

WUTP

高等学校应用型本科教材

微 积 分 (经管类)

● 主 编/林 益 刘国钧 徐建豪

Weijifen



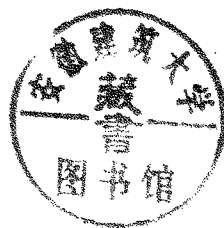
武汉理工大学出版社
Wuhan University of Technology Press

高等学校应用型本科教材

微 积 分

(经管类)

主 编 林 益 刘国钧 徐建豪
副主编 谷婷婷 熊章绪



武汉理工大学出版社

· 武汉 ·

内 容 简 介

本书是为了适应培养“**实用型、应用型**”的大学本科经济管理人才的要求而编写的经济管理类本科生的基础课教材《微积分》(经管类)。内容包括函数、极限和连续、导数和微分、中值定理与导数应用、不定积分、定积分、定积分应用、微分方程与差分方程、空间解析几何、多元函数微分学、二重积分、级数。

本书可供一般高等院校、独立学院的经济管理类专业学生使用。

图书在版编目(CIP)数据

微积分(经管类)/林益,刘国钧,徐建豪主编. —武汉:武汉理工大学出版社, 2006

ISBN 7-5629-2445-7

I. 微…

II. ①林…②刘…③徐…

III. 微积分-高等学校-教材

IV. 0172

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 071187 号

出版发行:武汉理工大学出版社

武汉市武昌珞狮路 122 号 邮编:430070

<http://www.techbook.com.cn>

E-mail: wangzhg@mail.whut.edu.cn

印刷者:武汉理工大印刷厂

经销者:各地新华书店

开 本:787×960 1/16

印 张:30.5

字 数:598 千字

版 次:2006 年 9 月第 1 版

印 次:2006 年 9 月第 1 次印刷

印 数:1—5000 册

定 价:36.00 元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页等印装质量问题,请向出版社发行部调换。

本社购书热线电话:(027)87394412 87383695 87384729

版权所有,盗版必究。

前 言

当前我国高等教育已从精英教育过渡到大众教育。为适应培养“实用型、应用型”的大学本科经济管理人才的要求,我们特编写了经济管理类本科生的基础课教材《微积分》(经管类)。

众所周知,数学在经济科学、管理科学中有着十分广泛的应用。随着计算机技术的应用,数学在经济及其管理中的重要性日益突出。因此,一本适合当前学生实际又符合教育部有关课程的基础要求的数学教材为各校教学的当务之急。特别对于培养实用型人才的一般院校、独立学院而言,目前国内尚缺乏这类教材。为此,我们在吸收国内外有关教材的优点的基础上,结合自己的丰富教学经验编写了这本《微积分》(经管类)教材。本教材的特点:

1. 在符合教育部关于经济类微分课程教学基本要求的前提下,以“必需、够用”为度,不片面追求理论体系的完整性和运算技巧,突出数学思想、数学方法及数学的应用。

2. 根据经济、管理类学生具有文、理兼收的特点,本教材在讲授知识时注意对初等数学内容的复习,精选教学内容,简略理论推导,典范例题,智谋应用,做到通俗易懂,让学生有兴趣、有能力地学好该课程。

3. 本书按章节配备适量的习题。习题一般分 A、B 两部分, A 题部分为基本要求题,有利于学生掌握基本概念、基本运算、基本方法; B 题部分为综合题,要求略高。每章后面有内容小结和复习题。

4. 适当增加微积分在经济管理类中的基本应用知识,有利于学生后续课程的学习以及今后的工作。

本教材由林益、刘国钧、徐建豪主编,谷婷婷、熊章绪副主编,徐少堂、陈皓、徐倩参编。内容包括一元函数微积分、多元函数微积分、二

重积分、级数、微分方程,附录有:常见的初等数学公式、参数方程与极坐标简介、积分表。书中穿插有若干与数学、数学家、数学思想与应用的阅读材料,以提高数学文化氛围与学习兴趣。

本书得到武汉理工大学出版社的大力支持,徐扬编辑为此付出辛勤劳动,特致以谢意。

由于编者水平有限,时间紧迫,难免存在疏漏之处,敬请专家、同行及广大读者指正。

编 者

2006年7月24日

目 录

1 函 数	(1)
1.1 函 数	(1)
1.1.1 实数	(1)
1.1.2 函数的概念	(3)
1.1.3 函数的性质	(7)
1.1.4 反函数	(8)
习题 1-1	(10)
1.2 初等函数	(12)
1.2.1 基本初等函数	(12)
1.2.2 复合函数	(15)
1.2.3 初等函数	(16)
习题 1-2	(16)
1.3 经济学中的常用函数	(17)
1.3.1 需求函数	(17)
1.3.2 供给函数	(18)
1.3.3 成本函数	(19)
1.3.4 收入函数	(19)
1.3.5 利润函数	(19)
习题 1-3	(20)
本章小结	(21)
复习题 1	(22)
2 极 限	(25)
2.1 数列极限	(25)
2.1.1 数列	(25)
2.1.2 数列的极限	(26)
习题 2-1	(29)
2.2 函数的极限	(29)
2.2.1 自变量趋于有限数时 $f(x)$ 的极限	(29)
2.2.2 自变量趋于无穷时 $f(x)$ 的极限	(32)
2.2.3 极限的基本性质	(33)

习题 2-2	(34)
2.3 极限的运算法则	(34)
2.3.1 极限的四则运算法则	(34)
2.3.2 无穷小量与无穷大量	(37)
2.3.3 极限的复合运算法则	(41)
习题 2-3	(41)
2.4 极限存在准则与两个重要极限	(42)
2.4.1 极限存在的两个准则	(42)
2.4.2 两个重要极限	(43)
习题 2-4	(48)
2.5 无穷小的比较	(49)
2.5.1 无穷小的比较	(49)
2.5.2 等价无穷小的性质	(50)
习题 2-5	(51)
2.6 连续函数	(52)
2.6.1 函数连续性的概念	(52)
2.6.2 函数的间断点	(55)
2.6.3 连续函数的运算	(57)
2.6.4 初等函数的连续性	(57)
2.6.5 闭区间上连续函数的性质	(58)
习题 2-6	(59)
本章小结	(61)
复习题 2	(62)
3 导数与微分	(65)
3.1 导数的概念	(65)
3.1.1 引入导数概念的实例	(65)
3.1.2 导数的定义	(66)
3.1.3 左右导数	(69)
3.1.4 导数的几何意义	(70)
3.1.5 函数的可导性与连续性的关系	(71)
习题 3-1	(72)
3.2 导数的四则运算法则	(75)
3.2.1 函数的和(差)求导法则	(75)
3.2.2 函数乘积的求导法则	(76)
3.2.3 函数商的求导法则	(77)

习题 3-2	(78)
3.3 反函数的求导法则和复合函数求导的链式法则	(79)
3.3.1 反函数的求导法则	(79)
3.3.2 复合函数求导的链式法则	(81)
3.3.3 基本求导法则与导数公式表	(83)
习题 3-3	(84)
3.4 隐函数及由参数方程确定的函数的导数	(85)
3.4.1 隐函数求导法	(85)
3.4.2 由参数方程所确定的函数的导数	(88)
习题 3-4	(89)
3.5 高阶导数	(90)
习题 3-5	(94)
3.6 函数的微分	(95)
3.6.1 微分的概念	(95)
3.6.2 函数可微的条件	(96)
3.6.3 微分的几何意义	(98)
3.6.4 基本初等函数的微分公式与微分运算法则	(98)
3.6.5 微分在近似计算中的应用	(100)
习题 3-6	(101)
本章小结	(103)
复习题 3	(106)
4 中值定理与导数的应用	(108)
4.1 中值定理	(108)
4.1.1 罗尔定理	(108)
4.1.2 拉格朗日中值定理	(110)
4.1.3 柯西中值定理	(113)
习题 4-1	(114)
4.2 洛必达法则	(115)
4.2.1 $\frac{0}{0}$ 型未定式	(115)
4.2.2 $\frac{\infty}{\infty}$ 型未定式	(116)
4.2.3 其它型未定式	(117)
习题 4-2	(119)
4.3 函数的单调性	(120)

习题 4-3	(122)
4.4 曲线的凹凸性	(123)
习题 4-4	(124)
4.5 函数的极值与最值	(125)
4.5.1 函数的极值及其求法	(125)
4.5.2 函数的最值及其求法	(128)
4.5.3 极值最值应用举例	(130)
习题 4-5	(132)
4.6 函数图形的描绘	(133)
4.6.1 曲线的渐近线	(133)
4.6.2 函数图形的描绘	(135)
习题 4-6	(138)
4.7 导数在经济管理中的应用	(138)
4.7.1 边际函数	(138)
4.7.2 弹性概念	(142)
习题 4-7	(145)
本章小结	(147)
复习题 4	(147)
5 不定积分	(149)
5.1 不定积分的概念与性质	(149)
5.1.1 原函数	(149)
5.1.2 不定积分	(150)
5.1.3 不定积分的几何意义	(151)
5.1.4 不定积分的性质	(152)
5.1.5 基本积分公式	(153)
5.1.6 直接积分法	(154)
习题 5-1	(156)
5.2 换元积分法	(158)
5.2.1 第一换元积分法	(158)
5.2.2 第二换元积分法	(163)
习题 5-2	(169)
5.3 分部积分法	(171)
习题 5-3	(175)
5.4 积分表的使用	(175)
习题 5-4	(179)

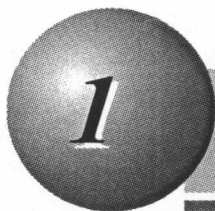
本章小结	(179)
复习题 5	(180)
6 定积分	(183)
6.1 定积分的概念	(183)
6.1.1 引入定积分概念的三个实例	(183)
6.1.2 定积分的定义	(186)
6.1.3 关于定积分概念的三点说明	(187)
6.1.4 定积分的几何意义	(188)
习题 6-1	(190)
6.2 定积分的性质	(190)
习题 6-2	(194)
6.3 微积分学基本定理	(195)
6.3.1 变上限定积分	(196)
6.3.2 微积分基本定理(牛顿-莱布尼茨公式)	(198)
习题 6-3	(201)
6.4 定积分的计算	(203)
6.4.1 定积分的换元法	(203)
6.4.2 定积分的分部积分法	(207)
习题 6-4	(210)
6.5 广义积分与 Γ 函数	(212)
6.5.1 无限区间上的广义积分	(212)
6.5.2 无界函数的广义积分(瑕积分)	(215)
6.5.3 Γ 函数	(218)
习题 6-5	(221)
本章小结	(222)
复习题 6	(223)
7 定积分的应用	(227)
7.1 定积分的微元法	(227)
7.2 定积分的几何应用	(228)
7.2.1 平面图形的面积	(228)
7.2.2 立体的体积	(232)
7.2.3 平面曲线的弧长	(235)
习题 7-2	(238)
7.3 定积分在经济中的应用	(239)
7.3.1 已知总产量变化率求总产量	(239)

7.3.2 已知边际函数求总量函数	(240)
* 7.3.3 贴现问题(收益流的现值和将来值)	(242)
习题 7-3	(243)
本章小结	(244)
复习题 7	(245)
8 常微分方程与差分方程	(247)
8.1 常微分方程的基本概念	(247)
8.1.1 引例	(247)
8.1.2 微分方程及其类型	(248)
8.1.3 微分方程的解	(249)
习题 8-1	(251)
8.2 一阶微分方程	(252)
8.2.1 变量可分离的方程	(252)
8.2.2 齐次方程	(254)
8.2.3 一阶线性微分方程	(255)
习题 8-2	(258)
8.3 可降阶的高阶微分方程	(258)
8.3.1 $y^{(n)}=f(x)$ 型的微分方程	(259)
8.3.2 $y''=f(x,y')$ 型的微分方程	(259)
8.3.3 $y''=f(y,y')$ 型的微分方程	(260)
习题 8-3	(261)
8.4 二阶线性微分方程解的结构	(262)
习题 8-4	(265)
8.5 二阶常系数线性微分方程	(266)
8.5.1 二阶常系数齐次线性微分方程	(266)
8.5.2 二阶常系数非齐次线性微分方程	(268)
习题 8-5	(271)
8.6 一阶差分方程	(272)
8.6.1 基本概念	(272)
8.6.2 一阶常系数线性差分方程	(273)
习题 8-6	(276)
8.7 微分方程、差分方程在经济管理中的应用	(277)
习题 8-7	(279)
本章小结	(280)
复习题 8	(283)

9 向量代数与空间解析几何	(285)
9.1 空间直角坐标系	(285)
9.1.1 空间点的直角坐标	(285)
9.1.2 空间两点间的距离	(287)
习题 9-1	(288)
9.2 向量及其线性运算	(288)
9.2.1 向量概念	(288)
9.2.2 向量的线性运算	(289)
习题 9-2	(291)
9.3 向量的坐标	(291)
9.3.1 向量的坐标表示式	(291)
9.3.2 向量的方向角与方向余弦	(293)
习题 9-3	(294)
9.4 向量间的乘法	(294)
9.4.1 两向量的数量积	(294)
9.4.2 两向量的向量积	(296)
习题 9-4	(298)
9.5 平面与直线	(299)
9.5.1 平面方程	(299)
9.5.2 直线方程	(304)
习题 9-5	(306)
9.6 空间曲面与曲线	(307)
9.6.1 三种常见曲面	(307)
9.6.2 空间曲线及其在坐标面的投影	(312)
9.6.3 二次曲面	(314)
习题 9-6	(318)
本章小结	(319)
复习题 9	(324)
10 多元函数微分学	(326)
10.1 多元函数的概念,二元函数的极限和连续性	(326)
10.1.1 多元函数的概念	(326)
10.1.2 二元函数的极限与连续	(328)
习题 10-1	(330)
10.2 偏导数	(331)
10.2.1 偏导数的概念	(331)

10.2.2	二元函数偏导数的几何意义	(332)
10.2.3	偏导数的求法	(332)
10.2.4	高阶偏导数	(333)
习题 10-2		(334)
10.3	全微分	(335)
习题 10-3		(338)
10.4	复合函数与隐函数的微分法	(339)
10.4.1	复合函数的链式法则	(339)
10.4.2	隐函数的微分法	(340)
习题 10-4		(341)
10.5	二元函数的极值	(342)
10.5.1	二元函数极值的概念	(342)
10.5.2	条件极限	(344)
10.5.3	拉格朗日乘数法简介	(345)
10.5.4	最大值与最小值	(346)
习题 10-5		(348)
本章小结		(349)
复习题 10		(353)
11	二重积分	(355)
11.1	二重积分的概念和性质	(355)
11.1.1	二重积分的概念	(355)
11.1.2	二重积分的性质	(357)
11.1.3	二重积分存在定理	(358)
习题 11-1		(358)
11.2	二重积分的计算法	(359)
11.2.1	二重积分在直角坐标下的计算	(359)
11.2.2	利用极坐标计算二重积分	(363)
习题 11-2		(367)
11.3	二重积分的应用	(369)
11.3.1	平面薄片的重心	(369)
11.3.2	平面薄片的转动惯量	(371)
习题 11-3		(372)
本章小结		(372)
复习题 11		(376)
12	无穷级数	(378)

12.1 常数项级数的概念和性质	(378)
12.1.1 引例	(378)
12.1.2 常数项级数的概念	(379)
12.1.3 收敛级数的基本性质	(382)
习题 12-1	(385)
12.2 正项级数	(386)
12.2.1 正项级数及其基本性质	(386)
12.2.2 正项级数的审敛法	(387)
习题 12-2	(393)
12.3 任意项级数	(394)
12.3.1 绝对收敛与条件收敛	(394)
12.3.2 交错级数及其审敛法	(396)
习题 12-3	(399)
12.4 幂级数	(400)
12.4.1 幂级数的敛散性	(400)
12.4.2 幂级数的性质	(403)
习题 12-4	(406)
12.5 函数的幂级数展开	(407)
12.5.1 泰勒公式与泰勒级数	(407)
12.5.2 函数的幂级数展开	(409)
习题 12-5	(414)
12.6 函数幂级数展开式的应用	(414)
12.6.1 近似计算	(414)
12.6.2 微分方程的幂级数解法	(416)
习题 12-6	(417)
本章小结	(418)
复习题 12	(421)
附录 1 初等数学中一些计算公式	(424)
附录 2 参数方程和极坐标	(426)
附录 3 积分表	(429)
参考答案	(438)



函数

函数是微积分研究的主要对象,本章将对函数等有关概念进行较系统的介绍,为以后各章的学习作好准备.

1.1 函数

函数是变量与变量的一种对应关系,本书研究的变量均取值于实数,因此我们必须了解实数的一些性质以及实数集的常见表示法.

1.1.1 实数

数是人类争取生存、进行生产和交换中创造的一种特殊语言,是量的描述及其运算的手段.

实数是有理数与无理数的总称,它有以下性质:

1. 实数对四则运算(即加、减、乘、除)是封闭的,即任意两个实数进行加、减、乘、除(除法要求分母不为零)运算后,其结果仍是实数.

2. 有序性,即任意两个实数 a 与 b 可以比较大小,满足且只满足下列关系之一:

$$a < b, \quad a = b, \quad a > b$$

且大小关系具有传递性,即若 $a < b, b < c$, 则 $a < c$.

3. 稠密性,即任意两实数之间仍有实数. 特别地,有理数和无理数在实数集中是稠密的.

4. 连续性,即实数可以与数轴上的点一一对应.

微积分中经常比较两变量的大小,为此我们必须熟悉一些常见的不等式.

实数 a 的绝对值 $|a|$ 定义为

$$|a| = \begin{cases} a & (a \geq 0) \\ -a & (a < 0) \end{cases}.$$

它表示数轴上的 a 点到原点的距离, 以下两种不等式是常见的含有绝对值的不等式.

三角不等式: 设 a, b 为实数, 则

$$|a+b| \leq |a| + |b|,$$

$$||a| - |b|| \leq |a - b|.$$

利用数学归纳法可将它推广为

$$|a_1 + a_2 + \cdots + a_n| \leq |a_1| + |a_2| + \cdots + |a_n|,$$

其中 $a_i (i=1, 2, \cdots, n)$ 为实数.

平均值不等式: 设 $a_i (i=1, 2, \cdots, n)$ 是非负实数, 则有

$$\sqrt[n]{a_1 a_2 \cdots a_n} \leq \frac{a_1 + a_2 + \cdots + a_n}{n}.$$

为描述一个变量, 常需指出其变化范围, 这就要用到实数的集合, 而区间是今后常用的实数集.

设 a, b 是两个实数, 且 $a < b$, 则

(1) 满足不等式 $a < x < b$ 的实数 x 的全体叫做以 a, b 为端点的开区间, 记作 (a, b) , 即 $(a, b) = \{x | a < x < b\}$.

(2) 满足不等式 $a \leq x \leq b$ 的实数 x 的全体叫做以 a, b 为端点的闭区间, 记作 $[a, b]$, 即 $[a, b] = \{x | a \leq x \leq b\}$.

(3) 满足不等式 $a \leq x < b$ 或 $a < x \leq b$ 的实数 x 的全体叫做以 a, b 为端点的半开区间, 记作 $[a, b)$ 或 $(a, b]$, 即 $[a, b) = \{x | a \leq x < b\}$, $(a, b] = \{x | a < x \leq b\}$.

以上三种区间称为有限区间, 数 $b-a$ 称为它们的长度. 从数轴上看, 有限区间为长度有限的线段 (不包括端点, 或包括一个、两个端点) (如图 1.1).

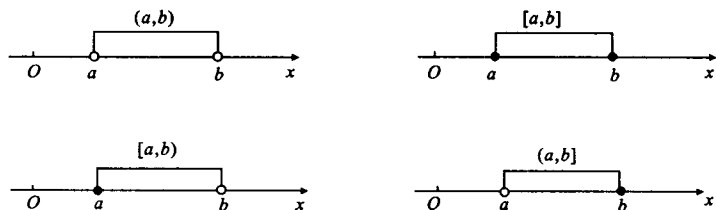


图 1.1

除上述有限区间外, 还有无限区间. 为了表示无限区间, 首先引进记号 $+\infty$ 与 $-\infty$ (不是数!), 分别读作正无穷大与负无穷大.

(4) 满足不等式 $a < x$ 或 $x < b$ 的实数 x 的全体记作 $(a, +\infty)$ 或 $(-\infty, b)$, 即 $(a, +\infty) = \{x | x > a\}$, $(-\infty, b) = \{x | x < b\}$.

(5) 满足不等式 $a \leq x$ 或 $x \leq b$ 的实数 x 的全体记作 $[a, +\infty)$ 或 $(-\infty, b]$, 即 $[a, +\infty) = \{x | x \geq a\}$, $(-\infty, b] = \{x | x \leq b\}$.

$[a, +\infty)$, $(-\infty, b]$, $(a, +\infty)$ 以及 $(-\infty, b)$ 在数轴上表现为长度为无限的半直线(如图 1.2).



图 1.2

全体实数 $\mathbf{R}$ 记作 $(-\infty, +\infty)$.

以 a 为中心的开区间 $(a-\delta, a+\delta)$ ($\delta > 0$) 称为 a 的邻域, δ 称为此邻域的半径(图 1.3)常将邻域 $(a-\delta, a+\delta)$ 记作 $O(a, \delta)$ 或 $O(a)$. 在 $O(a, \delta)$ 中去掉中心点 a 后, 称为 a 的去心邻域(图 1.4), 记作 $O^{\circ}(a, \delta)$ 或 $O^{\circ}(a)$.

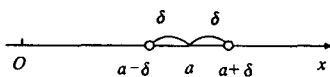


图 1.3

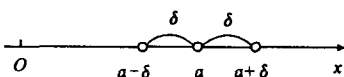


图 1.4

由于 $a-\delta < x < a+\delta$ 相当于 $|x-a| < \delta$, 因此

$$O(a, \delta) = \{x \mid |x-a| < \delta\}.$$

因为 $|x-a|$ 表示点 x 与点 a 的距离, 所以 $O(a, \delta)$ 表示与 a 的距离小于 δ 的实数 x 的全体.

类似的, $O^{\circ}(a, \delta) = \{x \mid 0 < |x-a| < \delta\}$, 这里 $|x-a| > 0$ 表示 $x \neq a$.

如果一个实数 x 在某个区间 (a, b) 内, 就用符号 $x \in (a, b)$ 表示, 如 $2 \in (0, 3)$.

例 1 用区间表示 x 的变化范围.

(1) $2 < x \leq 6$; (2) $x \geq 0$; (3) $x^2 < 9$; (4) $|x-3| \leq 4$.

解 (1) $(2, 6]$; (2) $[0, +\infty)$; (3) $(-3, 3)$; (4) $[-1, 7]$.

1.1.2 函数的概念

在对自然现象与社会现象的观察与研究过程中, 人们会碰到各种各样的量, 在某个问题的研究过程保持不变的量称为常量, 可以取不同数值的量称为变量.

例如, 把一个密闭容器中的气体加热时, 容器中的气体的体积和分子个数保持不变, 是常量; 而气体的温度和容器内的气压在不断变化, 因而是变量.

又如, 一个商场的面积是常量, 而每天到商场购物的人数是变量.

在同一研究问题中, 往往同时有几个变量在变化着. 这几个变量并不是孤立地在变, 而是相互联系并遵循着一定的变化规律. 我们先看以下几个例子.

例 2 在物体作自由落体运动的过程中, 物体的高度 h , 运动速度 v , 下落时间 t , 下落距离 S 都是变量; 下落开始时的初始高度 h_0 及加速度 g 是常量. 它们