



计算机辅助分析 (CAE) 系列  
JISUANJIFUZHUFENXI(CAE)XILIE



# ADAMS 2012

## 虚拟样机 从入门到精通

全面完整的知识体系  
深入浅出的理论阐述

循序渐进的分析讲解  
实用典型的实例引导

随书配送 DVD 光盘。包含全书所有实例的源文件素材，并制作了全部实例的制作过程动画 AVI 文件和效果图演示。可以帮助读者更加形象直观、轻松自在地学习本书。



三维书屋工作室

刘晋霞 胡仁喜 康士廷 等编著



机械工业出版社  
CHINA MACHINE PRESS



# ADAMS 2012

## 虚拟样机从入门到精通

三维书屋工作室

刘晋霞 胡仁喜 康士廷 等编著



机械工业出版社

本书以最新版的 ADAMS——ADAMS 2012 为对象,系统介绍了包括新增功能在内的 ADAMS 的基本功能和一些简单的建模与仿真实例,主要包括多体系统动力学与 ADAMS 基本操作、创建约束、施加载荷、建模与仿真、计算结果后处理、参数化建模及优化设计,并在此基础上介绍了机械工程开发中最常用的几个专业模块,即 ADAMS/Vibration 振动模块、ADAMS/Controls 控制模块、ADAMS/Car 车辆模块。

由于 ADAMS 属于比较难掌握的高端 CAE 软件,而且其最新版本在界面风格、工具栏设置、操作步骤等方面都比以往版本有很多变化,所以作者专门随书配送了多媒体学习光盘,包括全书实例源文件和所有实例的操作过程动画文件,可以帮助读者更加形象直观地学习本书内容。

### 图书在版编目 (CIP) 数据

ADAMS 2012 虚拟样机从入门到精通/刘晋霞等编著. —2 版.  
—北京:机械工业出版社,2013.4 (2014.9 重印)  
ISBN 978-7-111-42513-7

I. ①A… II. ①刘… III. ①机械工程—计算机仿真—应用  
软件 IV. ①TH-39

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2013) 第 100380 号

机械工业出版社 (北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)

责任编辑:曲彩云

责任印制:刘 岚

北京中兴印刷有限公司印刷

2014 年 9 月第 2 版第 2 次印刷

184mm × 260mm · 23.5 印张 · 582 千字

3 001—4 500 册

标准书号:ISBN 978-7-111-42513-7

ISBN 978-7-89405-005-2 (光盘)

定价:59.00 元 (含 1DVD)

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页,由本社发行部调换

电话服务

网络服务

社服务中心:(010)88361066 教材网:<http://www.cmpedu.com>

销售一部:(010)68326294 机工官网:<http://www.cmpbook.com>

销售二部:(010)88379649 机工官博:<http://weibo.com/cmp1952>

读者购书热线:(010)88379203 封面无防伪标均为盗版

# 前言

虚拟样机技术 (Virtual Prototyping Technology) 通过 CAD/CAM/CAE 等技术手段把产品资料集成到一个可视化环境中, 实现产品的仿真、分析。使用 ADAMS 等系统仿真软件, 可以在各种虚拟环境中真实地模拟系统的运动, 不断修改设计缺陷以改进系统, 直至获得最优设计方案, 最终做出比较理想的物理样机。

ADAMS (Automatic Dynamic Analysis of Mechanical System) 软件, 是由美国机械动力公司 (Mechanical Dynamics Inc.) 开发的最优秀的机械系统动态仿真软件, 是目前世界上最具权威性、使用范围最广的机械系统动力学分析软件之一。ADAMS 软件广泛应用于航空航天、汽车工程、铁路车辆及装备、工业机械、工程机械等领域。国外的一些著名大学也已开设了介绍 ADAMS 软件的课程, 将三维 CAD 软件、有限元软件和虚拟样机软件作为机械专业学生必须了解的工具软件。一方面, ADAMS 是机械系统动态仿真软件的应用软件, 用户可以运用该软件非常方便地对虚拟样机进行静力学、运动学和动力学分析; 另一方面, ADAMS 又是机械系统动态仿真分析开发工具, 其开放性的程序结构和多种接口, 可以成为特殊行业用户进行特殊类型机械系统动态仿真分析的二次开发工具。ADAMS 与先进的 CAD 软件 (UG, Pro/ENGINEER) 和 CAE 软件 (ANSYS) 可以通过计算机图形交换格式文件相互交换以保持数据的一致性。ADAMS 软件支持并行工程环境, 节省大量的时间和经费。利用 ADAMS 软件建立参数化模型可以进行设计研究、试验设计和优化分析, 为系统参数优化提供了一种高效开发工具。

本书以最新版的 ADAMS——ADAMS 2012 为对象, 系统介绍了包括新增功能在内的 MD ADAMS 的基本功能和一些简单的建模与仿真实例, 主要包括多体系统动力学与 ADAMS 基本操作、创建约束、施加载荷、建模与仿真、计算结果后处理、参数化建模及优化设计, 并在此基础上介绍了机械工程开发中最常用的几个专业模块, 即 ADAMS/Vibration 振动模块、ADAMS/Controls 控制模块、ADAMS/Car 车辆模块。

由于 ADAMS 属于比较难掌握的高端 CAE 软件, 所以作者专门随书配送了多媒体学习光盘, 包括全书实例源文件和所有实例的操作过程动画文件, 可以帮助读者更形象直观地学习本书内容。

本书主要由山东科技大学机电学院的刘晋霞老师和军械工程学院的胡仁喜老师以及康士廷老师主编, 同时参加本书编写的还有刘昌丽、张日晶、孟培、万金环、杨雪静、郑长松、张俊生、李瑞、董伟、王玉秋、王敏、王玮、王义发、王培合、路纯红、周冰、王艳池等。由于编者水平有限, 时间仓促, 本书难免在内容选材和叙述上有欠缺之处。望广大读者登录网站 [www.sjzsanweishuwu.com](http://www.sjzsanweishuwu.com) 或发送邮件到 [win760520@126.com](mailto:win760520@126.com) 批评指正, 编者将不胜感激。

作 者

# 目 录

前言

第 1 章	ADAMS分析基本理论 .....	1
1.1	多体系统动力学基础理论 .....	2
1.1.1	多体系统动力学研究进展 .....	2
1.1.2	多体系统动力学方程的结构形式 .....	3
1.1.3	多体系统动力学方程的数值求解 .....	4
1.2	多刚体系统动力学模型 .....	5
1.3	多柔体系统动力学模型 .....	7
1.3.1	任意点的位置、速度和加速度 .....	7
1.3.2	多柔体系统动力学方程 .....	8
1.4	ADAMS动力学建模与求解 .....	12
1.4.1	ADAMS采用的建模方法 .....	12
1.4.2	ADAMS的方程求解方案 .....	15
1.4.3	ADAMS采用的碰撞模型 .....	18
第 2 章	ADAMS模块介绍 .....	20
2.1	虚拟样机技术 .....	21
2.2	多学科分析技术 .....	22
2.3	ADAMS软件基本模块 .....	23
2.3.1	ADAMS/View (用户界面模块) .....	23
2.3.2	ADAMS/Solver (求解器模块) .....	25
2.3.3	ADAMS/PostProcessor (后处理模块) .....	25
2.3.4	ADAMS/Insight (试验设计与分析模块) .....	27
2.4	ADAMS软件扩展模块 .....	28
2.4.1	ADAMS/Controls (控制模块) .....	28
2.4.2	ADAMS/Vibration (振动分析模块) .....	29
2.4.3	ADAMS/Flex (柔性分析模块) .....	30
2.4.4	ADAMS/Durability (耐久性分析模块) .....	30
2.5	ADAMS软件接口模块 .....	31
2.5.1	ADAMS/Exchange (图形接口模块) .....	31
2.5.2	CAT/ADAMS (CATIA专业接口模块) .....	31
2.5.3	Mechanical/Pro (Pro/E接口模块) .....	32
2.6	ADAMS软件专用领域模块 .....	32
2.6.1	ADAMS/Car (轿车模块) .....	32
2.6.2	ADAMS/Driveline (动力传动系统模块) .....	34
2.6.3	ADAMS/Tire (轮胎模块) .....	34
2.6.4	FTire Modle (柔性环轮胎模块) .....	35
2.6.5	ADAMS/FBG (柔性体生成器模块) .....	35

2.6.6	EDM (经验动力学模型)	36
2.6.7	ADAMS/Chassis (FORD汽车公司专用模块)	36
2.7	ADAMS软件工具箱	37
2.7.1	ADAMS/SDK (ADAMS开发工具包)	37
2.7.2	Tracked/Wheeled Vehicle (履带/轮胎式车辆工具箱)	37
2.7.3	ADAMS/Gear Tool (齿轮传动工具箱)	38
第3章	建立模型	39
3.1	ADAMS/View命令操作	40
3.1.1	启动ADAMS/View	40
3.1.2	ADAMS/View界面	43
3.2	几何建模	46
3.2.1	几何建模基础知识	46
3.2.2	建模前的准备工作	47
3.2.3	几何建模工具	50
3.2.4	创建基本几何体	51
3.2.5	创建实体几何模型	56
3.2.6	创建复杂几何图形	62
3.2.7	创建柔性梁	68
3.2.8	修改几何体	69
3.2.9	修改构件特性	71
3.3	实例——小球碰撞	73
3.3.1	平台建模	74
3.3.2	小球建模	75
3.3.3	滑块建模	76
3.3.4	球瓶建模	76
3.3.5	曲柄建模	79
3.3.6	连杆建模	80
第4章	创建约束	81
4.1	约束类型	82
4.2	约束和自由度	82
4.3	约束的命名	82
4.4	约束工具	82
4.5	常用约束	83
4.5.1	常用理想约束	83
4.5.2	施加螺旋副	85
4.5.3	施加齿轮副	85
4.5.4	施加耦合副	86
4.5.5	修改理想运动副	87
4.6	虚约束	88

4.7	创建高副 .....	90
4.8	定义机构运动 .....	92
4.8.1	机构运动类型 .....	92
4.8.2	创建运动副运动 .....	93
4.8.3	创建点运动 .....	94
4.8.4	添加约束的技巧 .....	95
4.9	应用实例——曲柄滑块机构 .....	96
4.9.1	启动ADAMS/View .....	96
4.9.2	设置建模环境 .....	97
4.9.3	几何建模 .....	98
4.9.4	添加约束 .....	100
4.9.5	运动仿真 .....	102
第5章	施加载荷 .....	103
5.1	载荷类型及定义方法 .....	104
5.1.1	基本载荷类型 .....	104
5.1.2	定义载荷值和方向的方法 .....	104
5.2	施加载荷 .....	104
5.2.1	施加单方向作用力 .....	105
5.2.2	施加分量作用力 .....	106
5.3	柔性连接 .....	108
5.3.1	拉压弹簧阻尼器 .....	108
5.3.2	扭转弹簧阻尼器 .....	109
5.3.3	轴套力 .....	110
5.3.4	无质量梁 .....	111
5.3.5	力场 .....	114
5.4	创建接触 .....	115
第6章	计算结果后处理 .....	118
6.1	ADAMS/PostProcessor简介 .....	119
6.1.1	ADAMS/PostProcessor的用途 .....	119
6.1.2	启动与退出ADAMS/PostProcessor.....	119
6.1.3	ADAMS/PostProcessor窗口介绍 .....	120
6.2	ADAMS/PostProcessor基本操作 .....	121
6.2.1	创建任务和添加数据 .....	121
6.2.2	工具栏的使用 .....	122
6.2.3	窗口模式的设置 .....	125
6.2.4	ADAMS/PostProcessor的页面管理 .....	125
6.3	ADAMS/PostProcessor输出仿真动画 .....	125
6.3.1	动画类型 .....	126
6.3.2	加载动画 .....	126

6.3.3	动画演示 .....	127
6.3.4	时域动画的控制 .....	127
6.3.5	频域动画的控制 .....	129
6.3.6	记录动画 .....	130
6.4	ADAMS/PostProcessor绘制仿真曲线 .....	130
6.4.1	曲线图的类型 .....	130
6.4.2	曲线图的建立 .....	131
6.4.3	曲线图上的数学计算 .....	133
6.5	曲线图的处理 .....	135
6.5.1	曲线数据滤波 .....	135
6.5.2	快速傅里叶变换 .....	136
6.5.3	生成博德图 .....	137
6.6	实例——汽车的前悬架系统运动仿真 .....	137
6.6.1	动力学模型的建立和仿真分析 .....	137
6.6.2	采用ADAMS/PostProcessor生成曲线图 .....	138
6.6.3	采用ADAMS/PostProcessor操作曲线图 .....	140
第7章	建模与仿真实例 .....	142
7.1	曲柄连杆机构 .....	143
7.1.1	运行ADAMS .....	143
7.1.2	设置建模环境 .....	144
7.1.3	几何建模 .....	145
7.1.4	建立约束 .....	147
7.1.5	设置初始状态 .....	149
7.1.6	进行仿真 .....	149
7.1.7	测量仿真结果 .....	150
7.2	单摆机构 .....	153
7.2.1	运行ADAMS .....	153
7.2.2	建立摆臂 .....	154
7.2.3	设置摆臂质量 .....	155
7.2.4	设置摆臂位置 .....	156
7.2.5	建立单摆支点 .....	156
7.2.6	设置初始运动 .....	156
7.2.7	验证模型 .....	157
7.2.8	设置A点支撑力的测量 .....	158
7.2.9	运行仿真 .....	158
7.2.10	得到支撑力 .....	159
7.3	凸轮机构 .....	159
7.3.1	运行ADAMS .....	160
7.3.2	建立凸轮部件 .....	161

7.3.3	建立转动副 .....	162
7.3.4	建立其他部件 .....	162
7.3.5	建立平动副 .....	164
7.3.6	添加线-线约束 .....	165
7.3.7	添加运动约束 .....	165
7.3.8	验证模型 .....	165
7.3.9	建立测量 .....	166
7.3.10	运行仿真 .....	167
7.4	自由降落的石块 .....	168
7.4.1	启动ADAMS .....	168
7.4.2	建立模型 .....	169
7.4.3	建立测量 .....	170
7.4.4	验证模型 .....	172
7.4.5	运行仿真 .....	173
7.5	投射石块 .....	175
7.5.1	启动ADAMS .....	176
7.5.2	建立模型 .....	176
7.5.3	建立测量 .....	178
7.5.4	进行仿真 .....	178
7.6	斜面上的滑块 .....	181
7.6.1	启动ADAMS .....	181
7.6.2	建立模型 .....	182
7.6.3	添加约束 .....	185
7.6.4	建立测量 .....	185
7.6.5	验证模型 .....	186
7.6.6	运行仿真 .....	187
7.6.7	改进模型 .....	187
7.7	起重机 .....	190
7.7.1	启动ADAMS .....	191
7.7.2	建立模型 .....	192
7.7.3	添加约束 .....	197
7.7.4	添加运动 .....	199
7.8	弹簧阻尼器 .....	202
7.8.1	启动ADAMS .....	202
7.8.2	建立模型 .....	202
第8章	参数化建模及优化设计 .....	211
8.1	ADAMS参数化建模 .....	212
8.2	ADAMS参数化分析 .....	212
8.2.1	设计研究 (Design Study) .....	212

8.2.2	试验设计 (Design of Experiments)	213
8.2.3	优化分析 (Optimization)	214
8.3	参数化建模实例——夹紧机构	215
8.3.1	夹紧机构模型简介	215
8.3.2	启动ADAMS/View设置操作环境	216
8.3.3	建立夹紧机构模型	218
8.3.4	测试模型	223
8.3.5	验证模型	226
8.4	优化设计实例——夹紧机构	227
8.4.1	模型参数化	227
8.4.2	设计研究	228
8.4.3	优化设计与分析	231
第9章	ADAM/SInsight试验优化设计	234
9.1	运行ADAMS/Insight	235
9.2	参数化分析与回归分析	240
9.2.1	参数化分析	240
9.2.2	参数化过程	244
9.2.3	回归分析	253
9.3	蒙特卡罗方法应用	263
第10章	振动分析	268
10.1	建立模型	270
10.2	模型仿真	272
10.3	建立输入通道	273
10.4	建立输出通道	277
10.5	测试模型	278
10.6	验证模型	279
10.6.1	绘制系统模态	279
10.6.2	动画显示固有模态	282
10.6.3	动画显示受迫振动分析结果	284
10.6.4	绘制频率响应	285
10.6.5	绘制功率谱密度	288
10.6.6	绘制模态坐标	288
10.7	精化模型	290
10.7.1	受迫振动分析	290
10.7.2	动画显示固有模态	291
10.7.3	绘制受迫振动频率响应	292
10.8	优化模型	294
10.8.1	1%的总阻尼	294
10.8.2	2%, 3%, 4%, 5%的总阻尼	296

第 11 章	控制仿真 .....	299
11.1	ADAMS/Controls设计流程 .....	300
11.2	ADAMS/Controls应用实例 .....	301
11.2.1	导入天线模型 .....	302
11.2.2	加载ADAMS/Controls模块 .....	304
11.2.3	运行实验仿真 .....	304
11.2.4	取消驱动 .....	304
11.2.5	核实输入变量 .....	306
11.2.6	核实输出变量 .....	307
11.2.7	导出ADAMS模型 .....	308
11.3	ADAMS/Controls和MATLAB集成建模 .....	309
11.3.1	开启MATLAB .....	309
11.3.2	创建控制系统模型 .....	311
11.3.3	搭建控制系统模型 .....	311
11.3.4	设置仿真参数 .....	312
11.3.5	运行模型仿真 .....	313
11.3.6	绘制仿真结果 .....	314
第 12 章	汽车系统仿真 .....	316
12.1	用户创建模板 .....	317
12.2	创建悬挂系统 .....	317
12.2.1	创建前悬挂子系统 .....	318
12.2.2	创建悬挂和转向系统 .....	321
12.2.3	定义车辆参数仿真 .....	323
12.2.4	绘制仿真曲线 .....	324
12.2.5	分析基本推力 .....	325
12.2.6	定义和施加载荷文件 .....	325
12.2.7	绘制仿真曲线 .....	327
12.2.8	修改悬挂系统与转向系统 .....	329
12.2.9	分析修改后的系统模型 .....	329
12.2.10	比较分析结果 .....	330
12.2.11	删除仿真和绘图 .....	331
12.3	分析弹性体对悬挂装配的影响 .....	331
12.3.1	创建悬挂装配 .....	331
12.3.2	创建弹性体 .....	333
12.4	包含弹性体的整车装配 .....	334
12.4.1	创建整车装配 .....	334
12.4.2	交换MNF文件 .....	336
12.5	创建轮胎模型 .....	338
12.5.1	轮胎模型简介 .....	338

12.5.2	ADAMS/Tire .....	339
12.5.3	轮胎模型的选择 .....	340
12.5.4	ADAMS/Tire的使用 .....	341
12.6	整车动力学仿真分析 .....	341
12.6.1	单移线 .....	342
12.6.2	常半径转向 .....	345
12.6.3	双移线仿真 .....	349
12.7	ADAMS/Insight在ADAMS/Car中的使用 .....	350
附录A	设计过程函数 .....	355
附录B	运行过程函数 .....	362



# 第 1 章

## ADAMS 分析基本理论

本章分别详细介绍了多刚体系统动力学和多柔体系统动力学的建模方法，并在此基础上介绍了 ADAMS 求解多体系统动力学模型的原理、方法，最后对 ADAMS 的计算流程进行了说明。

学

习

要

点

- 多体系统动力学基础理论
- 多刚体系统动力学模型
- 多柔体系统动力学模型
- ADAMS 动力学建模与求解

## 1.1 多体系统动力学基础理论

多体系统动力学的核心问题是建模和求解问题,其系统研究开始于 20 世纪 60 年代。从 60 年代到 80 年代,侧重于多刚体系统的研究,主要是研究多刚体系统的自动建模和数值求解;到了 80 年代中期,多刚体系统动力学的研究已经取得了一系列的成果,尤其是建模理论趋于成熟,但更稳定、更有效的数值求解方法仍然是研究的热点;80 年代以后,多体系统动力学的研究更偏重于多柔体系统动力学,这个领域也正式被称为计算多体系统动力学,并且至今仍然是力学研究中最有活力的分支之一,但已经远远地超过了一般力学的涵义。

### 1.1.1 多体系统动力学研究进展

多体系统动力学研究的两个最基本的理论问题是建模方法和数值求解。多体系统动力学的早期研究对象是多刚体系统,这部分内容到 20 世纪 80 年代已发展得比较完善。多刚体系统动力学建模的出发点涉及了许多矢量力学和分析力学方法。

#### 1. 矢量力学方法

(1) 牛顿-欧拉 (Newton-Euler) 方程。该方法将单个刚体的 N-E 方程推广到多刚体系统,物理概念鲜明,建立方程直接。在分析过程中,若需要增加体的数目,只需续增方程数目,无需另建动力学方程组。有些文献称之为“具有良好的开放性”。但它的一个极大的弱点是消除约束力十分困难。后来人们又发现,在采用递推型式时,递推的 Newton-Euler 法运算量最小。因此,Newton-Euler 法一直受到一些作者的注意。近年来,有影响的是 Schiehlen 以及 Schwertassek 等人的工作,刘延柱采用矩阵记法列写旋量形式的 Newton-Euler 方程,使动力学方程具有极简明的表达形式。

(2) 罗伯森-维滕堡 (Roberson-Wittenburg) 方法。该方法的特点是将图论原理应用于多刚体系统的描述得到适用于不同结构的公式,易处理的树形系统,从而对计算进行简化。

#### 2. 分析力学方法

(1) 拉格朗日 (Lagrange) 方程。该方法将经典的 Lagrange 方程用于多刚体系统,使未知变量的个数减小到最低程度且程式化,但计算动能函数及其导数的工作极其繁琐,而引入计算机符号运算则会方便一些。与之类似的还有海默方程、阿贝尔方程等。

(2) 凯恩 (Kane) 方程。由于该方法引入了以广义速率代替广义坐标描述系统的运动,并将力矢量向特定的基矢量方向投影以消除理想约束力,因而可以直接对系统列写运动微分方程而不必考虑各刚体间理想约束的情况,兼有牛顿-欧拉方程和拉格朗日方程的优点。

(3) 变分法。该方法不需要建立系统的运动微分方程,可直接应用优化计算方法进行动力学分析。

对考虑部件弹性变形的多柔体系统，自 20 世纪 80 年代后期在建模方法上也渐趋成熟。柔性多体系统动力学的数学模型与多刚体系统、结构动力学有一定的兼容性。当系统中的柔性变形可以不计，柔性多体系统退化为多刚体系统；当部件间的大范围运动不存在时，退化为结构动力学问题。对柔性多体系统，通常用浮动坐标系描述物体的大范围运动，弹性体相对于浮动坐标系的离散将采用有限单元法与现代模态综合分析方法，这就是 P.W.Likins 最早采用的描述柔性多体系统的混合坐标法。据此再根据力学基本原理进行推导，就可将多刚体系统动力学方程拓展到多柔体系统。

根据各种力学基本原理得到的形式不同的动力学方程，尽管在理论上方程等价，但其数值形态的优劣却不尽相同。

## 1.1.2 多体系统动力学方程的结构形式

对多刚体系统，自 20 世纪 60 年代以来，从各自研究对象特征出发，航天与机械两大工程领域分别提出了不同的建模策略，主要区别是对刚体位形的描述。

在航天领域，以系统每个铰的一对邻接刚体为单元，以一个刚体为参考物，另一个刚体相对该刚体的位形由铰的广义坐标（拉格朗日坐标）来描述。这样树系统的位形完全可由所有铰的拉氏坐标阵  $q$  所确定。其动力学方程形式为拉氏坐标阵的二阶微分方程组，即：

$$A\ddot{q} = B \quad (1-1)$$

这种形式的优点是方程个数最少，但方程呈严重非线性， $A$ 、 $B$  矩阵形式相当复杂，程式化时要包含描述系统拓扑的信息，对非树形系统，需求解约束方程。对于需要求出约束反力的系统来说，这种形式反而不理想。在有些文献中，称这种形式为第一类方法（模型）。由于反馈控制变量一般是相对坐标变量，在带控制的多体系统动力学分析中一般采用第一类方法，在传统的火炮与自动武器动力学分析中一般也采用第一类方法。

机械领域是以系统每一个物体为单元，建立固接在刚体上的坐标系，刚体的位形均相对于一个公共参考基进行定义，其位形坐标统一为刚体坐标系基点的笛卡儿坐标与坐标系的姿态坐标，一般情况下为 6 个。由于铰的存在，这些位形坐标不独立，系统动力学方程的一般形式为：

$$\begin{cases} A\ddot{q} + \phi_q^T \lambda = B \\ \phi(q, t) = 0 \end{cases} \quad (1-2)$$

式中， $\phi$  为位形坐标阵  $q$  的约束方程； $\phi_q$  为约束方程的雅可比矩阵； $\lambda$  为拉氏乘子。

式 (1-2) 是一个维数相当大的代数-微分混合方程组。但由于此时方程组的系数矩阵呈稀疏状，可利用稀疏矩阵的特点进行快速数值计算，提高数值算法的效率。在约束方程以约束库形式存入计算机的情况下，这种形式便于对复杂系统的自动建模，适用于大型通用软件的编程，Haug 称之为动力学分析的基本方法。利用该方法可根据需要求出任何约束的约束反力。在有些文献中，也称这种形式为第二类方法（模型）。

将多刚体系统动力学方程拓展到多柔体系统，方程的结构形式也如同上述两种形式。

### 1.1.3 多体系统动力学方程的数值求解

由多体力学方程的结构形式可知，多体力学仿真数值求解的核心通常是对常微分方程初值问题的处理。其公式如下：

$$\begin{cases} \dot{y} = f(t, y) \\ y(t=t_0) = y(t_0) \end{cases} \quad (1-3)$$

求解式 (1-3) 的基本途径有以下 3 种：

(1) 化导数为差商的方法，即用差商来近似代替导数，从而得到数值解序列。具有代表性的是各种欧拉方法。

(2) 数值积分法，将方程化成积分形式，利用梯形、龙贝格、高斯等数值积分方法得到解序列。

(3) 利用泰勒公式的近似求解。典型的方法是各阶龙格-库塔公式。另外，为了充分利用有用信息，进一步提高计算结果的精度，还提出了线形多步法来代替单步法的思想，典型的如亚当姆斯 (Adams) 法和哈明 (Hamming) 法。

由于在方程求解时经常会遇到系统的特征值在数值上相差若干个数量级的情况，描述这种系统的微分方程，称为刚性 (Stiff) 方程。对这种方程的处理必须采用特殊的方法，现在常用的方法有隐式或半隐式 Kunge-Kutta 法、自动变阶变步长的 Gear 法、隐式或显式 Adams 法等，而且对于线性病态系统，还可以用增广矩阵法和蛙跳算法等。

多柔体系统在数值计算时，慢变大幅变量与快变微幅变量的耦合会导致方程严重的病态，这个问题已成为多柔体系统动力学发展的一个“瓶颈”，引起了学者们的普遍关注。Gear 方法被认为是求解刚性微分方程的很有效的办法，但用到多柔体系统动力学方程上有很大的不便，即 Gear 方法需计算方程右端项的 Jacobian 矩阵，这对复杂多柔体系统动力学方程而言，几乎是难以做到的。

## 1.2 多刚体系统动力学模型

随着多体动力学的发展，目前应用于多刚体系统动力学的方法主要有以下几种：牛顿-欧拉法 (Newton-Euler)、拉格朗日方程法、图论 (R-W) 法、凯恩法、变分法、旋量法等。在求解机械系统 (多体系统) 动力学控制方程时，常常 (如 ADAMS 软件等) 采用 3 种功能强大的变阶和变步长积分求解程序，即 BDF、Gstiff 和 Dstiff 来求解稀疏耦合的非线性微分-代数方程。ADAMS 用刚体  $i$  的质心笛卡儿坐标和反映刚体方位的欧拉角 (或广义欧拉角) 作为广义坐标，即  $q_i = [x, y, z, \psi, \theta, \varphi]_i^T$ ， $q = [q_1^T, \dots, q_n^T]^T$ 。采用拉格朗日乘子法建立系统运动方程：