教育科学“十五”国家规划课题研究成果

医用物理实验

付　妍　梁路光　主编

高等教育出版社
HIGHER EDUCATION PRESS

教育科学“十五”国家规划课题研究成果

医用物理实验

付　妍　梁路光　主编

高等教育出版社

内容提要

本书是全国教育科学"十五"国家规划课题"21世纪中国高等教育人才培养体系的创新与实践"之子项目"21世纪中国高等学校医药类专业数理化基础课程的创新与实践"的研究成果。作者既注重发挥基础物理实验在培养学生科学的实验方法中的基础性作用，又加入了一些与医学有关的实验，使学生认识到物理实验和他们今后的专业工作有密切的联系，以激发学生的学习热情，达到更好的学习效果。全书包括：测量误差及数据处理，普通物理实验和医用物理实验等3章。

本书可作为高等院校8年制、7年制和5年制医药类专业学生的医用物理实验课程教材，也可供与生命科学有关的其他专业师生参考。

图书在版编目(CIP)数据

医用物理实验/付妍，梁路光主编. —北京：高等教育出版社，2003.12

ISBN 7-04-012990-6

Ⅰ.医… Ⅱ.①付…②梁… Ⅲ.医用物理学-实验-医学院校-教材 Ⅳ.R312-33

中国版本图书馆CIP数据核字(2003)第088456号

出版发行	高等教育出版社	购书热线	010—64054588
社　　址	北京市西城区德外大街4号	免费咨询	800—810—0598
邮政编码	100011	网　　址	http://www.hep.edu.cn
总　　机	010—82028899		http://www.hep.com.cn
经　　销	新华书店北京发行所		
印　　刷	北京二二〇七工厂		
开　　本	787×960　1/16	版　　次	2003年12月第1版
印　　张	9	印　　次	2003年12月第1次印刷
字　　数	160 000	定　　价	10.10元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题，请到所购图书销售部门联系调换。

前　言

物理学是一门实验科学，在学生的科学素质培养中占有重要的地位。物理学是医学的基础学科之一，在现代医学中，物理学的理论和实验方法得到了广泛的应用。物理实验是物理课程的重要组成部分，它与理论课有联系又有区别，是理论课无法替代的。通过物理实验的学习，可以使学生掌握科学的实验方法，提高进行科学实验的能力，培养学生严谨的科学态度和实事求是的工作作风。

随着科技水平的飞速发展，现代医学教育的创新势在必行，新世纪的教学观应是一个融知识、素质、能力于一体的教育观。现在医学人才市场供求关系已发生了变化，社会急需知识与能力都很强的医务工作者，因此我们对现有的医用物理实验内容进行了较大的调整与改革，以适应21世纪的发展和需要。

本书是在多年的物理实验教学实践及教学改革的基础上，以保证物理实验学科系统不变，又考虑到医药各专业的特点为指导思想而形成的教材。本书共有三章：测量误差及数据处理；普通物理实验；医用物理实验。其中医用物理实验占64%，包含有“利用传感器性能测定人体血压”、“超声应用”、“核磁共振”、“血液流变学指标测定”等实验，既涉及普通物理实验的内容，又交叉了医学内容，对医学专业的学生今后的工作、学习有很大的帮助。

本书适用于高等院校八年制、七年制和五年制的临床、口腔、预防医学、法医学、放射医学、药学、医药信息、医学检验、护理、影像等医药类专业，也可供与生命科学有关的其他专业的师生参考，教学参考学时数为20～60学时。

参加本书编写工作的同志是吉林大学的付妍、梁路光、吕遐令、赵大源、张慧卿、唐笑年、付大伟、诸挥明、孟媛媛和张春伟等。

由于编者水平所限，书中难免存在错误和缺点，我们诚恳地希望使用本书的教师和同学批评指正。

编　者

2003年5月

目　　录

第1章

测量误差及数据处理

1.1 物理量的测量及测量误差

一、测量及分类

物理定律和定理反映了物理现象的规律性.这些定律定理是由各种物理量的数值关系表达的,要研究物理定律和定理就必须对物理量进行正确测量.所谓测量就是将待测的物理量与选定的同类单位量相比较.测量是人类认识世界和改造世界的基本手段,通过测量,人们对客观事物可以获得定量的概念,总结出它们的规律性,从而建立起定律和定理.

测量分为直接测量与间接测量两种类型.直接测量是用仪器直接将待测量与选定的同类单位量进行比较,即直接在仪器上读出待测量的数值.例如,用米尺测量物体的长度,用秒表测量时间,用温度计测量温度等等.间接测量是由几个直接测量出的物理量,通过已知的公式、定律进行计算从而求出待测量.例如,直接测量出摆长 l 及其振动周期 T 的值,可借助公式 $T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ 求出重力加速度 g,大多数物理量都是通过间接测量得到的.

二、测量的误差及分类

物理量在客观上存在着绝对准确的数值,称为真值.实际测量得到的结果称为测量值.由于测量仪器、实验条件以及观察者的感官和环境的限制等诸多因素

的影响，测量不可能无限精确，因此测量值只是近似值. 测量值与客观存在的真值之间总有一定的差异，这就是我们所说的测量的误差. 误差存在于一切测量之中，存在于测量过程的始终. 讨论误差的来源，消除或减少测量的误差，是提高测量的准确程度，使测量结果更为可信的关键.

测量误差按其产生的原因和性质可分为系统误差和偶然误差两类.

系统误差：这种误差是由于仪器本身的缺陷（如刻度不均匀，零点不准等）、公式和定律本身不够严密、实验者自身的不良习惯等原因而产生的. 系统误差可以通过校正仪器，改进测量方法，修正公式和定律，改善实验条件和纠正不良习惯等办法加以消除或减小.

偶然误差：这种误差是由许多不稳定的偶然因素引起的. 例如，测量环境的温度、湿度和气压的起伏，电源电压的波动，电磁场的干扰，不规律的机械振动，以及测量者感觉器官的限制等偶然因素产生的误差. 由于偶然误差的存在，使得每次的测量值具有偶然性，即每一次测量时产生的误差大小和正负是不确定的，是一种无规则的涨落，看不出它们的规律性，对于同一待测量，在相同条件下进行多次测量，当测量的次数足够多时，则正负误差出现的机会或概率是相等的. 或者说在测量的次数足够多的情况下，偶然误差服从一定的统计规律，测量的结果总是在真值附近涨落. 由于这种误差的偶然性，因此它是不可消除的，但是增加重复测量的次数可以减少测量的偶然误差.

这里要指出的是，误差和错误是两个完全不同的概念，错误是实验者对仪器使用不正确，或者实验方法不合理，或者违犯操作规程，或者粗心大意读错数据、运算不准等. 误差可以设法减少，但是错误必须避免.

1.2　仪器的精密度和有效数字

一、仪器的精密度

仪器的精密度（又称精度）是指在正确使用测量仪器时，所能测得的最小的准确值，它一般由仪器的分度（仪器所标示的最小分划单位）决定. 例如，用 mm 分度尺测量物体的长度，其精密度就是 1 mm.

二、有效数字

由于仪器精密度和误差的限制，测得的任何一个物理量的数值的位数只能是有限的，例如，用 mm 分度尺测量物体的长度，量得其长在 45 mm 与 46 mm 之间，经估计后读为 45.5 mm，其中前两位是准确测出的，是可靠数字. 最后一

位即十分位是估计的，显然是可疑数字. 也就是说在十分位上出现了误差. 尽管十分位上有误差存在，但它在一定程度上还是反映了客观实际，因此是有效的. 由于十分位上已出现了误差，所以再往下写去，如 45.56…mm，就不再具有意义，一般的可疑数字只估计一位，即估计出仪器分度值以下的一位数字. 我们将测量结果中可靠的几位数字加上一位可疑数字统称为有效数字. 例如，$L=564.4\ \mathrm{cm}$ 是 4 位有效数字，$\rho=2.35\ \mathrm{g/cm^3}$ 是 3 位有效数字，用有效数字记录测量值，不但反映了测量值的大小，而且反映了测量的准确程度. 对同一事物的测量，仪器的精密度越高，测量值的有效数字的位数就越多. 一个物理量的数值与数学上的数值有着不同的意义. 数学上 $1.47=1.470=1.470\ 0\cdots$；而物理上 $1.47\neq1.470\neq1.470\ 0\cdots$，因为它们是用不同精密度的仪器得出的测量值. 所以物理量测量值的有效数字的位数不能随便增减，少记会损害测量的准确程度，带来不必要的附加误差，多记则夸大了准确性，使人产生错误印象.

关于有效数字还应注意以下几点：

(1) 数字当中的“0”与数字后面的“0”都是有效数字　有效数字的位数与小数点无关，数字当中的“0”和数字后面的“0”均记入有效数字，而数字前面的“0”不是有效数字，如，0.026 010 是 5 位有效数字，20.040 1 是 6 位有效数字.

(2) 有效数字的位数与单位换算无关　进行单位换算不能改变有效数字的位数. 如，$2\ \mathrm{km}\neq2\ 000\ \mathrm{m}$，否则改变了测量的准确程度. 前者是 1 位有效数字，而后者是 4 位有效数字. 正确的写法应是 $2\ \mathrm{km}=2\times10^3\ \mathrm{m}$，其中 10^3 不计为有效数字，只用于定位表明单位.

(3) 有效数字的四舍五入　有效数字通常采用四舍五入. 如，取 1.526 为 3 位有效数字，应写作 1.53，取 2 位有效数字，应记为 1.5. 还有一种经常采用的方法，即“尾数小于五则舍，大于五则入，等于五则把尾数凑成偶数”的法则，又称四舍六入，如，1.615 取 3 位有效数字为 1.62；14.205 取 4 位有效数字为 14.20；3.035 取 3 位有效数字为 3.04；0.76 取 1 位有效数字为 0.8. 本书采用四舍五入法.

(4) 常数$\left(如\ \pi、e、\sqrt{5}、\frac{1}{3}等\right)$的有效数字　常数的有效数字为无限位，可根据具体问题适当选取，一般比测量值至少要多保留一位.

三、有效数字的运算法则

实验结果往往需要通过对直接测量的物理量进行计算才能得到. 一般参加运算的各量数值的大小及有效数字的位数不同，经常会遇到中间数的取位问题. 因此，根据有效数字中可疑数字只许保留一位以及尽量使计算简洁的原则，规定以下有效数字的运算法则：

1. 加减法

诸数相加减时，所得结果的有效数字应以保留诸数中最高可疑的位数为标准（以下按四舍五入）．例如：

$$58.6\underset{\cdot}{2}+0.23\underset{\cdot}{4}+586.\underset{\cdot}{0}=644.\underset{\cdot}{9}$$

$$3.2\underset{\cdot}{5}-0.018\underset{\cdot}{7}=3.2\underset{\cdot}{3}$$

数字下面的“．”表示该数字是可疑位．

2．乘除法

诸数相乘除时，所得结果的有效数字的位数应以诸数中有效数字位数最少的作为保留标准（以下四舍五入）．例如：

$$4.23\underset{\cdot}{6}\times1.\underset{\cdot}{2}=5.\underset{\cdot}{1}$$

$$6.42\underset{\cdot}{1}\div0.82\underset{\cdot}{5}=7.7\underset{\cdot}{8}$$

3．乘方与开方

有效数字进行乘方或开方运算时，所得结果的有效数字的位数与底数的位数相同．例如：

$$\sqrt{14.\underset{\cdot}{6}}=3.8\underset{\cdot}{2}$$

$$5.2\underset{\cdot}{5}^2=27.\underset{\cdot}{6}$$

4．三角函数

三角函数的有效数字的位数与角度的位数相同．例如：

$$\cos 32.7^\circ=0.84\underset{\cdot}{2}$$

5．对数

对数的有效数字的位数与真数的位数相同．例如：

$$\lg 19.2\underset{\cdot}{8}=1.28\underset{\cdot}{5}$$

1.3　直接测量误差的计算

由于测量误差的存在，所以在直接测量中不可能确切地测出物理量的真值．为了测量得准确，往往需要进行反复多次的测量，各次测得的结果不同，那么什么量最接近真值，测量的准确程度怎么样．这些都是我们要讨论的问题．

一、算术平均值

偶然误差虽然具有偶然性，但是在测量的次数足够多时，其整体服从一定的统计规律，这是前面已经讨论过的，具体地说，就是：

（1）各次测量之间没有直接关系，互相独立．

（2）各次测量的结果都落在真值附近，与真值偏离较大的机会很少．

（3）由于误差的偶然性，测量结果比真值大的机会与比真值小的机会相等．

当测量的次数足够多时，所得测量结果比真值大的和比真值小的数目相同.

设某物理量的真值为 n，对其进行了 k 次测量. 各次的测量结果分别为 N_1，N_2，…，N_k. 则各次测量值与真值之间的差分别为

$\Delta n_1 = N_1 - n$，$\Delta n_2 = N_2 - n$，…，$\Delta n_k = N_k - n$（它们可能为正，也可能为负）.

根据偶然误差的规律性，当测量次数 k 足够多时，某次测量的结果比真值大了多少，会在另外一次测量中得到比真值小多少的测量结果. 因此，当测量次数无限增多时，各次测量的结果与真值的差数可以成对互相抵消，即

$$\lim_{k\to\infty}(\Delta n_1 + \Delta n_2 + \cdots + \Delta n_k) = 0 \tag{1.3-1}$$

或

$$\lim_{k\to\infty}[(N_1 - n) + (N_2 - n) + \cdots + (N_k - n)] = 0$$

可得

$$n = \lim_{k\to\infty}\frac{N_1 + N_2 + \cdots + N_k}{k} \tag{1.3-2}$$

式(1.3-2)表明无限多次测量结果的算术平均值就是该量的真值.

实际上，任何物理量的直接测量都只能进行有限次. 在 k 为有限次的情况下，式(1.3-1)不再为零，而是等于一个很小的数. 所以算术平均值不是真值，但它最接近真值，称为近真值或最佳值. 我们将算术平均值作为测量结果，用 $\overline{N}$ 表示：

$$\overline{N} = \frac{N_1 + N_2 + \cdots + N_k}{k} \tag{1.3-3}$$

二、绝对误差与相对误差

将算术平均值 $\overline{N}$ 作为测量结果，则算术平均值 $\overline{N}$ 与各次测量值 N_1，N_2，…，N_k 之差的绝对值为

$$\Delta N_1 = |\overline{N} - N_1|, \Delta N_2 = |\overline{N} - N_2|, \cdots, \Delta N_k = |\overline{N} - \Delta N_k|$$

称为各次测量的绝对误差. 它近似地表示出各次测量值与真值间最大可能的偏离范围.

各次测量的绝对误差的算术平均值称为**平均绝对误差**，用 ΔN 表示：

$$\Delta N = \frac{\Delta N_1 + \Delta N_2 + \cdots + \Delta N_k}{k} \tag{1.3-4}$$

ΔN 越小，表示算术平均值与各次测量值之间差得越小，说明测量值在真值附近散布的范围小. ΔN 越大，说明这一散布范围大. 因此，ΔN 近似地表示了测量结果与真值间最大可能的偏离范围，可将 ΔN 作为测量结果的绝对误差，它表示了测量结果的准确程度. 则最后的测量结果应表示为

$$n = \overline{N} \pm \Delta N \tag{1.3-5}$$

这里要说明的是，式(1.3－5)的形式表示真值 n 在算术平均值 $\overline{N}$ 的附近正、负 ΔN 这一范围内，但并不排除某次测量值在此范围之外的可能性.

一般的，绝对误差可以大致表明测量结果的准确程度，但不能确切反映测量质量的好坏. 例如，测量 1 m 长的物体误差为 1 mm，测量 1 mm 长的物体误差为 0.1 mm. 两者比较，显然前者测量质量优于后者，但是前者的绝对误差却大于后者. 所以不能单从绝对误差的大小来说明测量质量的优劣，需要采用其他方法来表示测量结果的准确程度，为此引入相对误差的概念.

将各次测量的绝对误差与各次测量值之比

$$\frac{\Delta N_1}{N_1},\frac{\Delta N_2}{N_2},\cdots,\frac{\Delta N_k}{N_k}$$

称为各次测量的相对误差. 平均绝对误差与算术平均值的比称为平均相对误差，用 E 表示：

$$E=\frac{\Delta N}{N}\times 100\% \tag{1.3-6}$$

相对误差常以百分数表示. 有了相对误差之后，测量结果也可写作

$$n=\overline{N}(1\pm E) \tag{1.3-7}$$

例 1：用精密度为 0.01 mm 的螺旋测微器测量钢珠的直径，共测量 10 次，各次测量的数值分别为 1.587 mm，1.589 mm，1.585 mm，1.579 mm，1.591 mm，1.593 mm，1.587 mm，1.587 mm，1.588 mm，1.582 mm. 求最后的测量结果.

解：算出平均值 $\overline{d}=\dfrac{\sum_{i=1}^{10} d_i}{N}=1.587\ \text{mm},N=10$

平均绝对误差 $\Delta d=\dfrac{\sum_{i=1}^{10}\Delta d_i}{N}=0.003\ \text{mm},N=10$

平均相对误差 $E=\dfrac{\Delta d}{d}\times 100\%=0.19\%$

测量结果为 $d=(1.587\pm 0.003)\text{mm}$ 或 $d=1.587(1\pm 0.19\%)\text{mm}$

1.4 间接测量的绝对误差与相对误差

大多数情况下，实验结果都是通过间接测量得到的，也就是说先对诸多量进行直接测量，然后根据一定的公式进行数学运算得到间接测量的结果. 直接测得的量都含有误差，因此间接测量的结果也必然有误差. 所以，有必要研究各直接测得量的误差对结果的影响，并根据直接测得量的误差求得间接测量结果的绝

对误差和相对误差.

为方便起见,只讨论由两个直接测量的量得出的间接测量结果的误差.设 A、B 为两个直接测得量,N 为间接测得量.它们之间的函数关系为

$$N=f(A,B)$$

各直接测得量为

$$A=\bar{A}\pm\Delta A,B=\bar{B}\pm\Delta B$$

间接测得量的结果表示为

$$N=\bar{N}\pm\Delta N=\bar{N}(1\pm E)$$

式中,$\bar{N}=f(\bar{A},\bar{B})$是间接测得量的算术平均值,是将各直接测得量的平均值代入公式后计算得出的.ΔN 是间接测得量的平均绝对误差,其平均相对误差也为 $E=\frac{\Delta N}{\bar{N}}\times 100\%$的形式.

下面根据 N 与 A、B 的函数关系分几种情况来讨论间接测得量的 ΔN 与 E.

1. 间接测得量是两个直接测得量的和或差($N=A\pm B$)

将 $A=\bar{A}\pm\Delta A,B=\bar{B}\pm\Delta B$ 代入 $N=A\pm B$,得

$$N=\bar{N}\pm\Delta N=(\bar{A}\pm\Delta A)\pm(\bar{B}\pm\Delta B)$$

显然有

$$\bar{N}=\bar{A}\pm\bar{B} \tag{1.4-1}$$

$$\Delta N=\Delta A+\Delta B \tag{1.4-2}$$

取 $\Delta N=\Delta A+\Delta B$ 是考虑到测量的准确性最差的情况,是最大可能偏差.因此,间接测得量 N 的绝对误差等于直接测得量 A 与 B 的平均绝对误差之和.

间接测得量 N 的相对误差由下式表示:

当 $N=A+B$,则

$$E=\frac{\Delta N}{\bar{N}}=\frac{\Delta A+\Delta B}{\bar{A}+\bar{B}} \tag{1.4-3}$$

当 $N=A-B$,则

$$E=\frac{\Delta N}{\bar{N}}=\frac{\Delta A+\Delta B}{\bar{A}-\bar{B}} \tag{1.4-4}$$

例 2: 测得单摆球的半径为 $r=(0.587\pm0.003)\mathrm{cm}$,摆线长 $l=(102.55\pm 0.02)\mathrm{cm}$.求摆长 L 的绝对误差与相对误差.

解:

$$\bar{L}=\bar{r}+\bar{l}=(0.587+102.55)\mathrm{cm}=103.14\ \mathrm{cm}$$

$$\Delta L=\Delta r+\Delta l=(0.003+0.02)\mathrm{cm}=0.02\ \mathrm{cm}$$

$$E=\frac{\Delta L}{\bar{L}}\times100\%=\frac{0.02}{103.14}\times100\%=0.02\%$$

2. 间接测得量是两个直接测得量的乘积($N=AB$)

同样，将 A、B 代入 $N=AB$，得

$$N=\bar{N}\pm\Delta N=(\bar{A}\pm\Delta A)(\bar{B}\pm\Delta B)$$
$$=\bar{A}\,\bar{B}\pm(\bar{A}\Delta B\pm\bar{B}\Delta A)\pm\Delta A\Delta B$$

ΔA 与 ΔB 同 A、B 相比是小量，所以 $\Delta A\Delta B$ 是高阶小量，可以忽略，而不影响测量结果. 则有

$$N=\bar{N}\pm\Delta N=\bar{A}\,\bar{B}\pm(\bar{A}\Delta B+\bar{B}\Delta A)$$

显然有

$$\bar{N}=\bar{A}\,\bar{B} \tag{1.4-5}$$

$$\Delta N=\bar{A}\Delta B+\bar{B}\Delta A \tag{1.4-6}$$

间接测量的相对误差由下式给出：

$$E=\frac{\Delta N}{N}=\frac{\bar{A}\Delta B+\bar{B}\Delta A}{\bar{A}\,\bar{B}}=\frac{\Delta A}{\bar{A}}+\frac{\Delta B}{\bar{B}} \tag{1.4-7}$$

3. 间接测得量是两个直接测得量之商$\left(N=\dfrac{A}{B}\right)$

这里只给出结果(读者可以试着自己推导).

$$N=\bar{N}\pm\Delta N$$

其中

$$\bar{N}=\frac{\bar{A}}{\bar{B}} \tag{1.4-8}$$

$$\Delta N=\frac{\bar{A}\Delta B+\bar{B}\Delta A}{\bar{B}^2} \tag{1.4-9}$$

$$E=\frac{\Delta N}{\bar{N}}=\frac{\Delta A}{\bar{A}}+\frac{\Delta B}{\bar{B}} \tag{1.4-10}$$

例 3：写出 $N=\dfrac{AB}{CD}$的绝对误差与相对误差. 已知 $A=\bar{A}\pm\Delta A$，$B=\bar{B}\pm\Delta B$，$C=\bar{C}\pm\Delta C$，$D=\bar{D}\pm\Delta D$.

解：设 $X=AB$， $Y=CD$，则

$$N=\frac{AB}{CD}=\frac{X}{Y}$$

而

$$X=\bar{X}\pm\Delta X, Y=\bar{Y}\pm\Delta Y$$

式中 $\bar{X}=\bar{A}\,\bar{B}$，$\bar{Y}=\bar{C}\,\bar{D}$[见式(1.4-5)]，则由式 1.4-6 有

$$\Delta X=\Delta(AB)=\bar{A}\Delta B+\bar{B}\Delta A$$
$$\Delta Y=\Delta(CD)=\bar{C}\Delta D+\bar{D}\Delta C$$

因此

$$\bar{N}=\frac{\bar{X}}{\bar{Y}}=\frac{\bar{A}\,\bar{B}}{\bar{C}\,\bar{D}}$$

根据式(1.4－10)得

$$E=\frac{\Delta N}{\overline{N}}=\frac{\Delta X}{\overline{X}}+\frac{\Delta Y}{\overline{Y}}$$
$$=\frac{\overline{A}\Delta B+\overline{B}\Delta A}{\overline{A}\ \overline{B}}+\frac{\overline{C}\Delta D+\overline{D}\Delta C}{\overline{C}\ \overline{D}}$$
$$=\frac{\Delta A}{\overline{A}}+\frac{\Delta B}{\overline{B}}+\frac{\Delta C}{\overline{C}}+\frac{\Delta D}{\overline{D}}$$

得

$$\Delta N=E\overline{N}$$

由此例可以看出，计算乘除关系的间接测量的误差，先算相对误差比较简单，然后再根据 $\Delta N=E\overline{N}$ 求出绝对误差. 这样可以避免繁冗的计算，使运算过程大大简化(当然计算和差关系的间接测量的误差，还是先求绝对误差比较方便).

上面讨论的间接测量误差的计算方法，只适用于一些简单的函数关系. 对于稍微复杂的情况，如三角函数、对数函数等，应通过对函数求全微分来计算误差. 设直接测得量为 $A,B,C,\cdots$，间接测得量为 N，两者间的函数关系为

$$N=f(A,B,C\cdots)$$

求其全微分，得

$$\mathrm{d}N=\frac{\partial f(A,B,C,\cdots)}{\partial A}\mathrm{d}A+\frac{\partial f(A,B,C,\cdots)}{\partial B}\mathrm{d}B+\frac{\partial f(A,B,C,\cdots)}{\partial C}\mathrm{d}C+\cdots$$

要将上式写成误差的公式，只需将式中的 $\mathrm{d}A,\mathrm{d}B,\mathrm{d}C,\cdots$ 分别用 $\Delta A,\Delta B,\Delta C,\cdots$ 来代替，同时考虑到可能出现的最大误差，则等号右边各项均取绝对值，可得间接测量的绝对误差的公式

$$\Delta N=\left|\frac{\partial f}{\partial A}\right|\Delta A+\left|\frac{\partial f}{\partial B}\right|\Delta B+\left|\frac{\partial f}{\partial C}\right|\Delta C+\cdots$$

间接测量的相对误差的公式

$$E=\frac{\Delta N}{\overline{N}}=\frac{1}{\overline{N}}\left(\left|\frac{\partial f}{\partial A}\right|\Delta A+\left|\frac{\partial f}{\partial B}\right|\Delta B+\left|\frac{\partial f}{\partial C}\right|\Delta C+\cdots\right)$$

应用微分法导出的几种常用函数关系的误差公式列于表 1.4－1.

表 1.4－1　几种常用函数关系的误差公式

函数关系 $N=f(A,B,C,\cdots)$	绝对误差 ΔN	相对误差 E
$N=A+B$	$\Delta A+\Delta B$	$\dfrac{\Delta A+\Delta B}{A+B}$
$N=A-B$	$\Delta A+\Delta B$	$\dfrac{\Delta A+\Delta B}{A-B}$

续表

函数关系 $N=f(A,B,C,\cdots)$	绝对误差 ΔN	相对误差 E
$N=AB$	$A\Delta B+B\Delta A$	$\frac{\Delta A}{A}+\frac{\Delta B}{B}$
$N=\frac{A}{B}$	$\frac{A\Delta B+B\Delta A}{B^2}$	$\frac{\Delta A}{A}+\frac{\Delta B}{B}$
$N=KA^R$	$KR\frac{\Delta A}{A}A^R$	$R\frac{\Delta A}{A}$
$N=R\sqrt{A}$	$\frac{1}{R}\frac{\Delta A}{A}R\sqrt{A}$	$\frac{1}{R}\frac{\Delta A}{A}$
$N=\ln A$	$\frac{\Delta A}{A}$	$\frac{\Delta A}{A\ln A}$
$N=\sin A$	$\lvert\cos A\rvert\Delta A$	$\lvert\cot A\rvert\Delta A$
$N=\cos A$	$\lvert\sin A\rvert\Delta A$	$\lvert\tan A\rvert\Delta A$
$N=\tan A$	$\frac{\Delta A}{\cos^2 A}$	$\frac{2\Delta A}{\lvert\cos^2 A\rvert}$
$N=\cot A$	$\frac{\Delta A}{\sin^2 A}$	$\frac{2\Delta A}{\lvert\sin^2 A\rvert}$

1.5　实验数据的列表与图示

一、列表

处理数据时常要列表记录.数据列表能够简单明了地表示出有关物理量之间的对应关系,便于检查测量结果是否合理,有助于分析物理量之间的规律性.

列表要简单明了,便于看清楚有关物理量间的对应关系;表中各符号代表的物理意义要交代清楚并标明单位,单位应写在标题栏内,一般不要重复地记在表内各个数字上;表中的数据要正确反映出测量结果的有效数字,以表明测量的准确程度;表中不能说明的问题,可在表下附加说明.

二、图示法处理实验数据

实验数据进行处理时也常采用作图的方法.这种方法,可以把测量结果直观地表示出来.作图法是研究物理量之间的规律,找出对应的函数关系,以及求经验公式的最常用的方法之一.通过作图,有助于方便地求出所需要的某些实验结

果. 比如，对直线 $y=ax+b$，由图上的斜率可求出 a，由截距可求出 b. 作图还易于发现实验中的测量错误，由于图线是依据许多数据点描出的平滑曲线，因此对测量的数据有修正作用，具有多次测量取平均值的意义. 此外，在图线上能够直接读出没有进行测量的点，而且在一定条件下，可以从图线的延伸部分读到测量范围以外的点. 因此，作图法处理数据具有许多优点.

三、作图规则

（1）将测量的数据按一定的规律列成相应的表格.

（2）决定了作图的参量后，应根据情况选用合适的坐标纸，如直角坐标纸、对数坐标纸或极坐标纸等.

（3）确定坐标纸的大小及坐标轴的比例. 图纸的大小应根据测量数据的有效数字来选择，使测量数据中的可靠数字在图上也是可靠的，即图中的一个小格对应数据中可靠数字的最后一位，数据中的一位可疑数字在图中应是估计的.

坐标轴相对比例的选择不必强求一致，以图线不沿某一坐标轴延伸或缩在图上一角为原则，使整个图线比较匀称地充满整个图纸. 横轴与纵轴的比例可以不同，坐标轴的起点也不一定非取零值.

（4）图纸与坐标轴的比例选定后，要标出坐标轴的方向，标明其代表的物理量或符号以及单位；在坐标轴上每隔一定间距标出该物理量的数值. 在图纸上适当位置写明图的名称及作必要的说明.

（5）标点与连线. 根据测量的数据，用“×”或“·”等符号在图上标出各点的坐标. 符号要用尺和尖笔清晰而准确地标出，符号的中心对应实验点的准确位置. 同一图纸上不同的曲线应使用不同的符号. 即使图纸画好后，符号也不应擦去，以便复核及保留数据的记录. 各点标出后，应用直尺或曲线尺把各点连成光滑的曲线. 由于误差的影响，曲线不一定通过所有的点，只是要求曲线两边的偏差点有比较均匀的分布，个别偏离较大的点应舍去或重新测量. 图线不宜画得过粗，以致看不清标出的点，更不能为使每个标出的点都在图线上而把它们连成折线.

（6）曲线的直线化. 对于较复杂的函数关系，由于它们是非线性的，所以图形都是曲线. 不仅由曲线上求值不方便，而且难以从图中判断结果是否正确. 因此，常选用不同的变量来代替原来的变量（称为变量置换法），将曲线改直. 例如，对 $xy=k$，可以将 $x-y$ 曲线改为以 y 和 $\frac{1}{x}$ 为轴的 $y-\frac{1}{x}$ 图线，则曲线变为直线.

总之，作图法有许多优点. 但作图求得的值准确性不太高，有效数字位数不能太多是它的主要缺点.