求法	140
(三) 导数的应用	141
(四) 本章的解题技巧和易错点	143
十五、数系的扩充——复数	145
(一) 复数的概念	145
(二) 复数的加、减、乘、除运算	147
(三) 本章的解题技巧和易错点	148
十六、常用的数学方法	150
(一) 配方法	150
(二) 换元法	150
(三) 数学归纳法	150
(四) 待定系数法	151
(五) 反证法	151
(六) 放缩法	152
(七) 裂项相消法	152
十七、常用的数学思想	153
(一) 函数和方程的思想	153
(二) 数形结合的思想	153
(三) 分类讨论的思想	154
(四) 转化的思想	154
(五) 整体思想	155



一、平面向量

(一) 向量的有关概念

1 有向线段

有向线段是规定了起点和终点的线段. 如以 A 为起点、 B 为终点的有向线段记作有向线段 $\overrightarrow{AB}$, 用 $|\overrightarrow{AB}|$ 表示有向线段 $\overrightarrow{AB}$ 的长度. 起点、终点和长度是有向线段的三要素.

2 向 量

向量是既有大小又有方向的量, 常用一条有向线段来表示. 有向线段的长度表示向量的大小, 箭头所指的方向表示向量的方向, 如向量 $\overrightarrow{AB}$, 也可用字母 a, b, c 等表示.

3 向量的坐标表示

在平面直角坐标系中, 由于向量是可以任意平移的, 把起点移到原点 O , 则终点 A 的位置是唯一确定的, 即 A 点的

位置是由向量 $\mathbf{a}$ 唯一确定的. 因此向量 $\mathbf{a} = \overrightarrow{OA}$ 可以用点 A 的坐标 (x, y) 来表示.

4 向量的长度(或模)

向量的长度即向量 $\overrightarrow{AB}$ 的大小, 记作 $|\overrightarrow{AB}|$. 若 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, 则 $|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$; 若 $\mathbf{a} = (x, y)$, 则 $|\mathbf{a}| = \sqrt{x^2 + y^2}$.

5 零向量

零向量是长度为 0 的向量, 记作 $\mathbf{0}$, $|\mathbf{0}| = 0$.

6 单位向量

单位向量是长度等于一个单位长度的向量. 与向量 $\mathbf{a}$ 方向相同的单位向量 $\mathbf{a}_0 = \frac{\mathbf{a}}{|\mathbf{a}|} = \left(\frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}, \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} \right)$.

7 平行向量

方向相同或相反的非零向量叫做平行向量, 规定 $\mathbf{0}$ 与任一向量平行, 记作 $\mathbf{a} \parallel \mathbf{b} \parallel \mathbf{c}$, $\mathbf{0} \parallel \mathbf{a}$. 由于平行向量都可以平移到同一条直线上, 因此平行向量也叫共线向量.

8 相等向量

长度相等且方向相同的向量叫做相等向量, 记作 $a=b$. 零向量都相等. 判断两个向量相等的常用方法是证明平行四边形.

(二) 向量的加减法

1 用有向线段表示的加减法

(1) 加法:

①三角形法则定义: 已知向量 a, b , 在平面内任取一点 A , 作 $\overrightarrow{AB}=a, \overrightarrow{BC}=b$, 则向量 $\overrightarrow{AC}$ 叫做向量 a 与 b 的和, 记作 $a+b$. 如图 1-1 所示.

②多边形法则: 多个向量相加时, 可以连续运用三角形法则, 一般地, n 个向量经过平移, 顺次使前一个向量的终点与后一个向量的起点重合, 组成一向量的折线. 这 n 个向量的和等于折线始点到终点的向量, 如 $a+b+c+d=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DE}=\overrightarrow{AE}$, 如图 1-2 所示.

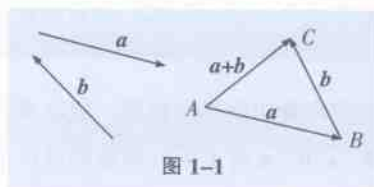


图 1-1

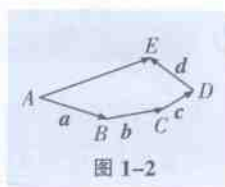


图 1-2

③平行四边形法则: 以同一点 A 为起点的两个已知向量 a, b 为邻边作平行四边形 $ABCD$, 则以 A 为起点的对角线 $\overrightarrow{AC}$ 就是 a 与 b 的和.

④向量的加法满足交换律和结合律, 多个向量的加法运算可以按照任意的次序与任意的组合来进行.

(2) 减法:

① a 的相反向量: 与 a 长度相等且方向相反的向量, 记作 $-a$, a 与 $-a$ 互为相反向量, 并有 $-0=0$, $-(-a)=a$, $a+(-a)=0$, 若 $a=-b$, 则 $a+b=0$.

②向量 a 加上 b 的相反向量叫做 a 与 b 的差, 即 $a-b=a+(-b)$. 求两个向量的差的运算叫做向量的减法.

③已知 a, b , 在平面内任取一点 O , 作 $\overrightarrow{OA}=a$, $\overrightarrow{OB}=b$, 则 $\overrightarrow{BA}=a-b$. 即 $a-b$ 表示从 b 的终点指向 a 的终点的向量, 如图 1-3 所示.

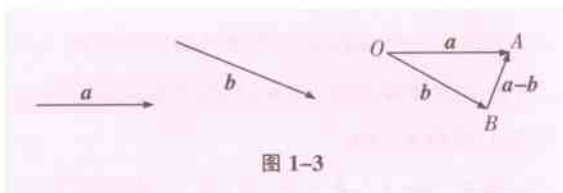


图 1-3



用坐标表示的向量的加减法

设 $a=(x_1, y_1)$, $b=(x_2, y_2)$, 则 $a+b=(x_1+x_2, y_1+y_2)$, $a-b=(x_1-x_2, y_1-y_2)$.

(三) 实数与向量的积

1 定 义

实数 λ 与向量 a 的积是一个向量, 记作 λa 或 $\lambda(x, y)$, 规定如下:

(1) $|\lambda a| = |\lambda| |a|$.

(2) 当 $\lambda > 0$ 时, λa 的方向与 a 的方向相同; 当 $\lambda < 0$ 时, λa 的方向与 a 的方向相反; 当 $\lambda = 0$ 时, $\lambda a = 0$.

(3) 满足的运算律: 设 λ, μ 为实数, 那么 $\lambda(\mu a) = (\lambda\mu)a$; $(\lambda + \mu)a = \lambda a + \mu a$; $\lambda(a + b) = \lambda a + \lambda b$.

2 向量 a 与 b 平行(或共线)的判定

(1) $0 // a$, 即 0 与任何向量都平行.

(2) 若存在一个实数 λ , 使得 $b = \lambda a$, 则 $a // b$.

(3) 若 a 为非零向量, 则 $a // b$ 的充要条件是有且只有一个实数 λ , 使得 $b = \lambda a$.

(4) 设 $a = (x_1, y_1)$, $b = (x_2, y_2)$, 则 $a // b$ 的充要条件是 $x_1 y_2 = x_2 y_1$.

3 平面向量的基本定理

如果 e_1, e_2 是同一平面内的两个不共线向量, 那么对于这一个平面内的任一向量 a , 有且只有一对实数 λ_1, λ_2 使 $a = \lambda_1 e_1 + \lambda_2 e_2$.

(1) 同一平面内的两个不共线向量 e_1, e_2 叫做这个平面内所有向量的基底.

(2) 规定 $i=(1, 0), j=(0, 1)$, 则平面内任何向量 $a=(x, y)=xi+yj$.

4 三点共线的判断

(1) 点 A, B, C 共线的充要条件是 $\overrightarrow{AB}=\lambda\overrightarrow{BC}$, λ 是实数.

(2) 已知 $\overrightarrow{OA}=a, \overrightarrow{OB}=b, \overrightarrow{OC}=c$, 若存在实数 t , 使得 $c=ta+(1-t)b$, 则 A, B, C 三点共线.

(四) 平面向量的数量积

1 基本概念

(1) 向量 a 与 b 的夹角: 已知两个非零向量 a 和 b , 作 $\overrightarrow{OA}=a, \overrightarrow{OB}=b$, 则 $\angle AOB=\theta (0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ)$ 叫做向量 a 与 b 的夹角.

① 当 $\theta=0^\circ$ 时, a 与 b 同向.

② 当 $\theta=180^\circ$ 时, a 与 b 反向.

③ 当 $\theta=90^\circ$ 时, a 与 b 垂直, 记作 $a \perp b$.

(2) 向量 b 在 a 方向的投影: 设 $\overrightarrow{OA}=a, \overrightarrow{OB}=b$, 过点 B 作 BB_1 垂直于直线 OA , 垂足为 B_1 , 则数量 $OB_1=|b|\cos\theta$ 叫做 b 在 a 方向的投影. 当 θ 为锐角时, 它是正值, 当 θ 是钝角时, 它是负值; 当 θ 为直角时, 它为 0; 当 $\theta=0^\circ$ 时, 它是 $|b|$; 当 $\theta=180^\circ$ 时, 它是 $-|b|$.

(3) a 与 b 的数量积: 已知两个非零向量 a 与 b , 它们的夹角为 θ , 把数量 $|a||b|\cos\theta$ 叫做 a 与 b 的数量积, 规定 0 与任何向量的数量积为 0 . 记作: $a \cdot b = |a||b|\cos\theta$, $0 \cdot a = 0$, 设 $a = (x_1, y_1)$, $b = (x_2, y_2)$, 则 $a \cdot b = |a||b|\cos\theta = x_1x_2 + y_1y_2$.



基本性质

(1) 数量积的运算律: $a \cdot b = b \cdot a$, $(\lambda a) \cdot b = \lambda(a \cdot b) = a \cdot \lambda b$, $(a+b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$ (λ 是实数), 数量积不满足结合律.

(2) 已知两个非零向量, 它们的夹角为 θ , e 是与 b 方向相同的单位向量, 则 $e \cdot a = a \cdot e = |a|\cos\theta$.

(3) 垂直的判定: 两个非零向量 a 与 b , $a \perp b \Leftrightarrow a \cdot b = 0 \Leftrightarrow x_1x_2 + y_1y_2 = 0$.

注

判断两个非零向量垂直的常用方法:

意

① 判断两个向量的数量积是否为零.

② $|a+b| = |a-b| \Leftrightarrow a \perp b$.

③ 两个向量的夹角为 90° .

(4) 当向量 a 与 b 同向时, $a \cdot b = |a||b|$; 当向量 a 与 b 反向时, $a \cdot b = -|a||b|$.

(5) $a \cdot a = a^2 = |a|^2 = x_1^2 + y_1^2$, 即 $|a| = \sqrt{x_1^2 + y_1^2}$.

注

意

常用等式 $a \cdot a = a^2 = |a|^2$, 把向量的模进行平方后化为数量积的形式去解决求数量积或向量的夹角的问题.

$$(6) \text{ 夹角公式: } \cos\theta = \frac{\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}}{|\mathbf{a}||\mathbf{b}|} = \frac{x_1x_2 + y_1y_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2} \sqrt{x_2^2 + y_2^2}}.$$

注

意

向量的夹角有时可以运用正弦定理、余弦定理去求.

(7) 基本不等式: $|\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}| \leq |\mathbf{a}||\mathbf{b}|$, 即 $(x_1x_2 + y_1y_2)^2 \leq (x_1^2 + y_1^2)(x_2^2 + y_2^2)$. 当且仅当 $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ 平行时等号成立.

(五) 线段的定比分点

1 P 分有向线段 $\overrightarrow{AB}$ 的比 λ

设 A, B 是直线 l 上的两点, P 点是 l 上不同于 A, B 的任意一点, 则存在一个实数 λ , 使 $\overrightarrow{AP} = \lambda \overrightarrow{PB}$, λ 叫做 P 分有向线段 $\overrightarrow{AB}$ 的比.

2 λ 的取值范围

AP, PB 分别为有向线段 $\overrightarrow{AP}, \overrightarrow{PB}$ 的数量, 则 $\lambda = \frac{AP}{PB}$, 当 P 在线段 AB 上时, $\lambda > 0$; 当 P 在线段 AB 的延长线上时, $\lambda < -1$; 当 P 在线段 AB 的反向延长线上时, $-1 < \lambda < 0$. 特别地, 当 P 在线段 AB 的中点时, $\lambda = 1$. λ 的取值范围是: $\lambda \neq -1$.

3 定比分点坐标公式

若 P 分有向线段 $\overrightarrow{AB}$ 的比为 λ , 且 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2), P(x, y)$,

$$\text{则 } \lambda = \frac{x-x_1}{x_2-x} = \frac{y-y_1}{y_2-y}, \text{ 即 } \begin{cases} x = \frac{x_1 + \lambda x_2}{1 + \lambda} \\ y = \frac{y_1 + \lambda y_2}{1 + \lambda} \end{cases}.$$

4 中点坐标公式

当 P 是 AB 的中点时, $\lambda=1$, P 点的坐标公式是:

$$\begin{cases} x = \frac{x_1 + x_2}{2} \\ y = \frac{y_1 + y_2}{2} \end{cases}.$$

5 三角形重心坐标公式

已知三角形 ABC , 设 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2), C(x_3, y_3)$, 则三

角形 ABC 的重心 G 的坐标为: $\left(\frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3} \right)$.

(六) 平 移

1 平移的定义

设 F 是坐标平面内的一个图形, 将 F 上所有点按照同一