



# 全国大学生数学夏令营 数学竞赛试题及解答

Problems & Solutions

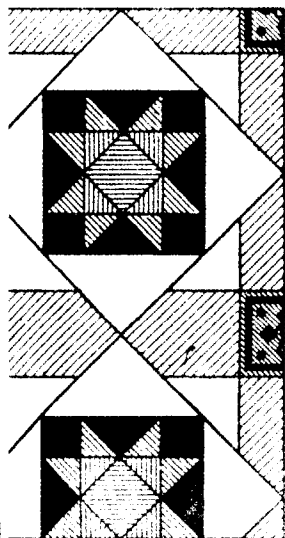
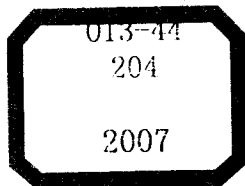
From the Mathematical Competitions in  
the 1<sup>st</sup> to the 8<sup>th</sup> National Students Summer Camp

■ 许以超 陆柱家 编著

- ▲ 著名数学家王元、杨乐作序推荐
- ▲ 中国科学院数学研究所专家编写
- ▲ 中国高等学校数学顶尖高手悉数参加
- ▲ 历届获奖者已成为崭露头角的青年数学家

哈尔滨工业大学出版社

■ 著名数学家王元、杨乐作序推荐



# 全国大学生数学夏令营 数学竞赛试题及解答

Problems & Solutions

From the Mathematical Competitions in  
the 1<sup>st</sup> to the 8<sup>th</sup> National Students Summer Camp

■ 许以超 陆柱家 编著

哈尔滨工业大学出版社

## 图书在版编目(CIP)数据

全国大学生数学夏令营数学竞赛试题及解答/许以超  
主编. — 哈尔滨: 哈尔滨工业大学出版社, 2007. 3

ISBN 978-7-5603-2484-5

I. 全… II. 许… III. 高等数学-解题 IV. 013-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 028199 号

策划编辑 刘培杰  
责任编辑 刘培杰  
封面设计 卞秉利  
出版发行 哈尔滨工业大学出版社  
社 址 哈尔滨市南岗区复华四道街 10 号 邮编 150006  
传 真 0451-86414749  
网 址 <http://hitpress.hit.edu.cn>  
印 刷 黑龙江省教育厅印刷厂  
开 本 787mm×960mm 1/16 印张 15 字数 249 千字  
版 次 2007 年 3 月第 1 版 2007 年 3 月第 1 次印刷  
书 号 ISBN 978-7-5603-2484-5  
印 数 1~3 000 册  
定 价 28.00 元

---

(如因印装质量问题影响阅读, 我社负责调换)

◎ 序——往事追忆

在由中国科学院数学研究所两位研究员主持编写的《全国大学生数学夏令营数学竞赛试题及解答》一书正式出版之际，编者及哈尔滨工业大学出版社要我写几句话，这引起了我对20年前往事的一些回忆。

我是1984年2月18日被正式任命为数学研究所所长的，于1988年卸任。我们的领导班子实际上由4个人组成：副所长杨乐，党委书记前后有吴云，孙耿，李文林，另外王光寅亦参与重大事情的讨论与决定。集体决定的事情由我出面宣布，领导班子很团结。那时，虽然文化大革命已结束了多年，但“左”的影响仍在。科研工作怎么恢复？如何搞？这是摆在所领导面前的首要任务。按理讲，数学所应该办成一个面向国内外的开放型研究所。这个想法很自然地成为所领导的共识。实际上，世界上的数学所，基本上都是开放型的。1952年，数学所建所时就是开放型的。20世纪60年代，更招收了大批国内进修教师。现在所谓开放只是恢复一下过去的做法而已。数学所领导班子的想法得到科学院领导，特别是时任院长周光召的大力支持，科学院给数学所增拨了经费支持开放。这样，数学所就正式对外开放了。

作为数学所的开放举措有如下措施：其一为面向全国高校，招收一批进修教师。这一举措在1958年曾实行过，我们为高校培养了一批数学骨干。另一举措为每年举办一项数学中心年。第一年（1985）就是由我主持的“代数解析数论年”。可惜这个方

向未能在我国长期开展下去.再一个举措就是举办“全国大学生数学夏令营”,着力于培养年轻数学家.这项工作得到了高校的热烈欢迎.数学所的同事也热情参与.通过夏令营,参加者听了学术普及报告,参观了首都的名胜古迹.最重要的是参加数学竞赛.夏令营的整个气氛是火热的.时间虽然只有一周,我知道这些学生普遍对数学所产生了深厚的感情,他们自己也有自豪感,这确实使年轻人终生难忘啊!

但为什么搞了几年就停止了昵?我想主要原因也许是到了1996年,全国的改革开放程度已大幅度地提高了.可供交流的地方与活动也逐步加多了.特别是对国外的交流也由几个大城市与著名研究所、高校拓展至一些中小城市与普通高校.这就是说我国数学研究逐步由少数中心向多个中心转化.当然数学所的领导作用与中心作用亦会逐渐改变.在这样的形势下,夏令营的任务,甚至整个所的开放形式也可以告一段落了,因此夏令营很自然地结束了,大家并不感到突然.

夏令营的重点当然是数学竞赛,感谢许以超与陆柱家是“有心人”,为我们留下了一份完整的材料,包括参加者个人与单位名单,试题与解答及优胜者.可惜当时学术报告的资料,一点没能留下.我记得我在好几届都作过学术报告,现在连报告题目都想不起来了.这就更显出这本书的宝贵了.我认为其真正价值在于其史料性质,从中可以看到一个研究所从被“四人帮”破坏得体无完肤到走上改革开放的康庄大道路途中的一段.回顾过去,我们更珍惜来之不易的今天和明天.

王 元

2006年11月

20世纪70年代末期以来,我国实行改革开放政策,数学研究与教育工作有了迅速发展.一批优秀的青年人才成长起来,然而其中不少人在海外发展,显露身手.近几年来,国内经济转轨,数学等基础研究对青年人的吸引力减小,我国数学界仍然面临着培养和造就一大批优秀的青年数学人才的重要任务.

优秀的数学人才应该有较全面的数学基础与训练,有扎实的功底;对所从事的学科与相关领域有较全面的了解与掌握;有广阔的视野与远大的目标,并逐步形成自己的学术思想与风格.一般说来,具备了这些素质的学者才可能做出高水平的研究工作,在国际上有关领域中发挥影响.

为了造就青年人才,中国科学院数学研究所一直认真做好培养硕士生、博士生和博士后的工作.从1987年开始,数学所又采取了一项重大举措:每年举办全国数学系大学生的夏令营.我们约请国内一些主要大学的数学系选送高年级的优秀学生,会聚到北京,度过一周的夏令营.在夏令营期间,组织高水平的学者为同学们作学术报告,介绍一些学科领域的发展与动态;举行座谈会,讨论与回答同学们普遍关心的问题;进行同学能力的测试等.此外,还组织同学们游览首都的名胜古迹.

数学所不少同志参与了每年对夏令营测试的命题、阅卷与评分等项工作.现在,许以超和陆柱家两位教授对历届夏令营的测试题目及其解答作了编辑与整理加工,印成此书,奉献给读者.

我们衷心希望它对于全国的大学生、研究生学习数学有所帮助。

如果把这本书作为一本题解,就失去了它应有的意义.在参考这本书时,希望同学们要勤于动脑,使思路更加活跃,将学习引向深入,把学习与研究逐步结合起来.同时又希望同学们勤于动手,做做比课堂上稍许困难一些的问题,自己认真推导、演算,逐步增强功力.

8年来,数学所举办的大学生夏令营得到了各大学数学系的热情支持与帮助.近两年,华晨集团十分关心这项活动,赞助了全部费用,仰融总裁及华晨集团主要领导还莅临了颁奖仪式.对此,我们表示衷心的感谢.

另外感谢徐叔贤教授和范同春先生组织了本书的出版,感谢朱世学先生为本书提供有关档案材料.而本书之打印工作,得力于王婷小姐,在此也表示衷心的感谢.

最后,让我们祝愿优秀的青年人才不断涌现!

杨 乐

1995年4月



王元，数学家，中国科学院院士，中国科学院数学与系统科学研究院研究员。1930年4月30日出生于浙江省兰溪县，江苏省镇江市人。

1952年毕业于浙江大学数学系，经陈建功推荐到中国科学院数学研究所工作，在华罗庚指导下研究数论。曾任中国科学院数学研究所所长和中国数学会理事长。他与其合作者在经典解析数论，包括哥德巴赫猜想、近似分析与统计中的数论方法与丢番图分析方面共发表论文100余篇，专著5本，其中有些著作已成为该领域的基本文献。



杨乐，数学家，中国科学院院士，中国科学院数学与系统科学研究院研究员。1939年11月生于江苏省南通市。

杨乐院士在函数值分布论、辐角分布论、正规族等方面取得了一系列的重要研究成果。(一)在亚纯函数与其导数的总亏量方面获得几个精确结果，回答了著名专家D. Drasin提出的三个问题，首先证明了亏函数的可数性。(二)在函数正规族理论中，研究了不动点、微分多项式的取值与正规性的关系。(三)他与张广厚首次揭示了整函数与亚纯函数的亏值数目与Borel方向数目间的紧密联系，获得了最佳估计。(四)获得了亚纯函数Borel方向的分布规律，对奇异方向在涉及导数与重值时作了深入研究。他还和W. K. Hayman合作研究了Littlewood的一个猜想。他获得了亚纯函数在涉及重值时普遍与精确的亏量关系。

杨乐院士在复分析中的研究作为国内外同行学者广泛引用。他曾应邀在20次国际会议上做主要或邀请演讲，在国际上60余所著名大学做学术演讲。其英文专著由Springer-Verlag与科学出版社出版。他曾获全国科学大会奖、国家自然科学基金奖、国家科技进步奖、华罗庚数学奖、陈嘉庚数理科学奖、何梁何利奖与国家图书奖等。





许以超，1933年10月出生于浙江省杭州市，中国科学院数学与系统科学研究院研究员。

1952年从上海市敬业中学毕业后以优异成绩考入北京大学数学力学系。大学四年级时他进入代数专门化学习，经段学复、聂灵沼和丁石孙等老师的指导，在特征  $p > 0$  域上单李代数方面做出了两篇很优秀的学术论文。其中一篇发表在《北京大学学报》上；另一篇在送审时发现与当时刚到的 Trans. Amer. Math. Soc. 上 R. Ree 的博士论文结果相同，因此没有发表。1956年许以超从北京大学毕业，分配到中国科学院数学研究所工作。1957年初，他以总分第一的成绩被录取为华罗庚的研究生。此后不久他与陈景润被定为数学所的“白旗”。1959年华罗庚要求许以超改为多复变函数论的研究生。此后，许以超的工作主要在多复变函数论和代数方面，共发表了40余篇论文，出版专著6本。他在复齐性有界域方面的工作跻身国际前列。他曾是中国数学会理事；还是中国数学奥林匹克委员会委员，中国数学奥林匹克高级教练，国家级教练，为我国中学生在国际数学奥林匹克竞赛中取得优异成绩作出了不可磨灭的贡献。



陆柱家，1943年6月出生于上海。中国科学院数学与系统科学研究院研究员。

1960年从上海市卢湾中学毕业后考入中国科学技术大学，1965年毕业于中国科学技术大学数学系，同年分配到中国科学院数学研究所工作。1982年至1984年公费派至美国伯克利加州大学数学系进修，为访问学者。1993年起享受国务院颁发的政府特殊津贴。1995年3月起任中国科学院数学研究所业务处处长，1998年12月中国科学院数学与系统科学研究院成立后任该研究院科研处处长。

在国内外数学杂志上发表了20余篇研究论文（包括与人合作的）。曾任国家图书馆第一届、第二届和第三届专家咨询委员会委员，全国自然科学名词审定委员会数学名词审定委员会委员，北京市数学会常务理事、学术委员会主任，中国科学院数学与系统科学研究院主办的杂志《数学译林》的责任编辑，美国《数学评论》(Mathematical Reviews) 评论员。是中国数学会会员，美国数学会会员。现任《数学译林》副主编，北京市数学会理事。

◎  
目  
录

全国大学生数学夏令营情况简介·····	1
第一至八届全国大学生数学夏令营参加者名单·····	2
第一至八届全国大学生数学夏令营获奖团体名单·····	9
第一至八届全国大学生数学夏令营获奖个人名单·····	10
第一至八届全国大学生数学夏令营数学竞赛试题·····	12
第一至八届全国大学生数学夏令营数学竞赛试题解答·····	26
编者说明·····	26
第一届试题解答·····	27
第二届试题解答·····	41
第三届试题解答·····	76
第四届试题解答·····	102
第五届试题解答·····	120
第六届试题解答·····	151
第七届试题解答·····	176
第八届试题解答·····	198
编辑手记·····	229

## 全国大学生数学夏令营情况简介

从 1987 年夏天开始, 中国科学院数学 (开放) 研究所每年夏天都举办全国大学生数学夏令营. 时间及参加学校数和人数分别为:

- 第一届: 1987 年 7 月  
16 所高等学校数学系的 19 位同学
- 第二届: 1988 年 7 月 22 日—7 月 29 日  
18 所高等学校数学系的 30 位同学
- 第三届: 1989 年 7 月 18 日—7 月 24 日  
15 所高等学校数学系的 28 位同学
- 第四届: 1990 年 7 月 30 日—8 月 5 日  
19 所高等学校数学系的 41 位同学
- 第五届: 1991 年 7 月 29 日—8 月 3 日  
18 所高等学校数学系的 39 位同学
- 第六届: 1992 年  
20 所高等学校数学系的 35 位同学
- 第七届: 1993 年 7 月 19 日—7 月 24 日  
20 所高等学校数学系的 48 位同学
- 第八届: 1994 年 7 月 20 日—7 月 25 日  
25 所高等学校数学系的 40 位同学

总的来说, 学校数趋于上升, 但总人数由于经费关系 (提供学生来回路费及在北京之住宿, 伙食费用), 只能限于 40 人左右.

夏令营的主要内容为: (1) 组织一批通俗报告, 介绍数学的历史, 方法和意义, 报告人为在中国科学院数学研究所工作及兼职的院士及知名学者等; (2) 举行一次数学竞赛 (除第一、四届外均分两个半天进行), 出题及改卷、评分均由命题小组负责, 做到严格保密和评分公正合理; (3) 组织游览北京之名胜古迹.

最后在闭幕式上公布数学竞赛团体赛之名次及个人名次, 并颁发团体赛奖杯、奖状和个人赛奖杯、奖状和奖品. 近两期华晨集团赞助全部费用, 颁发奖金.

# 第一至八届全国大学生数学夏令营 参加者名单

## 第一届

复旦大学	徐 宏 柳 春
山东大学	赵跃文
清华大学	李文连
四川大学	徐泽耘
华东师大	韩 晴
吉林大学	丛福仲
北京大学	杨 坚 余大洪
厦门大学	王作成
北京师范大学	崔显峰
华中工学院	何汝华
中山大学	黄志洪
南京大学	方冰飘
杭州大学	胡能庆
中国科大	袁进勇 李 彤
武汉大学	胡晓东
浙江大学	滕文峰

## 第二届

北京大学	林斯建 荆 秦 方为民 白学政
厦门大学	王 飏 阙兆先
西北大学	雷旭冒
中山大学	郝志峰
中国科大	江 彬 王伟强 段 云

复旦大学	陈九华	徐 卫	洪剑峭
武汉大学	扶 磊	魏军城	吴 军
山东大学	孙承杰		
杭州大学	史宇光	陈 坚	
南京大学	俞 斌	俞德明	
清华大学	詹 毅	黄 颖	
华东师范大学	李新松	吴新文	
吉林大学	张 影	李胜男	
浙江大学	马 晖		
湘潭大学	王晓辉		
<b>第三届</b>			
杭州大学	顾永跟	史宇光	
宁波大学	曾冬极		
复旦大学	张 浩	周 欣	张 翼
中国科大	杨 庆	段 云	肖才群
浙江大学	候春海		
武汉大学	周小方	叶 东	
山东大学	李成军	崔明荣	
湘潭大学	李亚柱	李耀星	
华东师范大学	王百灵	蒋龙根	
北京师范大学	姚晓东	杨华勇	
四川大学	孙 平	陈世平	
清华大学	曾 峰	高 飏	
南京大学	宋裕庆	刘建明	
西北大学	刘红卫		
郑州大学	邵 振		

## 第四届

清华大学	项 阳	王培勇	金为民	曾 荣	王晓峰
复旦大学	卢 红	倪 磊	董 昕		
北京师范大学	吴 江	彭秋良			
南京大学	杨振华	张 平			
四川大学	夏璧灿	黄立新			
湘潭大学	刘献军	喻祖国			
吉林大学	林 群	王宏林			
厦门大学	陈久昌	严荣沐			
北京大学	张 立	钟世栋	张 宇		
郑州大学	文剑钧				
中山大学	罗方屹	刘小清			
兰州大学	刘晓明				
杭州大学	王建军	俞新华			
浙江大学	陈凌钧	王 卫			
中国科大	林 强	徐文青	何建勋		
内蒙古大学	谢玫英				
武汉大学	姚家燕	钱国祥			
华东师范大学	吕益群	周 超			
上海交通大学	韩 冰				
北京师范大学	李为东				

## 第五届

北京师范大学	胡海潮	兰志凌			
清华大学	金为民	曾 荣			
(旁听)	杭凤波	王晓东	莫 群	鲁 勇	
南京大学	沈启庆	王玉龙			

北京大学	于凤春	罗小奎	雷悦
华东师范大学	丁军	杨忠林	
上海交通大学	姚勤		
四川大学	蔡雷	陈国华	
中山大学	朱会灿	黄宁宇	
复旦大学	钱春江	纪林	孙胜利
浙江大学	周玉梅	曾德超	
杭州大学	沈永良	赖丁宙	
武汉大学	兰忠丹	郑晖	
西北大学	韩小西		
兰州大学	卢旭昶		
湘潭大学	李先利		
厦门大学	陈铭	詹维娟	
中国科大	吕金波	王建伟	曾冬林
吉林大学	邹志强	秦征宇	

## 第六届

清华大学	杭凤波	王晓东	李争	刘宁平
复旦大学	吴晓晖	丁立	吴小明	
浙江大学	戴欣荣	朱胜火		
山东大学	王谦			
北京师范大学	喻梅	高家富		
四川大学	田野	李福波		
大连理工大学	李纪迭			
西北大学	刘勇			
湘潭大学	向开南			
苏州大学	戴民			

吉林大学	王绍立		
中山大学	谢贤德		
华东师范大学	胡 峻	曾晓东	
武汉大学	葛宇新	张云志	孙建华
厦门大学	陈雄达		
中国科大	沈建红	闫晓东	王新茂
南京大学	沈隽皓	纪 辉	
杭州大学	缪永伟	王衡庚	
兰州大学	张晓武		
陕西师大	孙 涛		

### 第七届

北京大学	孙 健	林甲富	周 健
复旦大学	张 毅	刘 进	张健平
内蒙古大学	王同军		
苏州大学	李天成		
湖南大学	武连文		
大连理工大学	陈肖军		
上海交通大学	任庆生		
华东师范大学	黄智猛		
湘潭大学	王德生		
吉林大学	金祥意		
中山大学	丘小峰	吴向平	
郑州大学	宋东卫		
南京大学	任维清	方 俭	
南京师范大学	戴双华		
南开大学	王炳武	曾崇纯	



中科大少	倪铁龙	刘湘伟	梅加强
杭州大学	林 钦		
厦门大学	汪力新		
西北大学	张 鹏		
山西大学	李永金		
贵州大学	王绍恒		
浙江大学	郑文隽	陈 勇	
北京理工大学	李海珠	王志良	
清华大学	莫 群	刘宁平	包志强
列席(清华大学)	胡 刚	钟元智	
首都师范大学	何卫力	赵 岚	
北京师范大学	胡永建	陈炳树	
武汉大学	李洪金	左正平	
中国科大	沈维孝	吴耀琨	张远声

### 第八届

复旦大学	黄 昆	王安泰	张建丰
内蒙古大学	梁志刚		
苏州大学	杨 凌		
湖南大学	李蕴琳		
上海交通大学	李 骏		
华东师范大学	陈 琦		
湘潭大学	陈 新		
吉林大学	刘 攀		
中山大学	章绍辉	李旭成	
郑州大学	李宏伟		
南京大学	江 宁		