

速算

下 冊

褚鳳儀 著



商務印書館

速 算

——目 次——

下 冊

第 三 章 應用計算表之速算

第 一 節 乘法與平方之速算

第 二 節 除法之速算

第 三 節 開平方之速算

附 錄

半方表

倒數倍數表

第三章 應用計算表之速算

第一節 乘法與平方之速算

101. 甲乙二數相乘之積，等於甲乙相加後半數之平方，減去甲乙相減後半數之平方。

(證) 設 A, B 為甲乙二數

$$\left(\frac{A+B}{2}\right)^2 = \frac{A^2+B^2+2AB}{4}$$

$$\left(\frac{A-B}{2}\right)^2 = \frac{A^2+B^2-2AB}{4}$$

$$\left(\frac{A+B}{2}\right)^2 - \left(\frac{A-B}{2}\right)^2 = \frac{A^2+B^2+2AB-A^2-B^2+2AB}{4} = \frac{4AB}{4}$$

$$\therefore AB = \left(\frac{A+B}{2}\right)^2 - \left(\frac{A-B}{2}\right)^2$$

附錄中之半方表即為此而編製，凡四位數以下之乘法，均可檢查半方表直接求得。

例一 求 876×784

$$\begin{array}{r} 876 \\ \times 784 \\ \hline +1660 \\ -92 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 876 \quad 3 \\ 784 \times 1 \\ \hline 688900 \\ 2116 \\ \hline 688784 \end{array}$$

3 ← ————— → 3

例二 求 8937×7246

$$\begin{array}{r} 8937 \\ 7246 \\ \hline +16183 \\ -1691 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8937 \\ 0 \\ \uparrow \\ 65472372.25 \\ 714870.25 \\ \hline 64757502 \\ 0 \leftarrow \rightarrow 0 \end{array}$$

102. 五位數至八位數之乘法，可依下列步驟，應用半方表間接求得：

- (I) 將被乘數之右端四位數與乘數之右端四位數相乘；
- (II) 將被乘數之左端各位數（右端四位數以外之數）與乘數之右端四位數相乘；
- 將乘數之左端各位數（右端四位數以外之數）與被乘數之右端四位數相乘；
- (III) 將被乘數之左端各位數與乘數之左端各位數相乘；
- (IV) 將以上三步驟中所得各數相加，(II)之單位數置於(I)之右端第五位數之下(III)之單位數置於(II)之右端第五位數之下。

(證) 設 $10000a+b$ 為被乘數， $10000c+d$ 為乘數， b 與 d 為最大為 9999 之正整數， a 與 c 為最小為 1，最大為 9999 之整數。
 $(10000a+b)(10000c+d) = 100000000ac + 10000(ad + bc) + bd$

例三 求 4875698×3928754

8754	
5698	
+14452	52215076
- 3056	2334784
	49880292
8754	
487	
+9241	21349020.25
-8267	17085822.25
	4263198
5698	
392	
+6090	9272025
-5306	7038409
	2233616
487	
392	
+879	193160.25
- 95	2256.25
	190904
49880292	
4263198	4875698 2
2233616	3928754 × 2
190904	4
19155418020292	

4 ← ————— → 4

例四 求 48765387×72489374

$$\begin{array}{r} 9374 \\ 5387 \\ \hline +14761 \\ - 3987 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 54471780.25 \\ 3974042.25 \\ \hline 50497738 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9374 \\ 4876 \\ \hline +14250 \\ - 4498 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 50765625 \\ 5058001 \\ \hline 45707624 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7248 \\ 5387 \\ \hline +12635 \\ - 1861 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 39910806.25 \\ 865830.25 \\ \hline 39044976 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7248 \\ 4876 \\ \hline +12124 \\ - 2372 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 36747844 \\ 1406596 \\ \hline 35341248 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 50497738 \\ 45707624 \\ 39044976 \\ \hline 35341248 \\ \hline 35341248 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 45707624 \quad 3 \\ 39044976 \quad \times 8 \\ \hline 24 \end{array}$$

6 ← ————— → 6

103. 九位數至十二位數之乘法，可依下列步驟，應用半方表間接求得：

- (I) 將被乘數與乘數中各位數字分為右端數字，中部數字與左端數字三部，自右而左，每四位一分；
- (II) 將被乘數之右端數字與乘數之右端數字相乘；
- (III) 將被乘數之中部數字與乘數之右端數字相乘；
將被乘數之右端數字與乘數之中部數字相乘；
- (IV) 將被乘數之左端數字與乘數之右端數字相乘；
將被乘數之中部數字與乘數之中部數字相乘；
將被乘數之右端數字與乘數之左端數字相乘；
- (V) 將被乘數之左端數字與乘數之中部數字相乘；
將被乘數之中部數字與乘數之左端數字相乘；
- (VI) 將被乘數之左端數字與乘數之左端數字相乘；
- (VII) 將(II)至(VI)五步驟中所得各數相加，後一步驟中各數之單位數置於前一步驟中各數右端第五位數之下

。

(證) 設 $100000000a + 10000b + c$ 為被乘數， $100000000d + 10000e + f$ 為乘數， b, c, e, f 為最大為 9999 之正整數， a 與 d 為最小為 1 最大為 9999 之整數

$$\begin{aligned}
 & (100000000a + 10000b + c)(100000000d + 10000e + f) \\
 &= 10^{16}ad + 10^{12}(ae + bd) + 10^8(af + be + cd) \\
 & \quad + 10^4(bf + ce) + cf
 \end{aligned}$$

例五 求 8394 | 8756 | 4386 × 3873 | 6794 | 8172

$$\begin{array}{r} 8172 \\ 4386 \\ \hline +12558 \\ - 3786 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 39425841 \\ 3583449 \\ \hline 35842392 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8756 \\ 8172 \\ \hline +16928 \\ - 584 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 71639296 \\ 85264 \\ \hline 71554032 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6794 \\ 4386 \\ \hline +11180 \\ - 2408 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 31248100 \\ 1449616 \\ \hline 29798484 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8394 \\ 8172 \\ \hline +16566 \\ - 222 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 68608089 \\ 12321 \\ \hline 68595768 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8756 \\ 6794 \\ \hline +15550 \\ - 1962 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 60450625 \\ 962361 \\ \hline 59488264 \end{array}$$

4386

3873

+8259

- 513

17052770.25

65792.25

16986978

8394

6794

+15188

- 1600

57668836

640000

57028836

8756

3873

+12629

- 4883

39872910.25

5960922.25

33911988

8394

3873

+12267

- 4521

37619822.25

5109860.25

32509962

35842392

71554032

29798484

68595768

59488264

16986978

57028836

33911988

32509962

325190575332114501002392

839487564388

8

337337948172

× 2

16

7 ← ————— → 7

104. 四位數以下之平方，可檢查半方表直接求得。

例六 求 8374^2

$$4^2 = 16$$

$$8374 \times 2 = 16748 \text{ 查半方表得 } 70123878 \quad 7 \leftarrow \rightarrow 7$$

105. 單位數為5之五位數之平方，可依下列步驟，應用半方表間接求得：

(I) 將單位數以外之數二倍後加一；

(II) 根據此數檢查半方表，並將表中數字之小數點移去。

(證) 設 $10a+5$ 為單位數為5之任何五位數， a 為最小為1000最大為9999之整數。

$$\begin{aligned} (10a+5)^2 &= 100a(a+1) + 25 = 100 \left[\left(\frac{a+a+1}{2} \right)^2 - \left(\frac{a+1-a}{2} \right)^2 \right] \\ &+ 25 = 100 \left[\left(\frac{2a+1}{2} \right)^2 - \left(\frac{1}{2} \right)^2 \right] + 25 = 100 \left(\frac{2a+1}{2} \right)^2 \end{aligned}$$

例七 求 76385

$$7638 \times 2 + 1 = 15277 \text{ 查表去小數點得}$$

$$5834868225$$

$$2^2 = 4$$

$$4 \leftarrow \longrightarrow \rightarrow 4$$

106. 五位數至八位數之平方，可依下列步驟，應用半方表間接求得：

(I) 求右端四位數之平方；

(II) 求右端四位數與左端各位數相乘之積之二倍；

(III) 求左端各位數之平方，

(IV) 將以上三步驟中所得各數相加，(II)之單位數置於(I)之右端第五位數之下，(III)之單位數置於(II)之右端第五位數之下。

例八 求 8745687^2

$5687 \times 2 = 11374$ 查表得 32341969

5687		
<u>874</u>		
+6561	查表得	10761680.25
-4813		<u>5791242.25</u>
		4970438
		<u>× 2</u>
		9940876

$874 \times 2 = 1748$ 查表得 763876

32341969

9940876

<u>763876</u>	8745687	0
<u>76487041101969</u>		↑
		↓
	0 ← ————— →	0

例九 求 76548793^2

$8793 \times 2 = 17586$ 查表得 77316849

8793		
<u>7654</u>		
+16447	查表得	67625952.25
- 1139	查表得	<u>324330.25</u>
		67301622
		<u>× 2</u>
		134603244

$7654 \times 2 = 15308$ 查表得 58583716

77316849

134603244

<u>58583716</u>	76548793	4
<u>5559717709758849</u>		× 4
	7 ← ————— →	16

107. 九位數至十二位數之平方，可依下列步驟，應用半方表間接求得：

- (I) 分各位數字為右端數字，中部數字與左端數字三部，自右而左，每四位一分；
- (II) 求右端數字之平方；
- (III) 求中部數字與右端數字相乘積之二倍；
- (IV) 求中部數字之平方；
- 求左端數字與右端數字相乘積之二倍；
- (V) 求左端數字與中部數字相乘積之二倍；
- (VI) 求左端數字之平方
- (VII) 將(II)至(VI)五步驟中所得各數相加，後一步驟中各數之單位數置於前一步驟中右端第五位數之下。

例十 求 438765948728^2

$$4387 \mid 6594 \mid 8728$$

$$8728 \times 2 = 17456 \text{ 查表得 } 76177984$$

8728		
6594		
+15322	查表得	58690921
- 2134		1138489
		57552432
		× 2
		115104864

$$6594 \times 2 = 13188 \text{ 查表得 } 43480826$$

8728		
4387		
+13115	查表得	43000806.25
- 4341		4711070.25
		38289736
		× 2
		76579472

$$\begin{array}{r}
 6594 \\
 4387 \\
 \hline
 +10981 \\
 -2207 \\
 \hline
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 \text{查表得} \\
 30145690.25 \\
 1217712.25 \\
 \hline
 23927878 \\
 \hline
 \times 2 \\
 \hline
 57855756
 \end{array}$$

$$4387 \times 2 = 8774 \text{ 查表得 } 19245769$$

$$76177984$$

$$115104864$$

$$43480836$$

$$76579472$$

$$438765943728 \quad 8$$

$$57855756$$

$$\times 8$$

$$19245769$$

$$64$$

$$192515557763181124817984$$

$$1 \longleftarrow \longrightarrow 1$$

習題三十六

1—25應用平方表求下列各乘積：

$$1 \quad 876 \times 634$$

$$2 \quad 487 \times 927$$

$$3 \quad 8756 \times 8947$$

$$4 \quad 6789 \times 7854$$

$$5 \quad 7687 \times 8326$$

$$6 \quad 4678 \times 7254$$

$$7 \quad 8374 \times 8674$$

$$8 \quad 7186 \times 4382$$

- 9 6394×6187
 10 4672×7384
 11 43875643×3764832
 12 7694857×632471
 13 4867543×8631782
 14 $3785.6438 \times 27.86943$
 15 $43.72865 \times 3.8769487$
 16 37826487×71248764
 17 43768294×38726754
 18 $678) 372 \times 43718674$
 19 46738274×61728656
 20 64732476×36718493
 21 $4378657486 \times 7487569487$
 22 $387569879845 \times 438758697384$
 23 $36875483286 \times 61748756438$
 24 $38728694872 \times 43727654487$
 25 $63748732864 \times 63748738429$

26——30應用半方表求下列各數之平方

題次	a	b	c	d	e
26	387	486	7286	5387	6473
27	4694	8716	3867	7592	8438
28	43875	52865	53745	58645	58725
29	58765	58785	58815	58925	58945
30	3786437	6394872	48765487	6374867	8374806

31——35應用半方表求下列各數之平方

題次	a	b	c
31	387567.89	4387693	487567869482
32	438672.86,	3867894	387643828753
33	387467.53	4386937	38724387654
34	869784.73	3875643	68718753862
35	328756.74	4387682	38724386286

第二節 除法之速算

108. 除數為三位數以下之除法，可應用倒數倍數表，化除法為加法。

例一 求 $\frac{243}{37}$ 至小數三位為止

$$\frac{200}{37} = 5.405405$$

$$\frac{40}{37} = 1.081081$$

$$\frac{3}{37} = 0.081081$$

$$\underline{\hspace{1cm}} \\ 6.568$$

例二 求 $\frac{37}{483}$ 至小數四位為止

$$\frac{30}{483} = 0.0621118$$

$$\frac{7}{483} = 0.0144928$$

$$\underline{\hspace{1cm}} \\ 0.0766$$

例三 求 $\frac{432}{768}$ 至小數四位為止

$$\begin{array}{r} 400 \\ 768 \end{array} = 0.520833$$

$$\begin{array}{r} 30 \\ 768 \end{array} = 0.039063$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ 768 \end{array} = 0.002604$$

$$\hline 0.5625$$

例四 求 $\frac{32.27}{476}$ 至小數四位為止

$$\begin{array}{r} 30 \\ 476 \end{array} = 0.0630252$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ 476 \end{array} = 0.0042017$$

$$\begin{array}{r} 0.2 \\ 476 \end{array} = 0.0004202$$

$$\begin{array}{r} 0.07 \\ 476 \end{array} = 0.0001471$$

$$\hline 0.0678$$

109. 除數為四位數或四位數以上之除法，可應用倒數倍數表與比例法而求商數之近似值。

例五 求 $\frac{5380}{3876}$ 至小數四位為止

$\frac{5380}{3876}$	$=$	$\frac{538}{387.6}$	$=$	$\frac{1}{387}$	$\times$	$\frac{1}{388}$
500		1.291990		1.288660		
30		0.077519		0.077320		
8		0.020672		0.020619		
		1.390181		1.386599		
		-1.386599				
		0.003582				
		$\times 0.6$				
		0.0021492				

$$\begin{array}{r}
 1.390181 \\
 -0.0021492 \\
 \hline
 1.3880
 \end{array}$$

例六 求 $\frac{8679}{7383}$ 至小數四位爲止

	$\frac{8679}{7383}$	$\frac{867.9}{738.3}$	
	$\frac{1}{738}$	$\frac{1}{739}$	
800	1.084011	6	1.082544
60	0.081301	4	0.081191
7	0.009485	8	0.009472
0.9	0.001220	5	0.001213
	$\frac{1.176017}{-1.174425}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{1.174425}{6}$
	0.001592	8	
	$\times 0.3$	$\times 3$	
	$\frac{0.0004776}{6 \leftarrow \rightarrow 6}$	24	
	1.176017		
	-0.0004776		
	1.1755		

例七 求 $\frac{387}{48693}$ 至小數六位爲止

	$\frac{387}{48693}$	$\frac{3.87}{486.93}$	
	$\frac{1}{486}$	$\frac{1}{487}$	
3	0.00817284	1	0.00818013
0.8	0.00164602	8	0.00164271
0.07	0.00014403	3	0.00014374
	$\frac{0.00796226}{-0.00794661}$	$\frac{3}{6}$	$\frac{0.00794661}{6}$
	0.00001835	6	
	$\times 0.07^*$	7	
	$\frac{0.0000011445}{+0.00794661^*}$	42	
	0.007948		