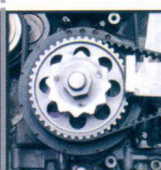
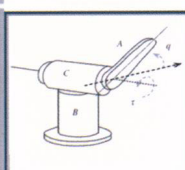
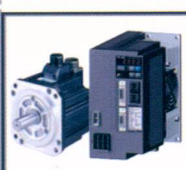


不确定机械问题的 建模与控制补偿

MODELING AND CONTROL COMPENSATION OF
UNCERTAIN MECHANICAL PROBLEMS

王永富 著



不确定机械问题的建模与控制补偿

王永富 著



机械工业出版社

非线性摩擦是一种复杂的、非线性的、具有不确定性的自然现象。为了提高系统性能,必须减小或消除摩擦对系统性能的不利影响,解决摩擦问题对提高机电产品性能具有重要意义。从这一实际出发,本书以摩擦学和非线性控制理论为基础,以非线性摩擦的自适应模糊建模与控制补偿为研究内容,以减小或消除摩擦对机械系统性能的影响为目标,以理论研究和实验相结合为手段,以目前在工程中广泛应用的机械手和医疗设备为应用对象,研究摩擦的智能建模与控制补偿的特性,逐步建立摩擦的智能建模与控制补偿的理论体系,并将研究得出的理论应用于工程实践,力求最大可能降低摩擦所带来的危害及提高设备的控制精度,进而为提高相关企业产品的技术含量做出努力。

本书可作为机电行业的从业人员参考使用,也可用于大专院校相关专业师生的辅助教材。

图书在版编目(CIP)数据

不确定机械问题的建模与控制补偿/王永富著. —北京:机械工业出版社, 2013. 7

ISBN 978-7-111-43243-2

I. ①不… II. ①王… III. ①非线性—摩擦—研究 IV. ①O313.5

中国版本图书馆CIP数据核字(2013)第156760号

机械工业出版社(北京市百万庄大街22号 邮政编码100037)

策划编辑:赵海青 责任编辑:赵海青 刘焯

版式设计:常天培 责任校对:张征

封面设计:张静 责任印制:杨曦

北京圣夫亚美印刷有限公司印刷

2013年9月第1版第1次印刷

184mm×260mm·11.25印张·260千字

0 001—2000册

标准书号:ISBN 978-7-111-43243-2

定价:40.00元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页,由本社发行部调换

电话服务

网络服务

社服务中心:(010)88361066

教材网:<http://www.cmpedu.com>

销售一部:(010)68326294

机工官网:<http://www.cmpbook.com>

销售二部:(010)88379649

机工官博:<http://weibo.com/cmp1952>

读者购书热线:(010)88379203

封面无防伪标均为盗版

前 言

复杂机械系统常常具有强的非线性、不确定性、多变量、强耦合，以及运动变化频繁等特点，动态特性难于用精确的数学模型描述。自适应模糊建模与控制的基本出发点是模仿人的智能以实现对复杂不确定性系统进行有效控制，它具有自学习和适应环境的能力，自动进行信息处理以减少其不确定性，能规划、产生，并能安全、可靠地执行控制作用。因此，自适应模糊建模与控制是解决复杂机械系统不确定性问题的有效途径之一。

非线性摩擦是一种复杂的、非线性的、具有不确定性的自然现象，普遍存在于自然界和机械工程领域。人类目前对这一物理过程的了解尚处在进一步探索阶段，还无法通过数学方法给出完全真实的精确描述。现实生活中摩擦几乎无处不在，在有些情况下，摩擦是人们所期望的，如汽车的制动系统利用了摩擦进行制动。但对于大多数机械系统而言，摩擦却成为提高系统性能的障碍，使系统响应出现爬行、振荡或稳态误差以及其他不可预料的现象。因此，为提高机械系统的性能就必须减小或消除摩擦对系统性能的不利影响，解决非线性摩擦问题对提高机电产品性能具有重要的理论和实际意义。另外，近年来随着数字计算机技术的发展和运用，基于嵌入式操作系统的实时控制在国外得到了快速发展并广泛地应用在通信、军事、航空航天等高精尖技术及实时性要求极高的领域中，如卫星通信、军事演习、导弹制导、飞机导航和火星探测器等。为了推动我国在这些领域的发展与应用，结合工程实际，本书也介绍了嵌入式的实时控制、控制补偿及其在医疗设备开发方面的应用。

本书的写作和出版过程得到了闻邦椿院士、柴天佑院士、东软集团刘积仁和赵宏老师、澳大利亚拉筹伯大学王殿辉老师、东北大学张义民教授和其他老师的热情鼓励和支持，对诸位学者的切实帮助，谨表衷心的感谢。同时，本书得到国家自然科学基金（51275085）、流程工业综合自动化国家重点实验室开放课题、中央高校基本科研业务费人才基金（N110503001）和沈阳市科技基金（F12-175-9-00）的资助，在此一并表示深切的感谢。

本书敬献给东北大学 90 周年校庆

作者

2013 年 3 月于东北大学

目 录

前言

第 1 章 非线性摩擦的基础知识	1
1.1 机械动力学中的非线性问题	1
1.2 非线性摩擦问题	1
1.2.1 摩擦的特性	1
1.2.2 摩擦的危害	2
1.2.3 如何消除摩擦影响	3
1.3 非线性摩擦的建模	3
1.3.1 摩擦的静态模型	3
1.3.2 摩擦的动态模型	7
1.3.3 基于智能系统的摩擦模型	13
1.3.4 基于数据驱动的摩擦模型	13
1.4 非线性摩擦的补偿方法	15
1.4.1 基于传统摩擦模型的补偿方法	15
1.4.2 非模型的补偿方法	17
1.4.3 智能系统的摩擦补偿方法	19
1.5 本章小结	20
参考文献	21
第 2 章 非线性系统的模糊建模方法	27
2.1 常用的建模方法	27
2.2 模糊建模的基本理论基础	32
2.2.1 模糊集合及其表示法	33
2.2.2 隶属函数	35
2.2.3 模糊规则和模糊推理	36
2.2.4 常见的几种模糊系统	37
2.2.5 模糊系统的通用逼近性	39
2.3 WM 算法及需改进的问题	39
2.3.1 WM 算法的主要步骤	40
2.3.2 MW 算法需要改进的地方	43
2.4 iWM 算法及需改进的问题	44
2.4.1 iWM 算法的主要思想	44
2.4.2 iWM 算法需改进的问题	45

2.5	一种新的 DM 算法建立模糊模型	45
2.5.1	提取完备的模糊规则库	45
2.5.2	建立鲁棒模糊模型	48
2.5.3	WM 和 DM 算法仿真对比	48
2.5.4	iWM 和 DM 算法仿真对比	52
2.6	本章小结	54
	参考文献	54
第 3 章	摩擦模糊模型的规则提取与自适应控制补偿	57
3.1	现有摩擦模型的不足	57
3.2	数据挖掘方法建立摩擦的静态模糊模型	58
3.2.1	摩擦实验数据的采集	58
3.2.2	摩擦模糊规则库的提取	59
3.2.3	建立摩擦的静态模糊模型	61
3.3	摩擦模糊模型的自适应机制	62
3.4	仿真实验	64
3.4.1	系统参数选择	65
3.4.2	摩擦建模的模糊规则提取	65
3.4.3	摩擦模糊模型的自适应控制补偿	66
3.4.4	仿真结果与分析	67
3.5	本章小结	69
	参考文献	69
第 4 章	基于两种状态估计的摩擦控制补偿对比	71
4.1	问题描述	71
4.2	机器人模型	71
4.3	PD 输出反馈控制	72
4.3.1	基于高增益观测器的 PD 输出反馈控制	73
4.3.2	基于数字差分的 PD 输出反馈控制	73
4.3.3	两种方法的仿真对比	73
4.4	本章小结	76
	参考文献	76
第 5 章	基于模糊观测器的多摩擦环节建模与控制补偿	77
5.1	问题描述	77
5.2	模糊观测器现状	77
5.3	数学模型	79
5.4	多摩擦环节的模糊建模与状态估计	81
5.4.1	多摩擦环节的模糊建模	81
5.4.2	状态估计与误差系统	82

5.4.3	自适应模糊估计器	83
5.4.4	有界性分析	84
5.4.5	状态估计的仿真	86
5.5	鲁棒自适应控制器设计	90
5.5.1	控制器设计	90
5.5.2	控制器仿真	91
5.6	本章小结	93
	参考文献	93
第6章	非线性摩擦的双调节模糊建模与鲁棒自适应控制	95
6.1	引言	95
6.2	不确定机械动力系统	95
6.2.1	问题描述	95
6.2.2	摩擦模型与补偿	96
6.2.3	摩擦模型的辨识与自适应特性	97
6.3	摩擦的模糊建模与鲁棒控制	98
6.3.1	摩擦的自适应模糊建模方法	98
6.3.2	鲁棒控制器设计	99
6.4	鲁棒性能指标分析	100
6.5	数值结果	102
6.5.1	传统摩擦模型的自适应特性	103
6.5.2	单参数调节摩擦模糊模型的自适应特性	103
6.5.3	双参数调节摩擦模糊模型的自适应特性	108
6.6	本章小结	111
	参考文献	111
第7章	非线性摩擦诱发的自激振动与主动控制	113
7.1	自激振动	113
7.2	摩擦诱发的自激振动	113
7.2.1	一个典型的数学模型	113
7.2.2	摩擦自激振动解析解的争议	114
7.2.3	摩擦自激振动的数值分析	116
7.3	摩擦自激振动的主动控制	118
7.3.1	模糊神经网络建立摩擦模型	118
7.3.2	摩擦自激振动的主动控制理论	121
7.4	数值结果	123
7.4.1	系统参数设置	123
7.4.2	模糊神经网络补偿器的初始化设置	123
7.4.3	模糊神经网络补偿器的自适应参数	125

7.4.4	Coulomb 摩擦诱发振动的主动控制	125
7.4.5	Stribeck 摩擦诱发振动的主动控制	126
7.5	本章小结	127
	参考文献	127
第 8 章	机器人实验系统与模糊控制补偿设计实例	129
8.1	引言	129
8.2	机器人的控制系统结构	129
8.2.1	机械子系统的构造	129
8.2.2	上位机子系统	130
8.2.3	下位机子系统	132
8.2.4	电动机驱动子系统	138
8.2.5	编码器和电动机子系统	139
8.3	机器人的控制方法	140
8.3.1	PD 基础控制	140
8.3.2	模糊补偿控制	141
8.3.3	模糊 PD 控制的实验	142
8.4	本章小结	143
	参考文献	143
第 9 章	多任务实时系统设计与控制补偿及其应用	144
9.1	嵌入式实时系统	144
9.1.1	嵌入式系统	144
9.1.2	嵌入式实时系统概念	145
9.1.3	嵌入式实时系统的特点	145
9.1.4	嵌入式实时系统的分类与调度	146
9.1.5	常见的嵌入式实时操作系统	147
9.2	实时多任务 Linux 操作系统	148
9.2.1	Linux 简介	148
9.2.2	嵌入式 Linux 简介	149
9.2.3	嵌入式实时系统 RTLinux 简介	150
9.2.4	嵌入式实时系统 RTAIXLinux 简介	151
9.3	系统的硬件设计	153
9.3.1	PET/CT 简介	153
9.3.2	PET 机电控制系统	154
9.4	系统的软件设计	156
9.4.1	系统整体结构	156
9.4.2	系统软件设计方法	159
9.5	信息传递过程实例	159

9.5.1	网络传递信息	160
9.5.2	信号量传递信息	163
9.5.3	邮箱传递信息	165
9.6	不确定问题的校正与补偿处理	167
9.6.1	间隙补偿与打滑校正	167
9.6.2	不确定振动的补偿处理	168
9.7	本章小结	170
	参考文献	170

第 1 章 非线性摩擦的基础知识

1.1 机械动力学中的非线性问题

真实的机械动力系统中常常包含各种各样的不确定因素，诸如机械系统中的间隙、非线性摩擦，结构系统中的材料弹塑性影响、构件变形，控制系统中的元器件饱和等特性，使得机械动力系统呈现复杂的不确定性和非线性。实践中，人们经常试图用线性确定模型来替代实际的非线性不确定模型，以求方便地获得其行为的某种逼近。然而，被忽略的非线性不确定因素常常会在分析和计算中引起无法接受的误差，使得线性逼近无法实现。特别对于系统的长时间历程动力学问题，有时即使略去很微弱的非线性因素，也会在分析和计算时出现本质性的错误^[1]。

近年来，伴随着计算机技术、数值模拟和智能控制理论等的进步，非线性动力学在理论和方法上得到了快速发展。在工程科学界，以往研究人员对于非线性问题绕道而行的现象正在发生变化。人们不仅力求深入分析非线性对系统动力学的影响，使系统和产品的动态设计、加工、运行与控制满足日益提高的运行速度和精度要求，而且开始探索利用这些非线性现象造福人类。鉴于动力系统的不确定问题种类繁多，本书把工作重点放在了非线性摩擦的建模与补偿控制的系统理论和方法的研究上，探讨了非线性摩擦的智能建模和自适应补偿控制等方法以及在工程实际中的应用。

1.2 非线性摩擦问题

1.2.1 摩擦的特性

在机械系统中，具有相对运动或相对运动趋势的两个接触面上会产生摩擦。经过长期的研究，人们发现摩擦是一种比较复杂的现象，有很多类型，其特性存在很大的差异。就机械系统中相互接触的滑动表面而言，在润滑状态下，其摩擦力是接触面间相对运动速度的函数。从静止开始加速，摩擦力的变化经历了以下四个阶段：静摩擦阶段、边界润滑阶段、部分流体润滑阶段、全流体润滑阶段，图 1-1 是这四个阶段的示意图^[2]。

第一个阶段是静摩擦阶段，静摩擦力不依赖于速度，它实际上可以认为是由弹性变形所产生的，从控制的角度看，正是这种弹性变形导致了增加的静摩擦力。这种弹性变形称之为滑前位移，尽管滑前位移较小，对于一般工程材料而言仅为 2 ~ 5nm，但对于某些精度要求极高的伺服定位系统而言，它仍然非常重要。从本质上说，静摩擦力并不是真正意义上的摩擦力，而是一种约束力，因为它既不耗能也不是滑动的结果。

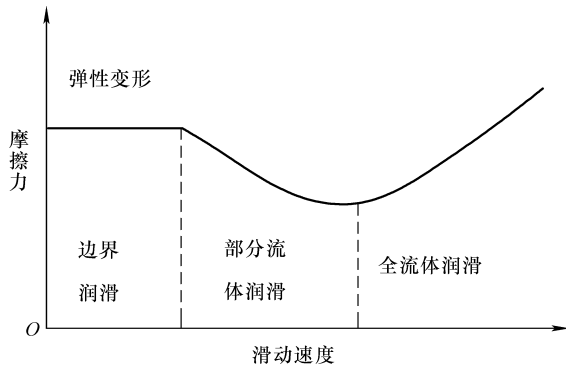


图 1-1 滑动速度和摩擦力的关系

第二阶段是边界润滑阶段，接触表面间的相对运动速度极低以至无法在其表面间建立液体薄膜，摩擦力实际上是由固体间的剪切作用引起的。虽然人们普遍认为这一阶段摩擦力大于后面两个阶段的摩擦力，但这也不是绝对的，因为对于某些物质而言，剪切力未必大于黏滞摩擦力。另外，研究表明边界润滑对 Stribeck 曲线的形状影响非常明显。此外，边界润滑与系统的低速爬行现象也存在着密切的关系。

第三阶段是部分流体润滑阶段，相对运动使接触表面间形成液体薄膜，然而由于法向压力的作用，又使部分润滑液被挤出接触表面，因此仍有部分区域为固体接触。这是最难建模的一个阶段，研究成果表明，在这一阶段“摩擦记忆”现象较为明显。

第四阶段是全流体润滑阶段，液体薄膜完全形成，不再有固体接触的区域，因此摩擦力减小，但随着相对运动速度的提高，黏滞摩擦的作用却越来越明显。

上述曲线描述了摩擦力与速度之间的稳态对应关系，它实际上是摩擦力的静态特性。摩擦力的动态特性非常复杂且具有不确定性，至今尚在研究之中。随着摩擦学的不断发展，人们除了发现上述曲线外，摩擦力还具有时间依赖性，即增加的静摩擦力和“摩擦记忆”的特性。所谓“摩擦记忆”就是接触表面间相对运动速度发生改变时，摩擦力滞后一段时间才会改变的现象。而增加的静摩擦力说明在一定的环境及润滑条件下，最大静摩擦力并非固定值，而是随接触表面间停滞时间的增加而增加，图 1-2 说明了这两种现象。摩擦力还与接触面间的压力有关，当负载增大时，压力增大，静、动摩擦力也随之增大。摩擦特性具有不确定性，它还受接触面的清洁程度、环境温度、湿度等因素的影响。

1.2.2 摩擦的危害

长期以来，机械系统中的摩擦一直困扰着众多的机械学、控制学学者。摩擦的存在降低了系统的性能，特别是对某些系统，如机械手、数控机床、转台以及坐标测量机而言，系统中的摩擦对系统性能的提高构成了严重的阻碍。经过多年理论与实践的研究发现，摩擦对系统性能主要产生如下不利影响：使伺服定位产生稳态误差，使双向运行的伺服系统产生不连续运动，从而引起振动，使高速运行的伺服系统产生较大的跟随误差、降低了跟踪精度，使单向、低速运行产生爬行现象，近年研究发现，摩擦也可以导致系统进入混沌状态。因此为

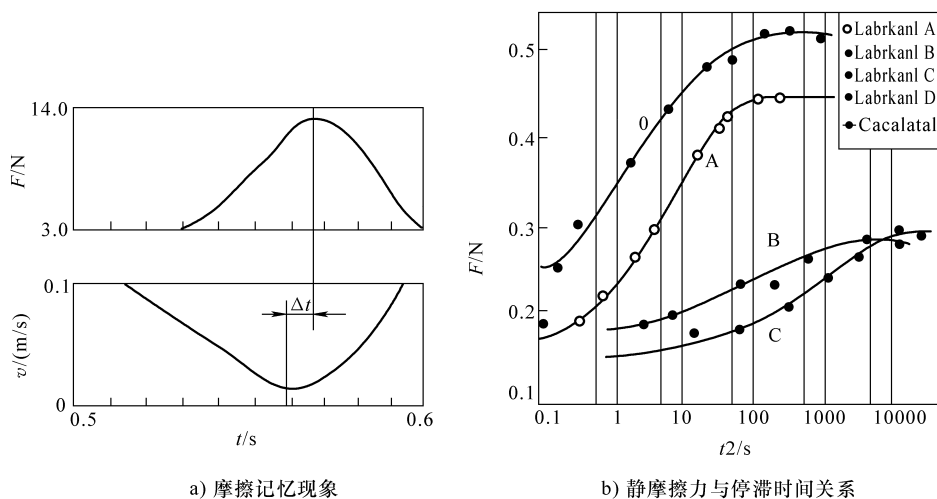


图 1-2 “摩擦记忆”现象与时间依赖性

了提高系统的性能就必须减小或消除摩擦对系统性能的不利影响。

1.2.3 如何消除摩擦影响

为了克服摩擦给系统带来的危害，最直接的办法就是尽量减小系统中存在的摩擦力。例如提高有关机械零件的加工精度、改进润滑条件以及采用高性能轴承，如：气浮轴承、磁悬浮轴承等。然而这些纯机械的方法往往造价比较昂贵，甚至是不可能做到的。因此，有必要寻找其他更经济的方法来减小或消除摩擦对系统性能的不利影响，这些方法一般称为摩擦补偿方法。近年来，摩擦补偿已成为研究的热点，除 IEEE、ASME、AUTOMATICA 等杂志上发表了有关摩擦补偿的论文外，美国控制会议（American Control Conference）还常设了摩擦补偿的专题，每年都发表若干最新研究成果。

1.3 非线性摩擦的建模

对非线性摩擦建立准确的数学模型，无论是从认识摩擦现象，还是从对其进行控制补偿来说都是十分重要的。因此，有关摩擦建模的研究一直非常活跃，到目前为止，已提出的摩擦模型有几十种，主要分为静态摩擦模型、动态摩擦模型、基于数据驱动的摩擦模型和基于智能系统的摩擦模型。已有很多文献对各类摩擦模型和补偿方法分别进行了综述，例如文献 [3-6]。为了便于读者很好地掌握这些摩擦模型，基于上面的文献，下面将控制领域中常用的摩擦模型和补偿控制方法加以分类概述和归纳。

1.3.1 摩擦的静态模型

早期人们根据观测和试验，对摩擦的机理进行了数学描述，建立了摩擦的静态模型。摩擦静态模型是将摩擦力描述为相对速度的函数。

1. 库仑模型

16 世纪早期，达·芬奇在试验观察的基础上，得出了“摩擦力正比于法向载荷，与运行方向相反且不依赖于接触面积”的结论，后来库仑（Coulomb）在达·芬奇研究基础上，将其发展成了库仑模型，摩擦力可表示为下式的形式，如图 1-3a 所示。

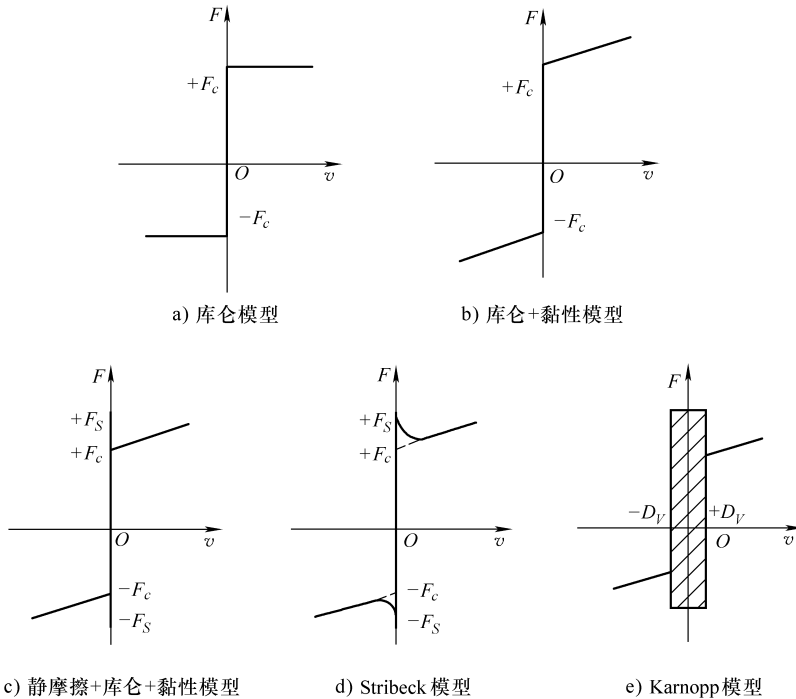


图 1-3 几类摩擦模型的示意图

$$F_f(v) = F_c \operatorname{sgn}(v) \quad (1-1)$$

式中 F_f ——摩擦力；

v ——相对滑动速度；

F_c ——库仑摩擦力， $F_c = \mu |F_n|$ ；

μ ——摩擦系数；

F_n ——法向力；

$\operatorname{sgn}(v)$ ——符号函数。

这是最早的关于摩擦的定义和模型，摩擦力只是速度的函数。库仑摩擦模型局限于非零速下的摩擦，不能够描述速度为零时的摩擦力情况。在速度为零时，摩擦力可以为零或者介于 F_c 与 $-F_c$ 之间的任何值。而且该模型涉及符号函数，使得系统的动力学方程变成了分段函数，从而引入非线性使求解变得非常复杂。

2. 库仑 + 黏性模型

19 世纪，随着流体力学的发展，人们发现液体存在黏性，从而导致了线性黏性摩擦模型的出现，描述为

$$F_f(v) = F_v v \quad (1-2)$$

式中 F_v ——黏性摩擦系数；
 v ——相对滑动速度。

在某些情况下，为了更好地与试验数据相拟合，也可以建立一种与相对滑动速度成非线性关系的黏性摩擦模型，摩擦力可表示为下式的形式

$$F_f(v) = F_v |v|^{\delta_v} \text{sgn}(v) \quad (1-3)$$

式中 δ_v ——取值依赖于应用表面的几何形状。

线性黏性摩擦模型通常与库仑摩擦模型组合使用，进而发展成为另一种简单的库仑 + 黏性摩擦模型，摩擦力可表示为下式的形式，如图 1-3b 所示。

$$F_f(v) = F_v v + F_c \text{sgn}(v) \quad (1-4)$$

3. 静摩擦 + 库仑 + 黏性模型

Morin 于 1833 年又引入了静摩擦力的概念，也就是静止时静摩擦力与外力相互作用的思想。试验发现使系统从零速到达一个稳态速度的力要比保持这个稳态速度所需的力大，即静摩擦力水平要高于库仑摩擦力。所以，静态摩擦力 F_{static} 与外力 F_e 有关，有如下函数关系

$$F_{static} = \begin{cases} F_e, & v = 0, \quad |F_e| \leq F_s \\ F_s \text{sgn}(F_e), & v = 0, \quad |F_e| > F_s \end{cases} \quad (1-5)$$

式中 F_s ——最大静摩擦力。

当 $v = 0$ 时，摩擦力是外力的函数而不是速度的函数，所以采用传统方式以速度为输入、力为输出来描述摩擦力并不是完全正确的。

随着静摩擦概念的引入，形成了至今还广泛使用的经典传统（静摩擦 + 库仑 + 黏性）摩擦模型，摩擦力可表示为下式的形式，如图 1-3c 所示。

$$F_f(v) = F_{static} + F_v v + F_c \text{sgn}(v) \quad (1-6)$$

4. Stribeck 摩擦模型

在上面介绍的摩擦模型均可称为经典摩擦模型，模型中滑动摩擦力都是速度的线性函数，并且静摩擦和动摩擦之间的转换是离散的。但是，Stribeck 在 1902 年试验观察到：摩擦力并不像图 1-3c 描述的那样，当克服摩擦力后不连续地下降，而是在低速下随着速度的增加而减小，呈现为速度的连续函数。这一现象也称为负斜率摩擦现象。Bo 和 Pavelescu 在 1982 年提出了一个指数模型来描述 Stribeck 现象^[7]，表达式如下

$$F_f(v) = F_c + (F_s - F_c) e^{-(v/v_s)^\delta} \quad (1-7)$$

式中 v_s ——Stribeck 速度；

v_s 和 δ ——经验常数。

该模型后经 Armstrong 完善，添加了黏性摩擦项，最后的表达式如下

$$F_f(v) = F_c + (F_s - F_c) e^{-(v/v_s)^\delta} + F_v v \quad (1-8)$$

不同学者对 δ 的取值有不同看法，Bo 和 Pavelescu 将 δ 的取值范围定为 0.5 ~ 1 之间，而其他学者常取 $\delta = 1$ 或 $\delta = 2$ ，当 $\delta = 1$ 时就得到 Tustin 模型^[8]，当 $\delta = 2$ 时就得到 Gauss 指数模型^[9]。Gauss 指数模型与 Lorentzian 模型^[10] 近似等效，Lorentzian 模型的形式如下

$$F_f(v) = F_c \operatorname{sgn}(v) + (F_s - F_c) \frac{1}{1 + (v/v_s)^2} + F_v v \quad (1-9)$$

将式 (1-5) 和式 (1-8) 综合起来, 可以形成一种比经典摩擦模型更为一般的摩擦模型^[3], 表达式如下

$$F_f = \begin{cases} F_f(v) & v \neq 0 \\ F_e & v = 0 \text{ 且 } |F_e| < F_s \\ F_s \operatorname{sgn}(F_e) & \text{其他} \end{cases} \quad (1-10)$$

式中 $F_f(v)$ ——由式 (1-8) 给出。

该模型很好地描述了低速下的摩擦力行为。用一个衰减指数项体现了负斜率摩擦现象。试验已表明指数模型能以 90% 的精度近似拟合该区域的真实摩擦力。图 1-3d 绘制的曲线称为 Stribeck 曲线。该曲线体现了摩擦力与稳态速度之间的对应关系, 也体现了摩擦力的静态特性。该模型表达出了在非常低的速度下, 由于 Stribeck 效应的存在, 摩擦力产生不稳定效应。基于该模型可以研究由摩擦引起的黏滑运动和极限环等现象。

5. Karnopp 摩擦模型

由于前述几个摩擦模型都需要根据相对滑动速度而进行几个方程之间的切换来描述摩擦力, 因此在仿真或控制中需要判断切换点及检查零速, 这是比较困难的。Karnopp 在文献 [11] 提出 Karnopp 摩擦模型, 弥补了该项不足。Karnopp 摩擦模型定义了一个零速区间 $|v| \leq D_V$, 如图 1-3e。 D_V 是零附近非常小的速度值, 根据不同的工作条件而确定。在 $\pm D_V$ 区域外, 摩擦是速度的函数, 而在 $\pm D_V$ 区域之内, 速度则被强迫认为是零, 此时的摩擦力由系统所受的其他外力决定, 其大小等于外力的大小, 但要小于最大静摩擦力, 方向与外力相反, 表达式如下

$$F_f = \begin{cases} F_{slip} = \begin{cases} F_c + F_v v, & v \geq D_V \\ -F_c + F_v v, & v \leq -D_V \end{cases} \\ F_{stick} = \begin{cases} \min(F_e, F_s), & |v| < D_V, F_e \geq 0 \\ \max(F_e, -F_s), & |v| < D_V, F_e < 0 \end{cases} \end{cases} \quad (1-11)$$

该模型的优点是避免了零速度检测问题以及黏滞和滑动摩擦状态方程间切换问题^[12], 但是 D_V 的确定还没有明确方法, 虽然文献 [13] 在 Karnopp 摩擦模型参数的辨识中, 通过图解法估计了 D_V 值, 但该方法受噪声影响较大, 难以实现。该模型的另一个局限性是零速区间的概念和真实摩擦力不相符。该模型目前一般只用于稳态下摩擦力的描述, 不考虑速度变化的情况。

6. 七参数摩擦模型

为了捕捉摩擦的预滑动位移, 可变的静摩擦力以及黏滑等行为, Armstrong 和 Dupont 提出了七参数摩擦模型^[3]。该模型采用 3 个独立的方程分别描述不同阶段的摩擦, 七参数摩擦模型如下:

(1) 黏滞阶段 (预滑动位移)

$$F_f(x) = -K_t x \quad (1-12)$$

(2) 滑动阶段 (库仑 + 黏性 + 有记忆效应的 Stribeck 摩擦)

$$F_f(v, t) = -(F_c + F_v |v| + F_s(\gamma, t_2) \frac{1}{1 + (v(t - \tau_L)/v_s)^2}) \operatorname{sgn}(v) \quad (1-13)$$

其中可变的静摩擦力为

$$F_s(\gamma, t_2) = F_{s,a} + (F_{s,\infty} - F_{s,a}) \frac{t_2}{t_2 + \gamma} \quad (1-14)$$

式中 F_s ——Stribeck 摩擦的幅值;

$F_{s,a}$ ——Stribeck 摩擦前一个滑动阶段末端的幅值;

$F_{s,\infty}$ ——Stribeck 摩擦停止阶段的幅值;

K_t ——静态接触时的切向刚度;

v_s ——Stribeck 速度;

τ_L ——摩擦记忆的时间常数;

γ ——可变静摩擦参数;

t_2 ——零速区的停滞时间。

该模型是一个离散的动态摩擦模型, 7 个参数分别为 F_c 、 F_v 、 $F_{s,\infty}$ 、 K_t 、 v_s 、 τ_L 、 γ 。

1992 年, Plycarpou 和 Soom 报道了其在精确的动态摩擦测量试验中观测到的各种摩擦现象^[14], 七参数摩擦模型均能够定性地预测出这些摩擦现象, 包括预滑动、库仑摩擦、黏性摩擦、Stribeck 效应、摩擦记忆以及可变静摩擦力等。尽管如此, 由于该模型包含 7 个参数, 参数辨识非常困难, 目前还没有一套成型的参数辨识方法。模型中涉及两个状态空间的切换问题, 从物理学角度, 这样的切换是不合理的。因此, 七参数摩擦模型实际应用受到很大限制。

1.3.2 摩擦的动态模型

伴随着对摩擦行为的认识, 人们开发了摩擦的动态模型。动态摩擦模型是不仅仅把摩擦力描述为相对速度的函数, 还包括其他时变参数, 如摩擦力是速度和位移的函数。

1. Dahl 摩擦模型

著名的 Dahl 摩擦模型^[15-16]是为了更好地描述带有摩擦力矩的控制系统发展起来的, 是对动态摩擦特性的最简单描述。通过引入一个内部中间状态变量 z , Dahl 模型定义的微分方程形式为

$$\frac{dF_f}{dx} = \sigma_0 \left(1 - \frac{F_f}{F_c} \operatorname{sgn}(v) \right)^\alpha \quad (1-15)$$

式中 x ——位移;

σ_0 ——刚度系数;

α ——拟合参数, 通常情况下取为 1。

这个模型也可以用下面时域形式来描述

$$\frac{dF_f}{dt} = \frac{dF_f dx}{dx dt} = \frac{dF_f}{dx} v = \sigma_0 \left(1 - \frac{F_f}{F_c} \operatorname{sgn}(v) \right)^\alpha v \quad (1-16)$$

当 $\alpha = 1$ 时, Dahl 模型成为

$$\frac{dF_f}{dt} = \sigma_0 v - \frac{F_f}{F_c} |v| \sigma_0 \quad (1-17)$$

若令

$$F_f = \sigma_0 z \quad (1-18)$$

则式 (1-18) 变为

$$\dot{z} = -\frac{\sigma_0}{F_c} |v| z + v \quad (1-19)$$

当时间 t 趋于 ∞ 时, 由式 (1-18) 和式 (1-19) 给出的稳态摩擦力为

$$F_f = \sigma_0 z = F_c \operatorname{sgn}(v) \quad (1-20)$$

此时, Dahl 摩擦模型退化为库仑摩擦模型。

Dahl 模型是最简单的动态摩擦模型, 理论上容易理解, 是建立其他动态模型的重要基础。该模型是连续模型, 利用切向柔顺行概念将预滑动位移引入摩擦模型, 避免了静态模型中状态切换的不连续问题。Dahl 模型描述了静摩擦下接触峰的弹簧行为, 并且开创性地引入了平均变形的概念, 即用状态变量 z 来描述无数个接触峰的平均变形。该模型的数学特性在文献 [17] 中已被研究, 包括解的存在性和唯一性, 以及迟滞作用等。虽然 Dahl 模型描述了预滑动位移, 也可以预测摩擦滞后, 但是它既没有描述静摩擦力, 也没有捕捉到 Stribeck 效应^[18]。

2. Bliman – Sorine 模型

Bliman 和 Sorine 受 Dahl 模型的启发, 试图将 Stribeck 摩擦加入该模型, 在 Rabinowicz 试验^[19]的基础上提出了 Bliman – Sorine 模型^[20–21]。该模型是一个 2 阶 Dahl 模型, 可以看成两个 1 阶 Dahl 模型的关联。假设摩擦力依赖于速度符号 $\operatorname{sgn}(v)$ 和空间变量 s

$$s = \int_0^t |v(\tau)| d\tau \quad (1-21)$$

Bliman – Sorine 模型还可以通过微分方程来表示

$$\begin{cases} \frac{dx_s}{ds} = Ax_s + Bv_s \\ F_f = Cx_s \end{cases} \quad (1-22)$$

式中 $v_s = \operatorname{sgn}(v)$ 。

1 阶摩擦模型为

$$A = -\frac{1}{\varepsilon_f}, B = \frac{F_1}{\varepsilon_f}, C = 1 \quad (1-23)$$

式 (1-22) 可写为

$$\frac{dF_f}{dt} = \frac{dF_f ds}{ds dt} = \frac{dF_f}{ds} v = \frac{F_1}{\varepsilon_f} \left(v - \frac{F_f}{F_c} |v| \right)^\alpha \quad (1-24)$$

当 $F_1 = F_c$, $F_1/\varepsilon_f = \sigma_0$, $\alpha = 1$ 时, 其形式与 Dahl 模型是一致的。

1 阶模型式 (1-22) 未能描述静摩擦, 因此需引入 2 阶模型