

普通高等教育“十一五”规划教材  
PUTONG GAODENG JIAOYU SHIYIWU GUIHUA JIAOCAI



GAODENG GONGCHENG  
CHUANREXUE

# 高等工程 传热学

黄素逸 刘伟 编著

*Thermal Energy & Power*



中国电力出版社  
<http://jc.cepp.com.cn>

普通高等教育“十一五”规划教材  
PUTONG GAODENG JIAOYU SHIYIWU GUIHUA JIAOCAI



GAODENG GONGCHENG  
CHUANREXUE

# 高等工程 传热学

黄素逸 刘 伟 编 著  
钱壬章 主 审



中国电力出版社  
<http://jc.cepp.com.cn>

## 内 容 提 要

热量传递是自然界的普遍现象,在许多学科和工程领域中有着广泛的应用。本书作为《工程传热学》一书的后续教材,分为两大部分,共八章。其中基础篇包括导热、对流换热、辐射传热、传热与流动的数值计算方法;应用篇包括强化传热技术、工业换热器、生物传热和多孔介质传热。基础篇是《工程传热学》书中传热基本原理的加深和拓展,应用篇则选择在能源、动力、冶金、化工、建材、航天、农林、医药等领域中有重要应用的四个部分予以详细介绍,其中包涵了本书作者在这些方面多年的研究成果。

本书主要作为能源动力及其相关学科硕士和博士研究生教材,也可供能源动力及其相关专业大学生选作参考书。由于本书涉及面广、资料新颖、工程实用性强,对相关科学工作者和工程技术人员也有参考价值。

### 图书在版编目 (CIP) 数据

高等工程传热学/黄素逸,刘伟编著. —北京:中国电力出版社, 2006

普通高等教育“十一五”规划教材

ISBN 978 - 7 - 5083 - 4871 - 1

I. 高... II. ①黄... ②刘... III. 工程传热学—高等学校—教材 IV. TK124

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2006) 第 122715 号

中国电力出版社出版、发行  
(北京三里河路 6 号 100044 <http://jc.cepp.com.cn>)  
航远印刷有限公司印刷  
各地新华书店经售

\*  
2006 年 12 月第一版 2006 年 12 月北京第一次印刷  
787 毫米×1092 毫米 16 开本 21 印张 509 千字  
印数 0001—3000 册 定价 32.00 元

版 权 专 有 翻 印 必 究

(本书如有印装质量问题,我社发行部负责退换)

# 前 言

为贯彻落实教育部《关于进一步加强高等学校本科教学工作的若干意见》和《教育部关于以就业为导向深化高等职业教育改革的若干意见》的精神,加强教材建设,确保教材质量,中国电力教育协会组织制订了普通高等教育“十一五”教材规划。该规划强调适应不同层次、不同类型院校,满足学科发展和人才培养的需求,坚持专业基础课教材与教学急需的专业教材并重、新编与修订相结合。本书为新编教材。

热量传递是自然界最普遍的现象之一,在许多学科和工程领域中有着广泛的应用。和其他学科一样,近几十年来传热学科也得到了迅速发展。一方面传热的基本原理不断深化,例如导热的非傅里叶效应,由表面张力梯度驱动的毛细对流,强化对流换热的场协同等;另一方面传热研究的领域也不断拓展,例如从重力场拓展到微重力场,从常尺度拓展到超大尺度或微结构,从通常的工业温度范围拓展到极高、极低温或极大的温度梯度,从非生命体拓展到生物组织。此外随着测试技术和测量仪表的进步,计算技术和计算机的发展,传热学研究的手段和方法也日益先进。

由于世界经济的迅猛发展,生产力的提高更加依赖技术进步,各应用部门对热传递过程的高效和经济性也提出了越来越高的要求。这就促进了传热学在更多和更广泛的领域获得应用。传热学和工程紧密结合,也极大地推动了传热学本身的发展。

正是在上述背景和高等教育改革的形势下,我们编写了本书。本书是作为许国良等人编写的《工程传热学》一书的后继教材。其初衷是《工程传热学》定位于本科生教材,本书则作为硕士和博士研究生教材。两本书构成一个有机的体系,在内容上相互衔接。

本书分为两大部分,共八章。其中基础篇包括导热、对流换热、辐射传热、传热与流动的数值计算方法;应用篇包括强化传热技术、工业换热器、生物传热和多孔介质传热。基础篇是《工程传热学》书中传热基本原理的加深和拓展,应用篇则选择在能源、动力、冶金、化工、炼油、建材、航空、航天、制冷、低温、纺织、轻工、运输、农林、医药、生物等领域中有重要应用的四个部分予以详细介绍,其中包涵了本书作者在这些方面多年的研究成果。

任课教师在采用本书作研究生教材时,主要讲授基础篇,应用篇则可根据专业和学科的特点,以及教师和课题组的科研工作情况,选择其中某些章节讲授;也可自己增加新的内容。

感谢教育部热工课程教育指导委员会对本书的支持和帮助,特别要感谢钱壬章教授,他对书稿进行了认真的审阅。感谢同行、同事们为本书提供的宝贵资料和建议,也感谢学生们为本书所做的资料整理工作。

由于作者水平有限,且传热学科发展迅速,创新不断,书中错误和不妥之处,诚恳欢迎读者批评指正。

黄素逸 刘伟

2006年5月于华中科技大学

## 主要符号表

$a$	热扩散率, $\text{m}^2/\text{s}$
$A$	表面积, $\text{m}^2$
$A_c$	截面积, $\text{m}^2$
$b$	宽度, $\text{m}$
$c$	比热容, $\text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ ; 光速, $\text{m}/\text{s}$
$c_B$	组分 B 的物质的量浓度, $\text{mol}/\text{m}^3$
$c_f$	Fanning (范宁) 摩擦系数
$c_p$	比定压热容, $\text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$
$c_1$	第一辐射常量, $\text{W} \cdot \text{m}^2$
$c_2$	第二辐射常量, $\text{m} \cdot \text{K}$
$d$	直径, $\text{m}$
$D$	扩散系数, $\text{m}^2/\text{s}$
$E$	辐射力, $\text{W}/\text{m}^2$
$E_\lambda$	光谱辐射力, $\text{W}/\text{m}^3$
$f$	Darcy (达尔西) 摩擦系数; 频率, $\text{Hz}$
$F$	力, $\text{N}$
$g$	重力加速度, $\text{m}/\text{s}^2$
$G$	投入辐射, $\text{W}/\text{m}^2$
$h$	对流传热表面传热系数, $\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ ; 流体的比焓, $\text{J}/\text{kg}$
$H$	焓, $\text{J}$ ; 高度, $\text{m}$
$I$	电流, $\text{A}$
$j$	传热因子
$J$	有效辐射, $\text{W}/\text{m}^2$ ; 电流密度, $\text{A}/\text{m}^2$
$k$	传热系数, $\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$
$L$	定向辐射强度, $\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{sr})$
$l$	长度, $\text{m}$
$M$	质量通量密度, $\text{kg}/(\text{m}^2 \cdot \text{s})$
$M_r$	相对分子质量
$n$	物质的量, $\text{mol}$ ; 折射率
$N$	物质的量通量密度, $\text{kmol}/(\text{m}^2 \cdot \text{s})$
$p$	压力, $\text{Pa}$
$P$	功率, $\text{W}$ ; 周长, $\text{m}$
$q$	热流密度, $\text{W}/\text{m}^2$
$q_m$	质量流量, $\text{kg}/\text{s}$
$q_v$	体积流量, $\text{m}^3/\text{s}$
$Q$	热量, $\text{J}$
$r$	半径, $\text{m}$ ; 汽化潜热, $\text{J}/\text{kg}$
$R$	热阻, $\text{K}/\text{W}$ ; 摩尔气体常数, $\text{J}/(\text{mol} \cdot \text{K})$ ; 电阻, $\Omega$

$R_A$	面积热阻, $\text{m}^2 \cdot \text{K}/\text{W}$
$s$	程长, m; 管间距, m
$S$	形状因子
$t$	摄氏温度, $^{\circ}\text{C}$
$T$	热力学温度, K; 周期, s
$u$	比热力学能, J/kg; 速度, m/s
$U$	热力学能, J; 电位差, V
$v$	比体积, $\text{m}^3/\text{kg}$ ; 速度, m/s
$V$	体积, $\text{m}^3$ ; 电位, V
$w$	速度, m/s
$w_B$	组分 B 的质量分数
$W$	功, J
$x$	Cartesian (笛卡尔) 坐标, m; 蒸汽干度
$\delta$	厚度, m
$\epsilon$	发射率; 换热器效能
$\epsilon(\lambda)$	光谱发射率
$\eta$	效率
$\vartheta$	过剩温度, $^{\circ}\text{C}$ 或 K; 平面角, rad
$\Theta$	无量纲过剩温度
$\lambda$	波长, m 或 $\mu\text{m}$ ; 导热系数, $\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$
$\mu$	(动力) 黏度, $\text{Pa} \cdot \text{s}$
$\nu$	运动黏度, $\text{m}^2/\text{s}$
$\rho$	密度, $\text{kg}/\text{m}^3$ ; 反射比; 电阻率, $\Omega \cdot \text{m}$
$\rho_B$	组分 B 的质量浓度, $\text{kg}/\text{m}^3$
$\rho(\lambda)$	光谱反射比
$\sigma$	Stefan-Boltzmann (斯忒藩-波耳兹曼) 常量, $\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}^4)$ ; 表面张力, N/m
$\tau$	时间, s; 透射比
$\tau_c$	时间常数, s
$\tau(\lambda)$	光谱透射比
$\Phi$	热流量, W
$\varphi_B$	组分 B 的体积分数
$\psi$	对数平均温差修正系数
$\Omega$	立体角, sr
$Bi$	Biot (毕渥) 数, $hl/\lambda$ ( $\lambda$ 为固体的导热系数)
$Fo$	Fourier (傅里叶) 数, $a\tau/l^2$
$Gr$	Grashof (格拉晓夫) 数, $gl^3\alpha\Delta t/\nu^2$
$Nu$	Nusselt (努塞尔) 数, $hl/\lambda$ ( $\lambda$ 为流体的导热系数)
$Pe$	Peclet (贝克来) 数, $vl/a$
$Pr$	Prandtl (普朗特) 数, $\nu/a$
$Re$	Reynolds (雷诺) 数, $vl/\nu$
$Ra$	Rayleigh (瑞利) 数, $gl^3\alpha\Delta t/(a\nu)$
$St$	Stanton (斯坦顿) 数, $h/(\rho v c_p)$

# 目 录

前言

主要符号表

<b>第一章 导热</b> .....	1
1.1 概述 .....	1
1.2 导热问题的分析解法 .....	10
1.3 导热问题的近似分析解法 .....	19
1.4 具有移动边界的导热 .....	25
参考文献 .....	34
<b>第二章 对流换热</b> .....	35
2.1 概述 .....	35
2.2 层流换热 .....	43
2.3 湍流换热 .....	61
2.4 自然对流换热 .....	73
2.5 伴随有相变的对流换热 .....	84
2.6 特殊对流换热问题.....	101
参考文献 .....	112
<b>第三章 辐射传热</b> .....	114
3.1 热辐射及表面的辐射特性 .....	114
3.2 辐射介质中能量传递的基本方程 .....	127
附录 指数积分变换 .....	151
参考文献 .....	152
<b>第四章 传热与流动的数值计算方法</b> .....	153
4.1 离散化方法 .....	153
4.2 导热方程的离散 .....	156
4.3 对流-扩散方程的离散格式 .....	164
4.4 对流-扩散物理量场的数值计算 .....	173
参考文献 .....	180
<b>第五章 强化传热技术</b> .....	181
5.1 概述 .....	181
5.2 单相流体对流换热的强化技术 .....	188

5.3 沸腾和凝结换热的强化 .....	197
5.4 耗功强化传热技术 .....	205
参考文献 .....	209
<b>第六章 工业换热器</b> .....	<b>210</b>
6.1 概述 .....	210
6.2 常用工业换热器 .....	219
6.3 新型工业换热器 .....	239
参考文献 .....	253
<b>第七章 生物传热</b> .....	<b>255</b>
7.1 生物传热模型 .....	255
7.2 间质激光热凝固时组织的热损伤 .....	260
7.3 人体肢体隐性发汗及其降温效应 .....	265
7.4 测量生物组织热物理参数的阶跃温升法 .....	274
7.5 测量生物组织血液灌注率的 ATM 模型及其误差分析 .....	278
参考文献 .....	286
<b>第八章 多孔介质传热</b> .....	<b>290</b>
8.1 多孔介质中物质与热量的迁移机制与模型 .....	290
8.2 多孔介质传热理论在 CPL 中应用 .....	301
8.3 多孔介质中的场协同分析 .....	312
参考文献 .....	323



# 第一章 导 热

## 1.1 概 述

### 1.1.1 导热的基本定律

导热又称热传导,是指温度不同的物质(或物体的各部分)在没有相对宏观运动时仅仅由于直接接触而发生的热能传递过程。值得注意的是:纯粹的导热现象只出现在固体中,对于温度不同的流体(气体和液体)之间,或温度不同的流体和固体之间的热能传递过程,除了导热外,还常常和流体的宏观相对位移(热对流)联系在一起。在有些情况下还伴随着热辐射。

导热是物质的本能,其机理与物质的结构紧密相关。通常认为在金属导体和其他导电固体中,导热是同时借助于自由电子、声子(具有一定频率的热弹性波形式的能量子,类似于电磁辐射中的光子)和晶格结构振动所产生的晶格波,其中自由电子的运动起主要作用。对非导电固体(介电体)导热则主要依靠声子。气体导热则是由于气体分子不规则热运动时相互碰撞所引起的。对于液体而言导热既依靠气体的热运动,又依靠声子。在对导热机理的研究中,对气体和固体研究得比较充分,文献中可找到不少根据微观结构计算导热系数的公式。但对液体导热机理目前还不十分清楚,这一方面是因为液体内部结构介于固体和气体之间,结构对导热的影响更加强烈,另一方面在测定液体的导热系数时,由于热浮升力的强烈影响使导热系数的精确测量变得非常困难,以致理论和实验结果的相互印证也难以做到。有关导热的机理可参看文献[1]。

导热过程遵循傅里叶定律。在各向同性的均匀介质中,傅里叶定律的矢量表达式为

$$\vec{q} = -\lambda \text{grad}t = -\lambda \frac{\partial t}{\partial n} \vec{n} \quad (1-1)$$

式中: $\vec{q}$ 为热流密度(又称热通量)矢量,  $\text{W}/\text{m}^2$ ;  $\lambda$ 为导热系数,  $\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ ;  $\text{grad}t$ 是空间某点的温度梯度,  $\text{K}/\text{m}$ ;  $\vec{n}$ 为通过该点的等温线的法向单位矢量。

在直角坐标系中,热流密度矢量可表示为

$$\vec{q} = q_x \vec{i} + q_y \vec{j} + q_z \vec{k} \quad (1-2)$$

式中: $q_x, q_y, q_z$ 为 $q$ 在 $x, y, z$ 方向的分量。由式(1-1)和式(1-2)可得

$$q_x = -\lambda \frac{\partial t}{\partial x}, \quad q_y = -\lambda \frac{\partial t}{\partial y}, \quad q_z = -\lambda \frac{\partial t}{\partial z} \quad (1-3)$$

傅里叶定律是导热的基本定律。它表明在各向同性的介质中热流密度的大小与温度梯度成正比,其方向则与温度梯度的方向相反,即热流密度矢量垂直于等温面,且指向温度降低的方向。由傅里叶定律可知,若已知物体内的温度场,则可由该定律求得各处的热流密度。而单位时间内,经等温面上的面积 $A$ 依靠导热所传递的热量,即所谓热流量(通常用 $Q$ 表示)则可由式(1-4)确定:

$$Q = \int_A q \text{d}A = - \int_A \lambda \left( \frac{\partial t}{\partial n} \right) \text{d}A \quad (1-4)$$

若面积  $A$  不在等温面上, 而处于任意位置, 则导热的热流量为

$$Q = \int_A q \cos\varphi dA = - \int_A \lambda \left( \frac{\partial t}{\partial n} \right) \cos\varphi dA \quad (1-5)$$

式中:  $\varphi$  表示面积  $A$  上各点的法线与该点处等温面法线之间的夹角。

对于上述傅里叶定律值得注意以下几点:

(1) 它只适用于各向同性材料中的导热过程, 对于各向异性材料需要作另外的处理。

(2) 傅里叶定律只适用于温度分布光滑连续的情况, 对于非光滑连续的情况, 例如接触热阻, 热源变化或物质发生相变都会使温度呈现非光滑分布。此时在这些位置上就不能应用傅里叶定律, 但在温度分布的光滑连续部分傅里叶定律仍然适用。

(3) 根据傅里叶定律, 当物体中某处热扰动使该处温度发生变化时, 整个物体内的温度分布及热流密度立刻就会发生变化, 即使是离开热扰动源无限远的地方也能立即感受到扰动的影响。这表明热扰动是以无限大的速度传播的。显然从严格的理论意义上讲, 这一假设是不能成立的, 因为声波(压力波)仅以声速传播, 电磁波也只能以光速传播, 因此热扰动的传播速度也必定是有限的。统计热力学理论证实了这一点。由此可知, 在有限的热扰动传播速度的情况下, 必须对傅里叶定律进行修正。

(4) 根据傅里叶定律, 温度场一经确定, 即可根据式(1-1)~式(1-5)求得相应的热流密度矢量或任意方向上的热流密度。但是给定热流密度矢量场后, 温度场却不能唯一地确定下来。正因为如此, 在导热的研究中, 人们总是把注意力集中在温度场的分析和计算上。

### 1.1.1.1 各向异性材料中的导热

除了各个方向上导热系数都相同的各向同性材料外, 还有许多导热系数随方向而变的各向异性材料, 例如木材、石英、玻璃钢、胶合板、电机定子、钢卷等。在木材中, 顺木纹和垂直于木纹其导热系数相差甚大。特别是对由薄钢板卷成的钢卷, 由于层间的接触热阻很大, 因此其径向导热系数比轴向导热系数要小得多, 通常只有其轴向导热系数的  $1/20 \sim 1/40$ 。在计算钢卷退火时必须考虑这种各向导热系数之间的巨大差异对其内的温度场的影响, 而钢卷内的温度分布正是制定钢卷在罩式退火炉中退火工艺的基础。由此可以看出了解各向异性材料导热的重要性。

与各向同性材料相比, 各向异性材料中的导热过程呈现下述特点:

(1) 各向异性材料沿各个方向的导热系数是不同的, 因此导热系数不再是一个与方向无关的标量。

(2) 温度场内任一点的温度梯度与热流密度矢量不再是共线的。

(3) 各向异性材料在某一方向上的热流密度分量不仅与该方向上的温度变化率有关, 还与其垂直方向上温度的变化率有关。

各向异性材料导热过程的特点可以用简单的实验证明。取形状相同的玻璃片(各向同性材料)和云母片(各向异性材料)各一片, 在其背面都涂上一层石蜡, 当正面用蜡烛加热后即可发现玻璃片上石蜡的熔化边界呈圆形, 而在云母片上石蜡的熔化边界呈椭圆形。

对于直角坐标系, 沿三个坐标轴方向的热流密度分量可表示为

$$\begin{aligned} q_x &= -\lambda_{xx} \frac{\partial t}{\partial x} - \lambda_{xy} \frac{\partial t}{\partial y} - \lambda_{xz} \frac{\partial t}{\partial z} \\ q_y &= -\lambda_{yx} \frac{\partial t}{\partial x} - \lambda_{yy} \frac{\partial t}{\partial y} - \lambda_{yz} \frac{\partial t}{\partial z} \end{aligned} \quad (1-6)$$

$$q_z = -\lambda_x \frac{\partial t}{\partial x} - \lambda_y \frac{\partial t}{\partial y} - \lambda_z \frac{\partial t}{\partial z}$$

上述三式可概括成

$$q_i = -\sum_{j=1}^3 \lambda_{ij} \frac{\partial t}{\partial x_j} \quad i = 1, 2, 3 \quad (1-7)$$

式中,  $\lambda_{ij}$  表示  $j$  方向上的单位温度变化率在  $i$  方向引起的热流密度的大小, 它反映了材料的定向导热能力, 常称为导热系数分量。根据不可逆过程热力学, 导热系数分量之间有如下关系:

$$\lambda_{ij} = \lambda_{ji}, i, j = 1, 2, 3 \quad (1-8)$$

$$\lambda_{ii} > 0, i = 1, 2, 3 \quad (1-9)$$

$$\lambda_{ii}\lambda_{jj} - \lambda_{ij}^2 > 0, i \neq j \quad (1-10)$$

根据上述关系, 各向异性材料只有六个独立的导热系数分量。所取坐标系不同, 其值也不同。显然, 如果恰当地选择坐标系, 就一定可以找到一个直角坐标系 ( $\xi_1, \xi_2, \xi_3$ ), 在此坐标系中, 沿  $\xi_i$  ( $i=1, 2, 3$ ) 方向的热流密度分量只与该方向上的温度变化率有关, 而与其他两个方向上的温度变化率无关, 即有

$$q_{\xi_1} = -\lambda_1 \frac{\partial t}{\partial \xi_1} \quad q_{\xi_2} = -\lambda_2 \frac{\partial t}{\partial \xi_2} \quad q_{\xi_3} = -\lambda_3 \frac{\partial t}{\partial \xi_3} \quad (1-11)$$

式中, 坐标轴  $\xi_1, \xi_2, \xi_3$  称为导热系数的主轴,  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$  称为主导热系数。此式与式 (1-1) 的形式几乎完全相同, 只是三个主导热系数之值通常互不相等。

如果用  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  表示 ( $x, y, z$ ) 坐标系中的三个单位矢量, 而用  $\vec{i}', \vec{j}', \vec{k}'$  表示 ( $\xi_1, \xi_2, \xi_3$ ) 主坐标系中的三个单位矢量, 则温度梯度矢量可以表示成

$$\text{grad}t = \frac{\partial t}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial t}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial t}{\partial z} \vec{k} = \frac{\partial t}{\partial \xi_1} \vec{i}' + \frac{\partial t}{\partial \xi_2} \vec{j}' + \frac{\partial t}{\partial \xi_3} \vec{k}' \quad (1-12)$$

相应的热流密度矢量也可以表示为

$$\vec{q} = q_1 \vec{i} + q_2 \vec{j} + q_3 \vec{k} = q_{\xi_1} \vec{i}' + q_{\xi_2} \vec{j}' + q_{\xi_3} \vec{k}' \quad (1-13)$$

式 (1-13) 表明, 即使在主轴坐标系中,  $q \neq \lambda_1 \text{grad}t \neq \lambda_2 \text{grad}t \neq \lambda_3 \text{grad}t$ 。因此在各向异性材料中热流密度不一定与温度梯度恰好相反。由于温度梯度总是垂直于等温面, 所以在各向异性材料中, 热流密度矢量一般不垂直于等温面, 如图 1-1 所示。

### 1.1.1.2 有限热传播速度下的傅里叶定律

在有限热传播速度下, 必须考虑热传播速度的影响, 因此傅里叶定律被修正为

$$\frac{a}{c^2} \frac{\partial \vec{q}}{\partial \tau} + \vec{q} = -\lambda \text{grad}t \quad (1-14)$$

式中:  $a$  为物体的热扩散率 (导温系数);  $c$  为热传播速度,  $c^2 = a/\tau_0$ , 其中  $\tau_0$  称为弛豫时间, 它反映导热系统趋于新的平衡状态的速度, 其数量级与分子二次碰撞的时间间隔相同。从上式可以看出:

(1) 对于稳态导热过程, 热流密度矢量不随时间变化, 传播项的影响消失, 式 (1-14)

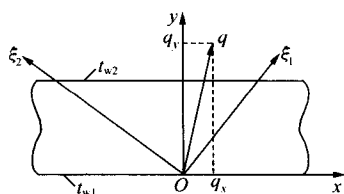


图 1-1 各向异性材料中的二维导热

转化成式 (1-1), 此时傅里叶定律精确地成立。

(2) 进一步的研究证明, 在通常情况下, 热扩散率比热传播速度的平方约小 10 个数量级, 即式 (1-14) 中传播项的影响可以忽略不计, 此时傅里叶定律式 (1-1) 仍然是适用的。

(3) 在一些超常情况下, 如深冷、急速加热或冷却、超高热负荷等, 才必须考虑热传播项的影响, 此时热流密度矢量和温度梯度场之间的关系需用有限热传播下的傅里叶定律式 (1-14) 来描述。例如在 1.4K 的液氦 II 中, 热传播速度  $c$  仅为 19m/s, 传播项的影响不能忽略。

### 1.1.2 导热方程

导热过程的傅里叶定律主要是揭示连续温度场内每一点上的温度梯度与热流密度矢量间的关系, 但它未能揭示每一点的温度和与它相邻点温度之间的联系, 也未能揭示这一时刻的温度与下一时刻温度的关系。因此只有对简单的一维导热问题, 才可以直接对傅里叶定律进行积分求解, 来得到以两端温差表示的导热量的计算式。而对于多维导热问题, 则必须在获得温度场的数学表达式后, 才能由傅里叶定律求出空间各点的热流密度矢量。因此建立揭示连续温度场在空间域与时间域内联系的导热方程是十分重要的。

导热方程是根据热力学第一定律和傅里叶定律建立起来的。导热方程可以用微分形式表示, 也可以用积分形式表示。在直角坐标系中, 对各向同性材料导热微分方程的形式为

$$\rho c \frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda \frac{\partial t}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \lambda \frac{\partial t}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda \frac{\partial t}{\partial z} \right) + \Phi_v \quad (1-15)$$

式中:  $\rho$  为物体的密度,  $c$  为物体的比热容;  $\lambda$  为物体的导热系数;  $\Phi_v$  为物体单位体积的发热率。在一般情况下, 上述四个量均可以是变量。对一些具体导热问题, 式 (1-15) 可以作不同的简化处理。当物体的导热系数为常数时式 (1-15) 可简化成

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \left( \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right) + \frac{\Phi_v}{\rho c} \quad (1-16)$$

式中:  $a = \lambda / (\rho c)$  称为热扩散率 (导温系数)。对常物性、三维、有内热源的稳态导热过程, 相应的导热微分方程为

$$\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} + \frac{\Phi_v}{\lambda} = 0 \quad (1-17)$$

式 (1-17) 即为数学上的泊松 (Poisson) 方程。对常物性、三维、无内热源的稳态导热过程, 其导热微分方程具有最简单的形式, 即

$$\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} = 0 \quad (1-18)$$

上式在数学上被称为拉普拉斯 (Laplace) 方程。

在圆柱坐标中导热微分方程的一般形式为

$$\rho c \frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \lambda r \frac{\partial t}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left( \lambda \frac{\partial t}{\partial \varphi} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda \frac{\partial t}{\partial z} \right) + \Phi_v \quad (1-19)$$

在球面坐标中导热微分方程的一般形式为

$$\rho c \frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( \lambda r^2 \frac{\partial t}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \vartheta} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left( \lambda \frac{\partial t}{\partial \varphi} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \vartheta} \frac{\partial}{\partial \vartheta} \left( \lambda \sin \vartheta \frac{\partial t}{\partial \vartheta} \right) + \Phi_v \quad (1-20)$$

关于导热方程的积分形式将在本章第三节 (1.3) 中结合积分求解法予以介绍。

### 1.1.3 单值性条件

建立在热力学第一定律和傅里叶定律基础上的导热方程，既揭示了导热体内任一点的温度与其相邻点温度之间的联系，又揭示了某一时刻的温度分布与下一时刻温度分布的联系，全面地反映了所有导热过程的共性，也是求解一切导热问题的基础。但是每一个导热过程总是在某一特定条件下进行的，导热方程的本身并不能提供特定条件下的温度场，即物体中的具体温度分布不仅依赖于导热过程本身，还依赖于导热过程进行的特定条件。将某一具体导热过程从服从于同一导热方程的所有导热过程中唯一区分出来的条件，就称作单值性条件。换句话说，导热方程和单值性条件共同确定了一个具体的温度场。单值条件包括几何条件、物理条件、时间条件和边界条件。

#### 1.1.3.1 几何条件

几何条件说明参与导热过程的物体的形状和大小。物体的几何形状对坐标系的选择起决定性的作用，通常坐标系选取的原则是使导热微分方程中的空间坐标自变量尽可能少，且边界条件便于表达。需要指出的是在导热的研究中为了研究的方便常将物体的几何条件理想化，例如无限大和半无限大物体，大平板，无限长的圆柱和圆管壁，圆球和球壁等都是理想化了的几何条件，这些理想化的几何条件在实际中并不存在，只能从传热的角度去理解它们。例如对平板而言，当厚度  $x$  方向比宽度  $y$ 、长度  $z$  方向的尺度要小得多，而我们关心的只是平板中心部分的温度分布，可以认为平板内的温度分布只是  $x$  的函数，从而将几何条件抽象为在  $y$ 、 $z$  方向为无限大平板。

#### 1.1.3.2 物理条件

物理条件主要指参与导热过程的物体的热物性参数和物理特征，例如有无内热源存在、其分布是否均匀等。物体的热物性参数通常和温度有关，因此严格的物理条件应给出热物性参数与温度的关系。由于求解温度场时需要物性参数，而物性参数又取决于温度，因此他们必须耦合求解才行，为了简化导热问题的求解，常将物性参数看成常量并取某一温度范围内的平均值。几何条件和物理条件确定后，导热方程的具体形式就被完全确定了。在数学上它属泛定方程的一种，数理方程中用于求解泛定方程的方法通常对导热方程也是适用的。

#### 1.1.3.3 时间条件

时间作为一个独立变量是影响温度场的主要因素，时间条件则用以说明导热过程在时间上进行的特点。对于稳态导热过程，时间不是独立变量，导热方程中无瞬态项。而对非稳态过程而言，则必须给出过程开始时刻的温度场，所以时间条件又被称为初始条件，在三维直角坐标系中，时间条件通常以如下形式给出： $t|_{\tau=0} = f(x, y, z)$ ，最简单的情况是  $f(x, y, z)$  等于常数。如果在导热过程中边界条件或内热源也随时间变化，则时间条件还必须给出它们随时间变化的规律。

#### 1.1.3.4 边界条件

边界条件规定了导热过程进行的特定环境。它反映了外因对物体内部导热过程的影响。对于非稳态导热而言，边界条件常常是使过程得以发生和发展的外部驱动力；对稳态导热而言，则是影响物体内部温度分布的外部条件。通常将边界条件归纳为三类：

第一类边界条件直接给出了边界面上的温度分布及其随时间的变化，即  $\tau > 0$  时， $t_w = f(x, y, z, \tau)$ 。其中壁温  $t_w$  为常数是最简单的第一类边界条件，它又称为恒壁温边界条件。

第二类边界条件直接给出了边界面上的热流密度  $q_w$  及其随时间的变化, 即  $\tau > 0$  时,  $q_w = -\lambda \frac{\partial t}{\partial n} \Big|_w = f(x, y, z, \tau)$ 。式中  $n$  代表边界面某处的外法线方向。显然热流密度  $q_w$  为常数是最简单的第二类边界条件, 它又称之为恒热流边界条件。因此所谓第二类边界条件实质上是给出了给定边界面上的温度梯度。若边界处的热流密度为零, 即  $q_w = 0$ , 则称为绝热边界条件。

第三类边界条件直接给出了边界面上的换热状态, 通常是指流体温度  $t_f$  和物体表面与流体之间对流换热的表面传热系数  $h$ 。第三类边界条件的数学表达式为  $-\lambda \frac{\partial t}{\partial n} \Big|_w = h(t_w - t_f)$ 。其中流体温度  $t_f$  和表面传热系数  $h$  均可以随位置和时间变化, 其中最简单的情况是  $t_f = \text{常数}$ ,  $h = \text{常数}$ 。值得注意的是, 对第三类边界条件而言, 边界与环境之间的实际换热状态, 可以是与环境进行对流换热, 与环境进行辐射换热, 与环境进行热传导, 即热量传递的三种基本方式都有可能发生在物体的边界上, 不过对流换热的方式比较常见而已。对其他不同的换热情况将有不同的边界条件, 例如边界与环境之间的换热是依靠导热的话 (即所谓接触边界条件), 则两个接触面上不仅温度相同, 而且热流密度也必须保持一致, 从而有如下边界条件, 即

$$t_1 \Big|_w = t_2 \Big|_w, \lambda_1 \frac{\partial t}{\partial n} \Big|_w = \lambda_2 \frac{\partial t}{\partial n} \Big|_w \quad (1-21)$$

式中:  $t_1$ 、 $t_2$  分别为相接触的两物体在接触面上的温度;  $\lambda_1$ 、 $\lambda_2$  分别为其导热系数;  $n$  表示物体接触面的公共法线方向。

第三类边界条件在某些情况下可以转化为第一类或第二类边界条件。例如当表面传热系数  $h$  非常大时, 可以近似认为壁面温度就等于流体温度, 于是第三类边界条件就转化成第一类边界条件; 如果  $h$  很小, 壁面温度又与流体温度相差甚远, 则可以认为边界处于恒热流, 可以看成第二类边界条件。

导热过程和单值性条件决定了相应导热定解问题的性质。若方程和边界条件都是线性的, 则定解问题也是线性的。反之若方程和边界条件不都是线性的, 定解问题将变成非线性。辐射换热边界条件、沸腾换热边界条件是典型的非线性边界条件; 变导热系数的导热方程则是非线性方程的典型例子。非线性的导热问题求解相当困难, 只有在某些情况下采用线性化方法或其他变换方法才能求解。一般情况下只能采用数值求解方法。

## 1.1.4 导热问题的求解方法

### 1.1.4.1 导热的正问题和反问题

#### 1. 导热的正问题和反问题的概念

导热问题的求解可以分为两类: 一类是已知导热微分方程及单值性条件, 求解物体内部的温度场, 并根据温度场进而求得热流密度和导热热量, 这一类问题通常称为导热的正问题; 另一类问题是已知导热微分方程及部分单值性条件, 用已知温度场的某些信息, 求解另一部分未知的单值性条件, 这一类问题就称为导热的反问题。根据实际的导热问题, 待求量可以是边界条件, 也可以是初始条件, 甚至可以是物体的热物性参数或内热源等。工程物理中有许多正问题和反问题, 导热的反问题只是其中之一。概括地说, 由原因求结果通常称为正问题, 由结果求原因则称为反问题。反问题也称为反演。众所周知, 一个数学物理问题需满足三个条件, 即解的存在性, 解的唯一性, 解的对数据的连续依赖性。也就是说除了给出描述

基本因果关系的微分方程外,尚需附加一定的边界条件和初始条件(即已知信息),方程才有稳定唯一的解。若附加条件不足,则解不唯一(称为欠定),若附加条件过多且矛盾,则解不存在(称为超定)。只有条件恰好,且解又稳定,才称之为适定。对适定问题,解才是唯一的。反问题在数学上一般属于不适定问题,对导热反问题也是如此。

由于反问题的不适定性,导热反问题的求解比正问题的求解困难得多。而且相对于其他类型的数理方程而言,抛物线形的导热反问题,其不适定性更强,因此求解更加困难。同时导热过程是一种耗散机制的物理现象,内点对边界上的温度或热流的响应是经过衰减的,而且在时间上有一个滞后,因此在求解导热反问题时必然要考虑这种阻尼和滞后效应。通常导热反问题的解对内点的温度测量误差都非常敏感,较小的测量误差也可能引起解的急剧振荡。

尽管导热反问题的求解比较困难,但在导热的正问题中有时也会遇到这种或那种困难。例如边界的物理条件很苛刻,布置测量传感器困难,或者安装传感器后测量精确度不能满足要求。典型的例子是,为了研究炮弹的发射问题,需要知道炮弹发射时炮筒内表面的温度,而这一温度是很难直接测定的。相反测量炮筒体内某处的温度却比较容易,因此就可以利用导热微分方程和测得的筒体内某处的温度来反演出炮筒内表面的温度。这就是典型的导热反问题。在这一导热问题中,正问题的困难在于某一边界条件(炮筒内表面的温度)难以准确确定;而反问题则在于求解困难。如果能够找到一种高精度的稳定的反问题的解法,那么上述问题就可以得到比较圆满的解决。正因为如此,在某些情况下反问题(也包括对流换热反问题、辐射换热的反问题)的求解就显得特别重要。

## 2. 导热反问题的实例

在工程领域会遇到诸多的导热反问题,但常常遇到的是以下几种类型:

(1) 已知物体的几何条件和导热系数,根据测得的物体内某处的温度估算通过物体表面的热流密度或物体的表面温度;

(2) 当边界条件为第三类边界条件(对流边界条件)时,根据测得的物体内某处或某几处温度随时间的变化估算物体的热物性参数,在某些情况下还可以估算对流换热系数随时间的变化;

(3) 对伴随有化学反应热、电加热、摩擦热等内热源的导热问题,当内热源为未知项时,亦可利用已知的边界条件,通过导热的反问题的求解估算内热源项。

换热的反问题是数学物理反问题中的一个重要分支,在核反应堆、航天工程、材料热处理、生物传热及地热能勘探等领域中均有广泛的应用。但目前对换热的反问题的研究还很不充分,主要的研究多集中在导热的反问题上。本节仅讨论导热正问题的求解方法(在以后的叙述中导热问题均指导热的正问题)。对于导热反问题的求解有兴趣的读者可参考文献[18]。

在上述几类反问题中,第一种类型最为常见。例如,航天飞机或弹道导弹返回大气层时,由于摩擦会产生高温,此时估算通过其表面的热流密度随时间的变化对航天飞机和弹道导弹的正确设计是十分重要的。而实际上通过表面的热流密度是很难测量的。为了估算 $q(t)$ ,通常在离表面某个深度 $x_1$ 处安装一测温传感器(见图1-2),并测出该点的温度变化规律。由于对导弹的气动加热是对称的,因此在某一深度处( $x=L$ ),可以认为其边界条件为绝热,因此其一维非稳态导热的数学模型为

$$\rho c_p \frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda \frac{\partial t}{\partial x} \right) \quad (1-22a)$$

$$\text{边界条件为} \quad \left. \frac{\partial t}{\partial x} \right|_{x=L} = 0 \quad (1-22b)$$

$$\text{初始条件为} \quad t(x, 0) = t_0(x) \quad (1-22c)$$

$$\text{已知信息为} \quad t(x_i, \tau_i) = y(\tau_i) \quad (1-22d)$$

需要在不同时刻  $\tau_i$  时的表面热流密度  $q(\tau_i)$ , 即

$$q(\tau_i) = -\lambda \left. \frac{\partial t(x, \tau_i)}{\partial x} \right|_{x=0} \quad (1-23)$$

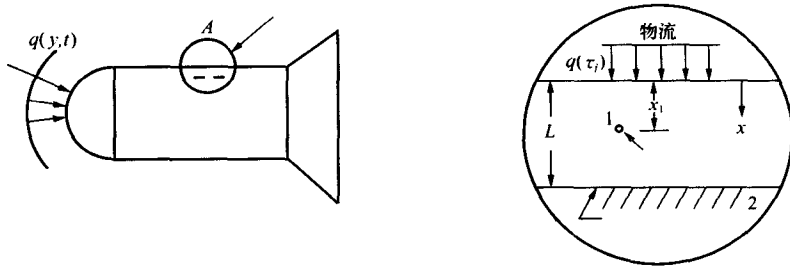


图 1-2 飞行器重返大气层时其表面的热流密度

对于上述航天飞机或导弹, 若为导热正问题, 则  $x=0$  处的热流密度  $q(\tau_i)$  应该是给定的, 待求的是各点温度随时间的变化; 而对反问题而言, 待定的是已知一个或几个内点处测得的温度值, 反求  $x=0$  边界上的热流密度。此外, 在反问题中, 内部测量给出的温度值是离散的、有误差的, 其信息大大少于经典正问题中以连续、精确的关系式给出的表面温度信息。正是由于上述情况, 问题的求解变得相当困难。

另一个导热反问题的实例是金属的淬火, 众所周知, 在金属热处理中淬火是一种最为常见的、最为重要的强化材料性能的热处理方法。它是将金属材料加热到一定温度(临界点之上), 保温后急速进行冷却(水冷或油冷等)。在淬火过程中, 材料表面会发生复杂的沸腾换热, 材料的组织结构也随之发生相应的变化。淬火过程开始时, 淬火工件的温度远高于冷却介质的饱和温度, 随着淬火过程的进行, 工件的表面温度逐步下降, 其表面将经历不同的非稳态的沸腾换热过程, 而材料淬火后的机械性能就和该沸腾换热过程紧密相关。为了使材料淬火后获得理想的机械性能, 了解和控制淬火时发生的沸腾换热过程是十分重要的。显然不同冷却介质和不同的淬火冷却方法将决定工件表面所发生的换热过程。因此淬火介质的冷却特性对淬火过程而言就显得十分重要。

目前国际上测试淬火介质冷却特性的标准方法是在圆柱形的标准试件中心处安装一热电偶, 将试件在管式电炉中加热到规定的温度后, 再迅速置入待测的冷却介质中, 然后由测得的试件中心温度随时间的变化推算出试件边界上的温度变化, 并以此作为评价淬火介质冷却能力的依据。由于试件在冷却过程中其内部传热仅依靠导热, 因此由中心温度变化推出表面温度变化也是一个典型的导热反问题。

#### 1.1.4.2 导热问题的求解方法

导热问题的求解方法很多, 通常可以分为分析解法、近似分析解法、数值解法、比拟法和图解法。比拟法和图解法只出现在早期的导热研究中, 前者是利用不同物理现象的



类似性,例如描写电场和温度场的微分方程在形式上就是类似的,因此可以通过实验测定电场分布,来推算温度场。后者是利用理论推导出的一些规律,通过作图的方法来得到温度场。随着计算机的进步和数值方法的发展,这两种方法已很少采用,本章只介绍前三种方法。

分析解法是以数学分析为基础求解导热问题,其所得的解析函数形式的解,常称作分析解或理论解,由于分析解在求解的整个区间内都能精确地满足导热微分方程和单值性条件,因此又称作精确解。由于只有对某些形状简单的物体(如平板、圆柱、矩形柱体、圆管、球体等)中的线性导热问题才能获得分析解,因此分析解的应用受到很大的限制,但分析解法的物理概念明确、逻辑推理清晰、求解过程严密。以函数形式表示的解准确可靠,能清楚地显示单值性条件中各种因素对温度场的影响。如果单值性条件是精确的,分析解的结果也会是精确的。因此其结果可以用来检验数值解的准确程度。所以尽管数值解法随着计算机的进步取得了很大的发展,分析解法仍然是求解导热问题的主要方法之一。主要的分析解法有直接积分法、分离变量法、拉普拉斯变换法和热源法等。

由于分析法的局限性,特别是对非线性导热问题、几何形状复杂的导热问题,分析解法常常无能为力;另一方面分析解法所得的解的形式常常为无穷级数,不便于工程实用计算。正因为如此,就产生了所谓近似分析解法,近似分析解法得到的解和分析解一样仍然具有解析函数的形式,但它只满足主要的定解条件,因此只能近似地反映物体内部温度分布。近似分析解法既具有分析解法的特征,又具有近似解的特征,与单纯的数值解相比近似分析解提供的结果既能清楚地揭示各种参数对问题的影响,又便于作进一步的分析计算。常用的近似分析法有积分法、变分法、加权残值法及摄动法等。本章仅介绍积分法和摄动法。

对于工程实际中遇到的许多导热问题,由于非线性性强,几何形状复杂,上述近似分析法通常也无法求解,于是数值解法应运而生。数值解法的指导思想是用时间和空间区域内有限个离散点(又称节点)上的温度近似值代替物体内部实际的连续的温度分布,然后根据导热方程和边界条件推导出各节点温度间的相互关系,由此得到一组代数方程组(称之为离散方程),求解该代数方程组即可得到各节点上的温度值,此即为物体内部温度场的数值解。显然只要节点足够多,数值解就有足够的精确度,节点越多,数值解的精确度就越高,当然相应地在计算机上花费的计算时间也越多。

数值解法适合于求解各种复杂的导热问题,是几种求解方法中发展最快的。常用的求解导热问题的数值方法有:有限元法,有限差分法及新发展的边界元法和有限分析法等。

值得注意的是,对于一个实际的温度场的计算而言,乍看起来,似乎分析解比数值解更精确,其实不然。这一方面是在获得分析解时常常需要对单值性条件作某些近似处理(如将导热系数看作常数、表面换热系数取平均值等),而对数值解法而言,则不必作此简化;另一方面分析解的结果常常是级数的形式,而在计算时只能取有限项,这样必会带来一定的误差。因此对每一个具体的导热问题都要具体分析,对某些导热问题甚至可以将分析解法和数值方法结合起来,以达到更好的效果。

本章只介绍分析解法和近似分析解法,数值解法将在第四章中讨论。