数　　学

拓　扑　学

一般拓扑学　集上拓扑结构在近代数学中可以称得上是俯拾即是、普遍存在的结构。以集上拓扑结构的一般理论为课题的一般拓扑学是近代数学的基础学科之一。它经过大半个世纪的发展，现在已较成熟。除了传统的研究方向外，集论拓扑学与不分明拓扑学是近年来颇引人注目的两个新领域。

集论在六十年代有一个重大突破，这就是 P. Cohen 关于连续统假设独立性的证明以及在这个证明中使用的力迫法。直线上点有多少这种问题已是不可判定的，那么一般拓扑学中更复杂的一些长期未解决的问题也可能属于同样类型。于是用集论方法在适当的集论模型中去考察一些拓扑问题就风行一时，一个现在称作集论拓扑学的领域也就诞生了。这个领域相当活跃。近年来有几个最突出的成果。W. Fleissner 证明正规 Moore 空间猜测(即它为可度量的空间)已归结为某种可测基数存在的问题，这在某种意义上就是集论自身的问题了。特别是他在 CH 下证明了上述猜测不成立。南斯拉夫青年数学家S. B. Todorčević成功地建立了一个集论模型，在这个模型中，S空间即 T_3 遗传可分的非遗传 Lindelöf 空间是不存在的。M. E. Rudin 在集论假设 $V=L$下，证明正规可遮空间可以不仿紧（甚至不可数仿紧)。虽然与集论假设无关，在这里应提及美国女数学家(盲人) C. Navy 的工作，她构造了许多 Paralindelöf 正则空间不仿紧的例子，这是许多集论拓扑学家十多年来一直在积极寻求答案的一个问题。在国内，这方面工作也在开展中。关于 CW 复形可乘性的 J. H. C. Whitehead问题，刘应明曾在 CH 下给出一个简单的充要条件。对这里的 CH 条件，周浩旋从集论角度加以探讨，最近在 MA 下给出了一个充要条件；同时对于有限维情形，无需集论假设也给出了充要条件。当然这些条件都较复杂。周浩旋推广 Hausdorff 间隙为 Lusin 间隙，在 MA+¬CH 下对高基数的 Lusin 间隙存在性得到许多结果。由此讨论了 ω^* ($=\beta\omega-\omega$)的开集构造，给出 $\omega^*\approx\omega_1^*$ 问题的几个相容性解答。关于 ω^*中 Rudin-Keisler 序下与极小元有关的序性态问题，杨守廉等在CH下有若干结果，例如证明没有极小元为其下界的 P 点存在。代牧民引进一类包含 Lindelöf 空间与可分空间的拓扑空间，得到一种相应的基数函数。他研究了这种空间的若干性质与几个包含这个基数函数的基数不

China 需要全本请访问 www.ertongbook.com

等式。蒋继光对 L 不分明拓扑空间中几个基本的基数函数作了研究。

六十年代，L. A. Zadeh 看到模糊性(即不分明性)在识别与判决某些比较复杂系统时，可以比精确性更具优点，依此为背景提出模糊集理论。从纯数学角度看，模糊集的提出丰富了经典的集合概念。作为近代数学基础的集合概念的任何变革都会使数学本身受到深刻的影响。例如许多数学分支可以在这更一般的模糊集的框架上展开研究。当然这只是一种趋势而已，其过程也是漫长的。在这方面，一般拓扑学算是成熟较快的一个分支，现在形成了称作不分明拓扑学的这个生机蓬勃的研究领域。不分明拓扑学发展中的一个中心问题是建立适宜的收敛理论。这方面遇到相当大的困难。现在已经明白，根本的问题还是在邻近构造方面。在不分明拓扑空间中，其邻近构造与传统的邻域系有很大不同。蒲保明与刘应明引进了不分明点的一种定义，建立了它的邻近构造——重域系，从而成功地得到一个完整的 Moore-Smith 收敛理论。他们还对积空间与商空间问题给出较系统的结果。王国俊把重域的补集称作远域，由此展开他的相当一般的拓扑分子格理论。格上拓扑的研究由来已久，现在由于对邻近构造有深一层的认识，诸如收敛理论、一致结构等较深入的结果才能给出。正象通常拓扑学中开集与闭集在应用上各有方便之处一样，远域在某些问题中使用起来是便当的。在重域结构与收敛理论基础上，刘应明与王国俊先后提出了 Q 紧性与良紧性。重要的 Тихонов 乘积定理对这两种紧性都能成立。Q 紧性只对所谓界点集上的网收敛提出要求，而良紧性则是对所有水平上的网收敛同时提出要求。在这种较强要求下，良紧性具有更多的良好性质。这一优点在不分明 Stone-Čech 紧化工作（刘应明)中表现得较充分。国外不分明拓扑的成果也很多，其中以 B. Hutton 为代表的“无点化”流派的工作最具影响。他们关于不分明单位区间的构造，不分明正规性的引入，不分明一致空间理论的建立以及不分明度量化方面的探讨等，都是较深入的工作。最近刘应明将这个流派的成果与重域系思想（这是“有点化”的思想）结合，导出了一般 L 不分明拓扑空间的嵌入理论。在这一工作中，关于具有逆序对合对应的完全分配格上代数性质的探讨是颇占份量的。在不分明拓扑空间理论研究的早期，M. D. Weiss 等就注意到由通常拓扑空间导出的所谓诱导不分明拓扑空间。对这一类较特殊的不分明拓扑空间，国内外作了许多研究。最近 R. Lowen 证明了不分明紧的 T_2 空间，若每个常值函数是开集，则必是诱导不分明拓扑空间（H. W. Martin 给出了另一个较简的证明)。在不分明集论诞生伊始，不分明凸集就因与优化问题关系较密而很受注意。但 L. A. Zadeh 关于这方面的重要成果实际上都缺乏适当的不分明拓扑条件，现已先后由 M. D.Weiss 与刘应明加以完善。

上面提到的集论拓扑学与不分明拓扑学，都可以看作一般拓扑学与其他数学分支交互作用产生的边缘领域。作为较成熟的学科的一个特点就是其边缘地带是最活跃的。这一方面还可以提到的是不动点理论与线段上动力体系这两个相当活跃的方向。江嘉禾最近对多值的准上半连续闭凸映射得出一个不动点定理，推广了 S. Reich 与樊墉的结果。周作领得到了线段自映射的非游荡集等于周期点集的充要条件。

在一般拓扑学的传统课题内，我国工作是不少的。王成堂解决了 P. Bankston 与 R. J. McGovern 关于拓扑分划的一个问题，得到直线上有理点集能够拓扑分划任一自稠密的度量空间的有趣结果。高国士证明了 M_1 空间的拟开、可数双商、闭映射象仍是 M_1空间，这个结果改进了 Borger-Lutzer 及 Gittings 等人的有关定理。高智明利用 σ 局部有限伪基与 σ 闭包守恒伪基对度量化的几个著名结果作了改进。王国俊用正则闭覆盖重新定义了

China

S 闭空间，给出简单的刻划定理并导出许多性质。李厚源与江守礼则用半闭覆盖刻划 S 闭空间，证明 T_2 的 S 闭空间就是紧空间的 θ-S 连续象等性质。杨旭用覆盖语言刻划了任意非空子集的超空间的第一可数性，并对基本空间为正则或 T_1 空间的情形给出超空间的第一可数的充要条件。谢琳指出 E. Michael 关于超空间的基本工作(1951)中一个错误，并正面地证明了基本空间为紧、闭子集超空间为局部紧以及为紧这三条件两两等价。最后我们应当指出，我国东北地区拓扑学工作者(方嘉琳、傅沛仁及其学生们)关子集值映射理论的研究，胡庆平关于序数方程的研究以及王尚志与李伯谕关于定向集最小敛尾子集的结构分析，都是这一时期的工作。

（刘应明）

代数拓扑学与微分拓扑学　二维流形的同胚问题及分类问题早在十九世纪就已经解决。四维以上流形的相应问题是数理逻辑中所谓不可解问题。余下的三维流形的同胚问题最近已由美国伊利诺大学的 Haken 部分地加以解决。他以用计算机解决四色问题而闻名于世。他曾在 1962 年提出一个解决三维流形同胚问题的方法，这个方法不适用于透镜空间，但适用子基本群比较复杂的一大类空间，包括三维欧氏空间中一个扭结的余空间在内。但该文(*Math. Zeit.*, **80** (1962) 89)中有错误，他最近已更正，从而使这类较复杂的三维流形的同胚问题获得解决，同时经典的扭结理论中打结问题也可解决。也就是任给一个纽结，通过 Haken 的算法步骤可以判定它是否是一个不平凡的结。他的方法是给出具体算法来判定这类三维流形中两个流形何时同胚。不过，由子三维庞加莱猜想并没有因此而得到证明，所以同胚及分类问题还有待进一步发展。

微分流形乃至一般的拓扑流形、PL（分段线性）流形的嵌入和浸入问题一直是拓扑学的中心问题之一。关于某一 n 维微分流形能否浸入到 m 维欧氏空间 R^m 的问题不仅与 n 有关，而且往往与具体的流形是什么有关。一个一般的经典结果是 Whitney的，当 $n>1$ 时，任何 n 维微分流形都能浸入到 R^{2n-1}中。长期以来，有一个著名猜想是任何 n 维微分流形都能浸入到 $R^{2n-\alpha(n)}$中，其中 $\alpha(n)$是 n 的二进制展开中 1 的个数。而且这个结果是最好的，再也不能改进了，因为存在流形 X^n，它不能浸入 $R^{2n-\alpha(n)-1}$中。为了证明这个猜想，许多人特别是 Brown 和 Peterson 长期努力未获成功，1981年，Ralph Cohen 仍沿着 Brown-Peterson开辟的途径，加上自己的新创见，终于取得成功。

林文雄证明 Mahowald 在 1967 年的一个猜想：设 S^0 为球而谱，P^∞ 为实射影空间的同纬映象 (suspension) 谱。Mahowald 定义一个映射 λ: $P^\infty \longrightarrow S^0$，则 λ 在mod2 Adams 谱序列上诱导出同态：

$$\lambda_*: Ext_A^{s,t}(H^*(P^\infty), Z_2) \longrightarrow Ext_A^{s+1,t+1}(H^*(S^0), Z_2)。$$

关于Mahowald猜想，林文雄证明的是：对于所有满足 $t-s\geqslant 1$的 s 和 t, λ_* 是满同态。由于Mahowald 还猜想 λ 诱导

$$\lambda_*: \pi_r(P^\infty) \longrightarrow \pi_r(S^0)$$

是 2 准素分量上的满同态，并且这猜想已为 Kahn 和 Priddy 于 1972 年证明(称为 Kahn-Priddy 定理)，所以林的结果可以看成是Kahn-Priddy定理的代数形式。

《自然科学年鉴 1981》报道了林文雄证明 Segal 猜想的 $G=Z/(2)$ 的情形。1981 年 Gunawardane证明 $G=Z/(p)$, p为奇素数的情形。Ravenel进一步证明 G 是循环群的情形。

求球面稳定同伦群是同伦论的中心问题之一。这个问题远未解决，以至有人怀疑它

是否能完全解决。为了计算它，拓扑学家在球面稳定同伦群中引进乘法结构，使之成为环。乘法结构中最通常用的是复合乘积，另外还有碎压乘积和结并乘积。1980年Kochman证明，这三种乘积构成的环(谱)大致是等价的。

（胡作玄）

多复变函数论

多元复变函数是近代数学中发展迅速、联系面广、边缘性强的分支之一。和经典复变函数论不同的是，它目前不仅还远未成熟，而且方法上也根本没有定型。近三十年来，它广泛地使用着微分几何、代数几何、李群、微分方程、拓扑学、群表示论等相邻学科中的概念和方法，不断地开辟自己前进的道路。最近一两年，国际上多复分析的重大成果主要在复几何方面。1980年，长期未决的Frankel猜想由两位美籍数学家肖荫堂、丘成桐解决[1](Mori亦同时独立地解决[2])，他们证明：双截曲率为正的紧Kähler流形一定全纯等价于复射影空间。证明的方法主要是利用调和映射的复解析性。这一定理是经典的黎曼单值化定理在正曲率情况下的多复变推广。在负曲率情形下，肖和丘亦取得了令人注目的结果[3]，他们证明了以下的伍鸿熙猜测：截曲率满足$0 \geqslant K \geqslant -Ar^{-(2+\varepsilon)}$的非紧单连通Kähler流形必全纯等价于$C^n$，此处$r$表流形上对某固定点而言的距离。另一重要成果是肖荫堂利用调和映射的复解析性证明了满足一定条件的负曲率的紧Kähler流形的强刚性，即该流形的复结构由其拓扑结构唯一决定，这些流形包括了全部有界对称域的紧商域[4]。这一定理的证明方法是复几何的，大大简捷于Mostow利用李群讨论类似问题的名著[5]。

我国多复函数的研究始自五十年代华罗庚关于典型域调和分析的工作。他的名著《多复函数论中典型域的调和分析》及他和陆启铿合作的关于典型域调和函数的研究形成了我国多复变函数的独有特色，达到了当时的国际先进水平，至今仍有不小的影响。可惜的是，由于众所周知的原因，我国多复变函数的研究后来被迫长期中断，直到近年来才开始恢复并重新起步。当我们回顾1979、1980这两年的情况时，我们欣喜地看到，我国多复变函数论工作者们已经在不长的时间内取得了令人鼓舞的进展。

近年来我国多复变函数的研究工作大体集中在复几何、齐性域的分类、紧经典群的调和分析、积分表示等几个方面。

华罗庚是我国近代多复变函数研究的奠基人。他关于典型域调和分析的研究有着广泛而深刻的影响，近年来又发展了混合型微分方程的几何理论、边界蜕化的椭圆型方程等有关理论。特别需要提出的是，他在《多复函数论中典型域的调和分析》一书中第一次发现了：对典型域而言，其拉普拉斯算子和与之相联系的一组二阶微分算子具有公共的泊松核。这种现象近年来被国外数学界称为“华算子”，并进行了详细的研究[6]。华本人早在六十年代即提出有必要更一般地探讨这一问题。在他的启发下，钟家庆将此问题与微分算子环的零点定理联系起来，进行了初步的研究[7]。

单复变的基本定理之一是施瓦尔兹引理。它深刻地反映了全纯映射的度量性质与曲率的关系。从各种角度推广施瓦尔兹引理一直是多复变函数论中十分活跃的课题。在我国，陆启铿1958年关于施瓦尔兹引理的工作是传颂一时的突破。近年来陆启铿在这方面又取得了重要的进展。对有界域而言，他利用全纯映射共变导数的估值得到了高阶情况的施瓦尔兹引理[8]。这种推广因为采用内蕴的形式，深刻地反映了Bergmann度量的曲率性质。

China

另一方面，丘成桐于 1978 年曾证明以下形式的施瓦尔兹引理：设 $f: M \longrightarrow N$ 是完备 Kähler 流形到埃尔米特流形的全纯映射，如 M 的 Ricci 曲率有下界 $R_1<0$，N 的双截曲率有上界 $C_2<0$，则 $f^*dS_N^2 \leqslant \frac{R_1}{C_2} dS_M^2$。1979 年，陆启铿与郑绍远、陈志华合作得到了与上述结果互为补充的结果[9]：如 M 的全纯曲率有下界 $K_1<0$，同时其黎曼截曲率也有下界，N 的全纯截曲率有上界 $K_2<0$，则 $f^*dS_N^2 \leqslant \frac{K_1}{K_2} dS_M^2$。这两个结果是目前为止最一般的施瓦尔兹引理。

远在五十年代末期，华罗庚将典型域的调和函数论结合群表示论用于酉群，开创了关于酉群傅里叶分析的研究。这一领域由于龚升在六十年代的一系列工作而大加丰富。龚升曾经研究了酉群上傅氏级数的阿贝耳求和、Cesero 求和、Fejer 求和及各种球求和。近年来，这方面的工作开始扩展到其他经典的紧致群：对旋转群 $SO(n)$ 上的傅里叶级数，其阿贝耳求和由钟家庆作出[10]，而其部分和的狄利克雷核则由龚升完成[11]。最近，在龚升的指导下，他的学生研究了酉辛群等的相应问题。

有界齐性域的分类的基本理论是 И. И. Пятецкий-Шапиро 奠定的，他在六十年代引进 Siegel 域的概念并证明任一有界齐性域均解析同构于齐性 Siegel 域。在我国，坚持进行这一方面研究的是许以超。他在 Vinberg 及 Gindikin 工作的基础上引进了 $\mathcal{N}$-Siegel 域的概念，将 Siegel 域和满足一定条件的矩阵组相对应。他证明，任何齐性 Siegel 域必线性同构于 $\mathcal{N}$-Siegel 域[12]，并计算了 $\mathcal{N}$-Siegel 域的核函数和柯西核[13]。在 $\mathcal{N}$-Siegel 域中较简单的是方型域。许给出了方型域的完全分类[14]，其中包括对称典型域、Satake 定义的拟对称域及 Шапиро 所举的一些例型。对于 Siegel 域可以仿照典型域的情况作它们的形式泊松核，但一般不满足调和方程。许证明，对 Siegel 域而言，其形式泊松核满足拉普拉斯方程的充要条件是该域为对称的[13]。

形式泊松核是否满足域的拉普拉斯算子，是对称域和非对称域的深刻区别的一个表现。如何对一般的 Siegel 域构造其真正的而非形式的泊松核，至今仍是一个未解决的问题。解决此问题的另一途径是一般地研究域的(在解析自同胚群下)不变微分算子环及其通解。在对称域情况下，拉普拉斯算子和群不变微分算子相合，而在非对称域情况下，两者并不相同，前者是后者的一部分。对一般的有界可逆域的不变微分算子环的维数，钟家庆[15]给出了计算的公式。在这工作的基础上，殷慰萍给出一个非对称 Siegel 域的例子，其形式泊松核不满足拉普拉斯算子，但满足某一群不变微分算子[16]。

近年来国内多复变函数论中成果较多的另一方面是积分表示。这方面的工作是由陆启铿和钟同德于 1957 年开始的。钟同德、孙继广这两年取得了不少值得称道的结果。他们先后用不同方法证明了具 Bochner-Martinelli 核的奇异积分的庞加莱-伯特兰转换公式、合成公式及反演公式[17~19]。他们利用这些公式来讨论光滑可定向流形上具 Bochner-Martinelli 核的奇异积分方程及方程组，得到了解的明确公式[20]。这些工作得到国内外同行的好评。

（钟家庆）

[1] Siu Y. T., Yau S. T., *Invent. Math.*, **59** (1980) 189

[2] Mori, *Ann. of Math.*, **110** (1979) 593

[3] Siu Y. T., Yau S. T., *ibid.*, **105** (1977) 225

[4] Siu Y. T., *ibid.*, **112** (1980) 73

[5] Mostow, *Strong Rigidity of Locally Symmetric Space*, Princeton University Press (1973)

[6] Johnson K. D., Korányi A., *Ann. of Math.*,

China 需要全本请访问 www.ertongbook.com

111 (1980) 589
[7] 钟家庆，《数学年刊》，**1** (1980) 359
[8] 陆启铿，*Scientia Sinica*, Special issue **I** (1979)1
[9] 陈志华，郑绍远，陆启铿，《中国科学》,9(1979) 849
[10] 钟家庆，《中国科学技术大学学报》，**9**，1(1979) 31
[11] 龚升，同上，**9**，1(1979) 25
[12] 许以超，《数学学报》，**20** (1977) 248
[13] 许以超，*Scientia Sinica*, Special issue **I** (1979)80
[14] 许以超，*Scientia Sinica*, **22** (1979) 375
[15] 钟家庆，《数学年刊》，**1** (1980) 261
[16] 殷慰萍，《科学通报》，10 (1981) 581
[17] 钟同德，《数学学报》，**23** (1980) 554
[18] 钟同德，《函数论专辑》，科学技术文献出版社重庆分社 (1979)19
[19] 孙继广，《数学学报》，**22** (1979) 675
[20] 钟同德，《厦门大学学报》，4 (1979) 1

常 微 分 方 程

定性理论 平面定性理论在极限环方面取得迅速的进展。继1978年史松龄、王明淑分别证明二次系统(E_2)至少存在四个极限环之后，这方面的发展更加迅速。这里牵涉到细焦点的焦点量的符号问题，它与无限远点的积分曲线的走向关系决定了极限环的个数的奇偶性质。公式推导的计算工作量很大，因此秦元勋、刘尊全、秦朝斌利用大型计算机开展了微分方程公式的机器推导工作，揭露了Баутин的最后一个焦点量V_7的符号是错的。Баутин为便于推导，用了一个坐标轴的旋转，省去了一个参数。但使用时不方便。为此，秦元勋、刘尊全给出了具有六个任意参数的方程的全部焦点量的多项式型的公式，以及相应的Ляпунов函数，其中多项式的项数超过一千项，用于推导，出错的机会极大。这也表明计算机这一新工具引入数学工作的必要性和发展前途无限。

秦元勋、史松龄研究了一个三阶细焦点、一个粗焦点和一个无限远奇点决定全局的结构，蔡燧林省去了粗焦点的条件。结果表述为结构定理：设(E_2)有一个三阶细焦点，在无限远处只有一个简单奇点，则这个方程在有限处还有一个粗焦点，此外没有其他奇点。且绕粗焦点有奇数个(至少一个)极限环，绕细焦点有偶数个(也可能不存在)极限环，总的极限环数为奇数个(至少一个)。多重极限环按重次计算，以记号表示便可写成：

$$\alpha=\text{奇数}\geqslant 1,\ \beta=\text{偶数}\geqslant 0,$$

$$N=\alpha+\beta=\text{奇数}\geqslant 1。$$

由三阶细焦点跳出三个极限环，则有结构

$$\alpha=\text{奇数}\geqslant 1,\quad \beta=\text{奇数}\geqslant 3,$$

$$N=\alpha+\beta=\text{偶数}\geqslant 4。$$

对于(E_2)的$(\alpha,\ \beta)$的研究正在深入。例如蔡燧林证明：设(E_2)只有一个三阶细焦点，再无其他有限奇点，则(E_2)不具有极限环。奇点决定全局性质的例子还有：索光俭证明，对称(E_2)的极限环数不超过2；任永泰证明，有三直线解的(E_2)的全局结构取决于第四个奇点在这三条直线所分的七块区域中的哪一区。奇点决定全局结构的根本理由将在后面的复域理论中论及。

极限环的另一部分的发展是唯一性和唯n性定理。在应用方面，秦元勋、曾宪武证明了著名的Brusselator方程的极限环唯一性和存在性的条件。张棣也作了类似的研究。曾宪武将唯一性定理推到极广的条件，即将Liénard类型的方程的特性曲线的左半，对原点反转，并经平移和提升，如果与右半只有一个交点，则保证了唯一性。

张芷芬作了唯n性方面的研究。

丁荪红将这个结果发展为一般性。即对于特性曲线，如果一个波形可以反转装入下一

China

个波形，则可保证唯 n 性。

曾宪武研究了二拍振荡方程极限环的存在、唯一、稳定性，以及解的无界性。这类方程以其不对称性而显得特殊。

李炳熙研究了负反馈细胞控制系统的极限环的唯一性与稳定性。

周毓柴放宽了 Liénard 型方程存在极限环的条件。黄启宇研究了阻尼对吸引区的影响。黄启昌、杨思勋研究了存在多个极限环的条件。杨思勋特别考虑了“区域分析”的方法，验证了它的结论。

与极限环的存在性有关的分界线环问题方面，丁苏红研究了 I 类方程存在分界线环的条件，并用计算机算出一定的结果，这是计算机用于定性理论的又一途径。

定性方法还可用于其他类型的问题，如秦元勋证明了周期系数的黎卡提方程存在唯二个周期解的条件。丁同仁也研究了周期解存在的条件。

下面转到关于奇点的工作。胡钦训及陆毓麒研究了高次奇点在不定号情形下的定性研究，引入了曲边分解区域的方法，将判定推进了一步。党新益研究了(E_2)在有限处无实奇点的全局结构。谢大来研究了一般(E_2)的无穷远点的拓扑分类。

叶彦谦、罗定军研究了环面上含奇点的系统。陈藻平重新考察了环面上没有奇点的系统，使环面研究又活跃起来。这方面南京大学作了许多工作。

柱面上的研究，多数是结合锁相技术的研究。王联和王慕秋研究了具有正切鉴相特性的二阶锁相环路方程的定性分析和带有强迫项的定性分析等。

井竹君及余澍祥研究了具有扫描的混合环路。余澍祥还研究了二维流形上周期解的存在性。

余澍祥得到一个关于二维流形上的全局性定理：闭 M^2 上定义的动力系统(环面 T^2 上无理流的情形除外)任何正半轨线的不包含休止点的 ω 极限集 $\Omega(C^+)$都必定是 M^2 上无处稠密的。

定性理论的一个新发展是复域的理论。秦元勋证明了一个“有根定理”，即每一曲面M^2的包 $\overline{M}^2$ 上必有奇点(包括无穷远奇点)，这样将全局结构与奇点联系起来。得到了复域中的一次奇点的指数均为＋1 的结论。秦元勋、何弗勤研究了极限曲面的存在，并引入一种几何表示法。叶彦谦在 1981 年 8 月大连会议上报告了复域中的一些例子，以 T 为实 t，得到曲线族。

秦元勋研究了复域中的统一性。

管克英证明了，一般$n\geqslant 3$，则通解函数不存在。何育赞推广了 Malmquist 定理。

动力系统　廖山涛证明了关于$f\in \mathrm{Diff}^1(M^2)$ 时f为Ω稳定的条件的两个重要定理。

丁同仁对 1912 年 G. D. Birkhoff 的一个猜想作出正面回答，即作一个解析的微分方程，使得它有回复而非几乎周期的运动。

林振声对于拟周期系数的线性微分方程组推广了 Floquet 理论，即可经过拟周期系数的线性变换将方程化为常系数。对于几乎周期系数的线性方程组，得到“二分法”可以使用的结论，并推广了 Ляпунов 示性数的概念。用的方法是用周期系数逼近非周期系数，并证明其收敛性质。

流形上的动力系统方面，北京大学的发展很快。廖山涛把 M^2的结果推广到 M^3上。张芷芬肯定地回答了 Gottschalk (1958)问题：在 R^3 上是否存在离散流，使 Antonie 项链恰

China

好是极小集合。董锁喜提出一种具体方法来回答 Maßep 中心外壳有限分解问题。张筑生用了廖山涛的结果，结合 Плыкин 的结果，解决了 Smale 的一个问题。黄文灶解决了Немыцкий 提出的有关极小集合的问题。

运动稳定性　秦元勋、王联及王慕秋对于变系数线性方程组作了研究。首先用实例证明"冻结系数法"与原来的方程的稳定性可以毫无关系。进一步正面给出限制，即当系数缓变到一定程度，"冻结系数法"所得的结论是可用的。

王联用 H. Whitney (1933) 的"拓扑长度"概念，得到"广义 Ляпунов 函数" 的存在性及作法。

王联、王慕秋对于 $n=2$时的 Arnold 问题作了彻底的解答。杨世藩研究了 $n=3$的情形。

肖双发研究了二阶非线性微分方程的零解为全局渐近稳定的充要条件。

刘永清对于大系统在稳定性理论中的分解问题，结合化工自动化作了一系列的工作。

关于泛函微分方程的稳定性理论方面，湖南大学和安徽大学等作了许多工作。李森林得到了"超中立型"稳定性的基本理论。王志成、钱祥征、陈强研究了 Ляпунов 泛函方法。温立志研究了 Разумихин 型定理。郑祖庥细致地分析了泛函微分方程初值问题的存在性，为这类问题作好了基础工作。郑祖庥、黄文纲并研究了"超前型"方程，研究了初值问题的不同的提法，以及存在性、唯一性的保证条件。"超前型"在计划性的经济中是一种常见的现象，因此这种研究有重要意义。

在泛函微分方程方面，廖晓昕对于全时滞的稳定性得到五则简易可用的代数判定的充分准则，在 $n=1$时，近于充要条件。斯力更研究了小时滞的问题。朱思铭研究了鲁利叶型非线性控制系统的绝对稳定性。燕居让、赵素霞在这方面也作了工作。

特征值与边值问题　李翊神研究了全实轴上二阶微分方程的反问题。李翊神和邓诗涛研究了二阶非线性方程边值问题的存在性。梁中超研究了二阶非线性微分方程的无限区间问题和渐近状态。张炳根研究了解的振动性。周毓麟、龚静芳给出边值问题中分歧解的例子。张关泉研究了整体解。管克英结合非线性薛定谔方程作出特征值的研究。

近似解析解　利用计算机由原方程提供更多信息，从而作出近似解析解的新途径，摆脱了小参数的限制，得到广泛的应用。这方面如张锁春、杨思诩求出 Brusselator 极限环的位置与周期的公式，张锁春、管克英、徐元健、俞元洪、常谦顺结合李政道讲学中提出的强子口袋模型的微分方程的未知边界问题，作出了简便的近似解析解。

田克俊对复杂的盘状星系基态方程求出了近似解析解。

沈家琪、卢亭鹤求出了含小参数微分方程的近似解析解。

由于计算机的应用范围越来越广，因此也应注意差分方程稳定性和收敛性的研究。这方面有一些工作。例如丁同仁证明 Gear 差分方法收敛性的充要条件为唯一性。祝楚恒、袁兆鼎研究了差分方程组稳定的条件。

（秦元勋）

偏　微　分　方　程

在自然科学和工程技术的许多分支学科中都出现了偏微分方程，它们反映了物理量关于时间的导数和关于空间变量的导数之间的制约关系。例如连续介质力学、传热学、电磁学、量子力学等学科中的某些基本方程都是偏微分方程。为了认识自然界的基本规律，为

China

了利用这些基本规律来研究复杂的自然现象和工程技术，就必须对偏微分方程的性质及其求解方法进行研究，从而形成了数学中的一门重要的分支——偏微分方程理论。它既有着悠久的历史，又不断地更新和拓展着它的研究对象、内容和方法，始终蓬勃地向前发展。目前这门学科的发展特点，概括说来如下：对线性问题的研究由特殊到一般、由具体到抽象的发展已经历了一个相当长的时期，目前仍在按这一趋势发展；更多地用近代的分析工具(如广义函数、拟微分算子、傅里叶积分算子、超函数等)对线性微分算子作统一的研究和处理；非线性方程的研究重点在数学物理(还有其他领域，如微分几何)中各种形式的非线性问题；发展了各种各样的分别适应于各种类型问题的新方法（如非线性泛函分析、拓扑、变分、微分几何和代数几何方法等)；通过与其他学科的相互渗透与影响，偏微分方程研究的领域不断拓展，新的研究方向及课题不断出现，应用也愈来愈广泛而深入。

在我国，偏微分方程原来是一个空白点。解放后，在党的领导和关怀下，已逐步建设成一支规模较大的队伍，一些老一辈的数学家，如吴新谋等，为培养我国的偏微分方程队伍曾作了积极的努力，研究工作的广度和深度都逐步在发展，在为国民经济服务中也作出了不少成绩。近二年多来，国内的偏微分方程工作者除继续在原有的研究方向上做出深入的成果外，还通过请进来、派出去的办法，加强了与国际间的学术交流，从中学到了一些近代的研究方法，开辟了一些新的研究方向和课题，做出了一批成果。

本文试图对近二年多来国内学者在偏微分方程研究方面的情况作一个简要的报道。主要根据在两次双微会议上的报告以及在一些全国性杂志上所发表过的文章，同时也列入了我们个人所了解的在国外讲学或进修的一些同志的工作结果。限于篇幅，关于偏微分方程的数值解以及具体应用方面的内容概未列入。

1. 椭圆型方程　自然界稳态问题的研究往往归结为各种形式的椭圆型方程。关于线性方程的理论已经相当完全，关于拟线性方程国外也已有一些重要的专著。

具不连续非线性右端项的半线性椭圆型方程联系于多种自由边界问题。张恭庆利用映照度理论及集值映射的不动点理论将问题的解考虑为一集值映射的不动点；他并把现代变分理论拓广到不可微泛函，将问题的解作为此类泛函的临界点来研究。利用这两方面的工具，他研究了解的存在性及其个数，统一和拓广了已有的有关结果，还研究了一类拟线性椭圆型方程的多重解。

丁夏畦、罗佩珠等在对可微函数空间的各种类型的嵌入定理及逆定理研究的基础上，考虑了具强非线性的变分原理，解决了 O. A. Ладыженская 提出过的一个问题，并讨论了其相应的欧拉方程的解的内部正规性。

关于退缩椭圆型方程，国内外已往的工作大都集中在线性的情形。姜礼尚用辅助函数的方法考虑了一类较广类型的二阶拟线性退缩椭圆型方程的非负连续解，并揭示了其可解的条件与线性情形有很大的不同。辜联昆用 Moser 技巧研究了二阶线性退缩椭圆型方程的广义解的极值原理，改进了 O. A. Олейник 的已有结果。

关于拟线性椭圆型方程及退缩椭圆型方程的各种边值问题，董光昌、吴兰成、朱汝金、沈尧天等进行了研究。李明忠、赵祯、闻国椿、方爱农、侯宗义等用解析函数、广义解析函数及奇异积分方程的方法研究一阶、二阶线性及拟线性椭圆型方程组的各种边值问题，得到了解的存在性(或可解条件)及其唯一性(或自由度)。

曹策问就一般的二阶线性椭圆型方程的第一边值问题研究了有界摄动对特征值渐近分

China

布的影响，得到了特征值平均位移的渐近公式。江福汝等研究了椭圆型方程（以及其他类型方程）的奇摄动问题。

2. 抛物型方程　国外对线性及拟线性抛物型方程已有许多研究及若干专著。

国内对退缩抛物型方程的各种边值问题开展了若干研究。伍卓群等对一般形式的二阶拟线性退缩抛物型方程的第一边值问题，研究了用一类积分不等式定义的整体广义解。周毓麟、符鸿源讨论了一类高阶半线性退缩抛物型方程组及伪抛物组的周期边值问题及初值问题，证明了其整体解的存在唯一性。叶其孝、严子谦等对反应扩散方程及拟线性抛物组分别进行了研究。

辜联昆研究了多相 Stefan 问题及带间断系数的抛物型方程的初值问题的解在 $t\longrightarrow\infty$ 时的渐近性态。

3. 双曲型方程　在拟线性的情况，尽管初值充分光滑，解也可能在有限时间内产生奇性(在气体力学的情形，要产生激波)，这导致间断解的研究。

在一个空间变量的情形，在局部间断解的理论方面，李大潜、俞文鼓继续对一般形式的拟线性双曲组的各种边值问题及不定边界问题进行了研究，得到局部可解的充要代数条件，并用于构造局部间断解。D. G. Schaeffer 前不久用 Nash-Moser 定理证明的关于曲边绕流问题的结果，不仅早已为谷超豪等所得到，而且可以作为上述结果的一个特例简便地得到证明。在守恒律双曲组的整体间断解的研究中，张同、肖玲、林龙威、应隆安、王靖华等在气体动力学方程组的初等波的干扰、气体力学方程组的整体广义解存在性以及非齐次方程组的广义解的存在性等方面进行了研究，改进和推广了国外学者的有关工作。李邦河等在单个守恒律方程的情形，研究了激波的定性性质及大范围分布等问题。

在多个空间变量的情形，陈恕行讨论了拟线性对称双曲组的初边值问题的局部可解性，并指出了它在气体力学中的应用。特别在固壁边界的情形，改进了 D. G. Ebin 的结果。

整体经典解也得到了进一步的研究。谷超豪首次研究了闵可夫斯基平面到完备黎曼空间的调和映照问题，相应的半线性二阶双曲组的右端非线性项是一阶导数的二次函数。在应用微分几何的方法建立有关的先验估计式的基础上，证明了这问题对任何二阶可微的初值恒存在整体经典解，并指出了这结果在理论物理中的应用。

4. 混合型方程及正对称方程组　混合型方程的研究虽已有较长的历史，但在多变量的情形国外结果还不多，且只限于在线性情形下讨论唯一性和广义解的存在性。

华罗庚从微分几何及多复变函数论出发，研究了线性混合型方程及退缩椭圆型方程，得到值得注意的现象和结果。他的一些学生在他工作的基础上对一些具体问题进行了研究，并得到了解的明显表达式。

谷超豪运用由 K. O. Friedrichs, P. D. Lax 等人所创立并经他本人作了发展的一阶线性、拟线性正对称方程组的可微分解理论，继续对一类二阶多自变量线性混合型方程进行研究，得到了一大批可解的边值问题的经典解的存在性，了解到 C^∞ 解和 C^s 解的存在性问题在本质上的区别，还得到了一类拟线性混合型方程的边值问题的解的存在性。洪家兴对退缩面为特征面的一般混合型方程的边值问题得到了完整的结果。

许政范将正对称方程组的理论拓广到高阶线性方程组的情形（包括能量不等式的建立及强弱解一致性的讨论等），并应用于混合型及复合型方程。

China

孙和生详细研究了 *abc* 方法对二自变数的二阶混合型方程各种边值问题的应用，并具体应用于具混合高斯曲率的曲面的无穷小变形问题。

5. 非线性波方程　由于与孤立子问题的密切联系等原因，非线性波方程的研究工作的开展得到了推动。

屠规彰、秦孟兆发展了对称函数的方法，用来研究非线性发展方程的无穷小不变变换群和守恒律的关系。对一类特殊形式的非线性发展方程确定了守恒律的个数，证实了 Kruskal 和 Miura 在 1970 年的预测。

彭家贵、田畴、李翊神将陈省身提出的某些重要的发展方程可以作为某种李群的结构方程的思想作了具体的研究和实现。

对某些非线性薛定谔方程（组）的定解问题，周毓麟、郭柏灵等研究了整体解的存在性。

对二自变量的拟线性双曲-抛物耦合方程组，李大潜、俞文鼓、沈玮熙研究了它的各种边值问题及不定边界问题，给出了局部可解的条件，并据此在一般情形下证明了C. M. Dafermos 关于不完全抛物阻尼不能使"粗糙"初值光滑化的猜测。王俊禹对一类特殊的双曲-抛物耦合组得到了整体解的存在性。

6. 线性微分算子理论　王光寅等拓广了 F. Trèves 关于偏微分方程初值问题唯一性中的离散现象的结果，并研究了初值问题存在性中的离散现象。王传芳对混合问题的存在性得到类似的结果。邱佩璋等从基本解的定性性质的角度考察了同一问题。

王柔怀提出了 Maslov-Arnold 指标的另外的构造方法。齐民友、仇庆久分别研究了某些奇异拟微分算子的性质。唐贤江用拟微分算子的工具建立了椭圆边值问题的 L^p 可解性。

7. 分布参数系统的最优控制　宋健等研究了人口分布问题中的最优控制问题。

对含有狄拉克函数右端的抛物系统的一类最优控制问题，李大潜、史树中决定了由 J. L. Lions 所引入的一类新函数空间的特征。在证明了某些非局部边值问题的极限性态的基础上，李大潜考察了这类最优控制问题的解的迫近问题。庞之垣、姜礼尚、王耀东对相应的半线性系统研究了另一类最优控制问题。

毕大川研究了二阶椭圆型和抛物型方程的非线性非局部边值问题及其在最优控制中的应用。李训经、姚允龙研究了在控制区域不具凸性时的分布参数系统的时间最优控制问题。

（谷超豪　李大潜）

数　理　统　计　学

相对于其他许多数学分支而言，数理统计学这个数学分支是比较年轻的。不少人认为它形成和被公认为一个数学分支是在本世纪四十年代 H. Cramer 的著作*Mathematical Methods of Statistics* 问世的时候。就我国情况说，早期从事这门学科的研究并取得显著成绩的，有已故的许宝騄教授。在三十至四十年代，他在多元分析、统计推断、线性模型等方面作出了许多重大结果，尤其是在多元分析方面的贡献，对奠定和推进这门学科起了重要作用。但在解放前，除了许宝騄这样个别杰出的学者外，数理统计学在国内的基础很薄弱，研究的人极少，以致直到解放后若干年内，国内除个别大学外，物色这方面教课的人也很困难。解放以来，这种落后状况有所改变，但由于上述历史原因及多种因素的干扰，进展

China 需要全本请访问 www.ertongbook.com

还不够快，特别在队伍的质和量上，都亟待提高和发展。

自1949年中华人民共和国成立到1966年，国内在数理统计方面的工作较重要的有：许宝騄关于特征函数与矩的关系的工作，他所领导的讨论班在变叙的极限分布及试验设计方面的工作，张里千关于 Колмогоров-Смирнов 统计量方面的工作，张里千和刘璋温等有关组合设计的工作，以及成平关于极小极大化估计及其容许性方面的工作。此外，本文作者也作过关于极小极大化估计及区间估计存在性问题方面的工作。这些工作大体上可与国际上同类工作相比，特别是张里千的工作，在当时受到国际上一定的重视，问题在于这些工作的面不够广，涉及人数也较少。

在说明了上述历史情况后，下面把近两年来国内在数理统计方面的较重要成果，作一综合性的简略介绍。

在估计的容许性方面，成平、吴启光和李国英研究了线性模型误差方差及二阶矩的二次型估计的容许性，在平方损失及某些具体的设计矩阵之下，找到了二次型估计容许性的充要条件，在较一般的情况下找出了一些充分条件。

在估计的大样本理论方面，成平研究了有关极大似然估计的一些问题，得到指数族参数极大似然估计存在唯一性的充要条件，讨论了极大似然估计在 Cramer 意义下和在 Bahadur 意义下的渐近有效性问题。卢昆亮也在这方面作出了一些结果。陈家鼎研究了截尾样本的极大似然估计问题，讨论了其相合性等大样本性质。

在参数估计的其他方面，成平和李国英讨论了达到 C-R 型下界的充要条件，以及相合无偏估计与 C-R 型下界的关系。陈桂景和陈希孺证明了对均匀分布族$\{R(\theta, C\theta): 0<\theta<\infty\}$，$\theta$ 的无偏方差一致最小估计不存在。卢昆亮和赵林城研究了双边截断型参数的无偏方差一致最小估计问题，得到了这种估计存在的充要条件，卢昆亮并讨论了其与 Bahadur 渐近有效性有关的问题。

在多元分析方面，张尧庭将通常相关系数的概念推广，提出了“广义相关系数”的概念，并举出了它的一些应用。张尧庭还针对多元线性回归分析中选择自变量的问题，提出了一种他称之为“双重筛选”的方法，比通常逐步回归法更为合理。张尧庭与卞国瑞研究了多元线性模型中期望值参数向量的诸分量之间是否存在某种线性关系的检验问题，在协方差矩阵的种种假定之下导出了广义似然比统计量，它们都是非中心 Wishart 矩阵的特征根的简单对称函数。邹新堤与张尧庭讨论了相互独立但不必同分布的随机变量均值函数的极限分布，所得结果对解决在统计上出现的极限分布问题有用。

线性模型是很重要的一类统计模型。陈希孺、陈桂景、赵林城、白志东等研究了这种模型的大样本理论，得到一系列的结果。比较重要的有：陈希孺在误差服从高斯-马尔可夫条件及误差的 r 阶矩存在(对某个 $1\leqslant r\leqslant 2$)的情况下，得到了回归系数最小二乘 (LS)估计强收敛的充分条件，且在很一般的条件下证明了：若 LS 估计不为弱相合，则别无其他的线性弱相合估计。陈桂景(与美籍统计学家黎子良等一道)得到了 LS 估计强收敛的一个很一般的充分条件，基本上包括了现在这方面已知的全部结果。陈希孺和赵林城在随机误差独立但不必同分布的情况下，得到了基于残差平方和的误差方差估计 σ_n^2 的强收敛的充要条件，改进了 Gleser 1966 年的工作。陈希孺得到了 σ_n^2 (经过标准化) 依分布收敛于 $N(0, 1)$ 的理想速度 $O\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right)$。这个工作改进和推广了许宝騄在 1945 年的一项重要工作，

China

也远超过了 Schmidt 在 1979 年达到的结果。白志东和赵林城补足了陈的工作中的一个问题并有所发展。

U 统计量是很重要的一类非参数统计量。陈希孺在核的非整数阶矩有限的情况下，得到了 U 统计量强收敛的最佳速度，改进并完成了 Serfling等1973年的工作。他还在同样的条件下建立了 U 统计量与 Von-Mises 统计量的一个有力的联系公式，并以此为工具证明了后者的分布以 $O\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right)$的速度收敛于 $N(0,\ 1)$。赵林城在核的 $2+\delta(0<\delta<1)$ 阶矩有限的条件下得到了 U 统计量分布收敛于 $N(0,1)$的最佳速度 $O(n^{-\delta/2})$。林正炎把这方面的结果推广到非同分布变量的情况。陈希孺将 U 统计量的方法用于带多余位置-刻度参数的非参数两样本检验问题，提出了一个具有良好大样本性质的检验。他并且研究了线性置换统计量依分布收敛的速度问题，得出了若干结果。

赵林城研究了一维离散型分布族参数在平方损失下的经验 Bayes估计，提出了几种截断型估计并得出了其收敛速度。赵林城还举反例推翻了 P. E. Lin 1972 年在这方面的一个结果。

在试验设计方面，项可风利用 Srivastava 在 1975 年提出的“搜索设计”的概念，研究了从正交试验出发，去给出搜索一阶交互效应的序贯设计方案。他也提出了一种在正交试验方案基础上增加或减少一些试验时所得到的非正交数据的处理方法，证明补插数据迭代过程的收敛性，简化了非正交数据的计算。另外，在 $\lambda=2$ 的差集型正交表构造方面，增山元山郎在1969年曾给出构造奇素数水平的一般方法。刘璋温和蒋声简化了增山的方法，而项可风给出对一切素数及素数幂构造这类表的简化方法，例如，由此法可给出 $L_{162}(18\times 9^{18})$ 的表。

（陈希孺）

控 制 理 论

控制理论原本是自动控制理论，是技术科学的理论部分。由于它用到的数学工具很多，其中一部分属应用数学。这里将不全面评述控制理论，而仅简略评述其中有较多数学成分的工作。

1980年在阳朔召开了我国控制理论的第三次学术交流会。1981年在我国自动控制学术界有两件大事：8 月在上海开的中美双边控制系统交流会与在日本京都开的国际自动控制联合会第八届大会。在中美双边控制系统交流会上，美方来了二十余位学者，我方提出了六十篇学术论文，其中三十篇是控制理论方面的。在第八届国际自动控制联合会上，我国被选中在大会上宣读的论文有十六篇，从质与量上表现了我国的水平。十六篇中有十五篇属于控制理论及其应用方面，分别说来，有分布参数系统三篇，线性系统二篇，自适应控制理论与应用三篇，非线性系统二篇，随机控制、矢量值指标最优控制、微分对策、实现理论与模糊控制各一篇。

在国际上，去年出版了新期刊《最优控制，应用与方法》(*Optimal Control, Applications and Methods*)，由 B. L. Pierson 主编，John Wiley 公司出版。

下面仅从应用数学的角度略论线性系统理论、非线性系统理论、系统辨识、分布参数系统、实现理论等几个方面国内外的进展。

China

关于多输入多输出的线性系统的研究，是近年有关线性系统研究的主要方向。美国 *IEEE Transactions on Automatic Control* AC-26 卷第 1 期是关于线性多变量控制系统的专号，其中强调了三个方面：数值方法、代数观点的推广与 robust 控制。特别在推广的代数观点中，模取代了矢量空间，在有理函数域 $R(s)$ 中取元的传递函数阵则成了在多项式环 $R[s]$ 中取元的阵或微分算符的阵。

E. W. Kamen 和 K. M. Hafez 依据 Kalman 早在六十年代引入的模结构建立线性时变离散时间的系统的代数理论，用半线性变换刻画出系统的能达性与状态反馈等。

多变量线性系统理论中另一有趣结果是 R. W. Brockett 和 C. I. Byrnes 把单变量情形在工程上用之有效的根轨迹与 Nyquist 稳定性自然地推到多变量情形上来。这里不把 Nyquist 图画在复平面即黎曼球上，而是画在格拉斯曼空间中；这后者乃是指一个 $m+p$ 维空间的所有 m 维子空间所组成的集，这里 m 是系统输入个数，p 是输出个数。这里的曲线是指 mp 维空间中的曲线。反馈增益 k 对应于一个 p 维子空间，即一对偶格拉斯曼空间中的点。用代数几何的初等思想能叙述出一种推广的 Nyquist 定理，把反馈后的右半平面极点个数和反馈前的个数与一个环绕数目关联起来。根轨迹的增益是 $m+p$ 维空间中所有 p 维子空间所形成的空间中的一个点，而根轨迹则是由一切可能闭环极点所组成的点集。如果增益数目 $mp \leqslant n=$极点数，那末一般象单变量情形的渐近分析($k \longrightarrow \infty$)成立。

国内关于线性系统的工作不在少数，现只介绍两个方面。一是利用特定的横山标准型讨论了状态空间描述与微分算符描述之间的关系，讨论了化成标准形的过程、系统分解、实现问题、极点配置以及用状态反馈实现系统的能抗干扰性与稳定能抗干扰等问题，给出了线性定常系统的计算机辅助设计的一些算法。做了这方面工作的有韩京清、许可康、王世林等。另一方面是内模原理的频域形式及有关工作。王恩平、王朝珠先给出了单输入单输出的结果，然后用多项式阵理论讨论了多变量的定常线性系统的内模原理的频域形式，给出了系统结构稳定综合的存在性及设计方法，说明了闭环系统传输零点的作用。涂奉生、齐寅峰详细讨论了多项式阵外斜互质的性质，在此基础上研究了多变量定常系统的输出调节问题与 robust 控制的问题。陈文德研究了干扰模型扰动后内模原理的新形式，引入“输出输入静差比为无穷小”的概念，用多项式阵方法得出它的充分必要条件，较便于应用。

在国外，非线性系统研究中的微分几何方法得到继续发展，并且日益着重给出有实际意义的结果。例如，H. Hermes 利用李理论解决了通过求控制 u 使非线性系统 $\dot{x}=X(x)+uY(x)$ ($|u| \leqslant 1$)强(渐近)稳定的问题，并且给出了求得反馈控制 $u(t;\ q)$ ($0 \leqslant t \leqslant \varepsilon,\ \varepsilon>0$给定；$q$是现时状态)的算法。近年国外有许多工作试图用现代数学工具推广线性多变量控制理论中的思想，例如用微分几何方法讨论非线性系统的能控性、能观测性等结构属性。另外则是推广 Wonham 的思想，用反馈处理非线性系统的干扰解耦、非相互作用等问题。我国秦化淑与日本平并一正则用分歧理论与突变理论讨论非线性系统的行为。

分布参数系统方面发表的文章很多。有关稳定性与稳定化方面，A. J. Pritchard 和 J. Zabczyk有一篇综述性文章(*SIAM Rev.*, **23**, 1 (1981) 25)，其中主要结果是关于线性系统的。我国冯德兴、朱广田、胡顺菊、刘嘉荃、王康宁、吕涛、邹振宇则较细致地讨论了线性系统的极点配置问题。

J. L. Lions 于 1981 年在上海复旦大学讲学，在讲义中介绍了分布参数系统的分析与控制，其中讲到近年所研究的一些新问题。其中一个问题是控制只在某点附近起作用的点

China

控制问题，李大潜为此研究了有关的函数空间的属性。

我国学者在分布参数方面还有许多其他工作。例如宋健、王浣尘、于景元、李广元的人口控制动力学和预测估计，李训经、姚允龙的分布参数系统的时间最优控制问题，毕大川、朱广田的核反应堆最佳功率分布控制。

在系统辨识方面，外国学者 K. J. Åström 与 D. Q. Mayne 继续研究 ARMA 过程的辨识问题，给出了这类过程参数递推估计的新算法。我国陈翰馥、王秀峰、卢桂章、王治铭、钟延炯、李白男对系统辨识提出了新算法并证明其收敛性。此外还有一些应用性工作，如张志方、马润津、冯雅君把系统辨识试用于中医脉象识别和胎儿性别预测，胡仰曾、陆吾生关于闭环多元随机系统中辨识试验条件的设计。

Kalman 所开创的有穷维线性系统的实现理论的研究已大体成熟，现在主要是从事非线性系统的实现。特别是 B. Jakybczyk 解决了一般非线性系统的实现的存在与唯一性。我国在无穷维系统的实现方面有伍镜波的工作。

（关肇直）

China

天 文 学

太 阳 物 理 学

峰年观测 目前正值太阳活动第21周的峰年。这是一次比较强的峰年。世界各国太阳物理工作者积极进行观测，已经取得丰硕成果。1980年2月14日发射的"太阳峰年使命"(SMM)人造卫星[1]目前仍在轨道上运行。它的γ射线光谱仪多次记录到太阳的γ射线爆发，例如1980年6月21日的爆发，能量高达50 MeV，它比硬X射线爆发迟几秒钟[2]。SMM装载的紫外光谱和偏振仪，通过紫外发射线 CⅣ 1548 Å 的塞曼效应，测量黑子上空过渡区的磁场[3]。SMM 还进行太阳的硬X射线单色像和日冕仪观测。遗憾的是，SMM 的定向系统于 1980 年 11 月发生故障，至今尚未修复，这使太阳耀斑光谱观测不得不停止进行。

气球观测也取得新成就。在1980年 6 月27日，以迄今为止最好的能谱分辨率 (≲1 keV) 和时间分辨率 (～8 毫秒)，记录到一次强烈的太阳X射线爆发，它的幂律谱分布很陡[4]。

美国大熊湖天文台视频磁象仪发现四个耀斑有磁瞬时现象[5]。该台还测出 1980 年 7 月 1 日白光耀斑连续光谱的强度分布，并证实蓝区连续光谱的存在[6]。

南极测日 太阳的脉动是当前太阳研究的主要课题之一。近年来围绕 2 小时40分钟的长周期振荡是否存在的问题，展开了激烈的争论。由于这个周期太长，一天测不了几次，并且在一个周期中太阳在天空移动了 40 度，大气折射和仪器照射情况都有较大变化，为了澄清这个问题，最好是接连几天监视太阳，而太阳在天空中基本上不动。就地面观测来说，这个条件只有在极区的永昼期间才能实现。在 1979 年底和 1980 年初，美、法联合观测队于南极阿蒙德森-斯科特(Amundson-Scott)观测站用特制的光电分光光度计监视太阳光谱的 $Na\ D_1$ 线。结果并未发现 160 分钟的振荡周期，可是证实了 5 分钟振荡有复杂的精细结构，它包含三十多个分离的周期，其数值在 3.7 至 6.7 分钟范围内[7]。

VLA 的耀斑观测 用美国甚大天线阵 (VLA) 进行耀斑观测，空间分辨率最高可达 0.2 弧秒。1978 年 7 月 15～18 日发现五个耀斑在极大期间都各受一个单源的支配，源的尺度约为 12～18 弧秒，位于磁中性线附近，在 Hα 亮点之间。这可用磁力线再连模型来解释。此外，用 VLA 还可以在 15 和 23 千兆赫频率处描绘出太阳爆发的二维图像[8]。

太阳大气中的波动 磁流体波在等离子体中的传播，对太阳大气(尤其是日冕和色

China

球)的加热和结构有密切关系。新近的观测发现，太阳大气中确实有波动在传播。例如"轨道太阳观测站"(OSO-8)测出 C Ⅳ 1548 Å 和Sc Ⅱ 1817 Å 两条发射线的宽度和多普勒位移有周期性的变化[9]。更有趣的是美国基特峰天文台用 512 通道磁象仪发现，在边缘耀斑出现前，一个环状日珥同时呈现出径向和扭曲的振荡，周期约为 75 秒。这也许是磁力线管扭折不稳定性的表现[10]。

日珥的连续光谱、速度场和向量磁场　苏联 53 厘米日冕仪配合光电磁象仪，测得日珥连续光谱的强度约为太阳连续光谱强度的 10^{-5}～10^{-6}[11]。美国沙克拉门托峰天文台太阳塔用透过带宽度为 0.3 Å 的 Ca Ⅱ K 滤光器在 $\lambda_K+0.15$ Å 和 $\lambda_K-0.15$ Å 同时拍到的两张日珥单色像将它们进行像减，得出日珥的速度场分布图[12]。此外，安装在该台的斯托克斯参数测量仪，对许多日珥的 D_3 发射线同时测出四个斯托克斯参数的轮廓，由此可以计算日珥的向量磁场[13]。

太阳半径可能的长期变化　艾迪 (Eddy) 等[14]根据格林尼治天文台子午仪 1836～1953 年的长期观测记录，指出 1840 年以来太阳半径不断缩小，每世纪变化约 0.1%。他们认为，扣除收缩所释放的位能，太阳核反应提供的能量会少于我们测出的太阳辐射，这样有助于解决太阳中微子短缺问题。这个学说问世后引起激烈争议。有人用历史上与当代的水星凌日和日全食记录进行论证[15, 16]，认为不存在太阳的长期收缩。也有人从日全食带边缘位置的精确测定，推算太阳的半径，由此求得太阳半径在 264 年中缩小了 0.34±0.2 弧秒[17]，折合成每世纪相对变化为 0.013%，这比艾迪等提出的太阳收缩率小了一个数量级。

耀斑理论　耀斑研究是当代太阳物理的尖端课题之一。长时期来，太阳物理工作者普遍认为，耀斑的巨额能量由磁能转化而来。但最近赤祖文俊一(S. I. Akasofu)对此提出异议[18]。他由太阳风与磁层的相互作用，研究磁层的能量输入与输出，发现磁层亚暴由一种发电机过程引起，能量不断输入与输出，而没有磁能积累与突然释放的过程。磁层亚暴与耀斑甚为相似，他认为耀斑爆发也可能是这样的。　　(叶式辉)

[1] Svestka Z., de Jager C., *Space Sci. Rev.*, **26** (1980) 317
[2] Reppin C. *et al.*, *Bull. Amer. Astr. Soc.*, **12** (1980) 891
[3] Henze W. *et al.*, *ibid.*, **12** (1980) 896
[4] Lin R. P. *et al.*, *ibid.*, **12** (1980) 892
[5] Zirin H., Tanaka K., *Big Bear Solar Obs. Publ.* No. 203 (1981)
[6] Zirin H., Neidig D. F., *ibid. Publ.* No. 202 (1981)
[7] Grec G. *et al.*, *Nature*, **288** (1980), 541
[8] Marsh K. A. *et al.*, *Astrophys. J.*, **242** (1980) 352; **240** (1980) L111
[9] Athay R. G., White O. R., *Astrophys. J.*, **240** (1980) 306
[10] Malville J. M., Schindler M., *Solar Phys.*, **70** (1981) 115
[11] Кучми О., Никольский Г. М., *Письма в Астр. Жур.*, **7** (1981) 183
[12] Engvold O., *Solar Phys.*, **70** (1981), 315
[13] Querfeld C. W. *et al.*, *Bull. Amer. Astr. Soc.*, **12** (1980) 792
[14] Eddy J. A., Boornazian A. A., *Phys. Today*, **32** (1979) 17
[15] Wittmann A., *Solar Phys.*, **66** (1980) 205
[16] Parkinson J. H. *et al.*, *Nature*, **288** (1980) 548
[17] Dunham D. W. *et al.*, *Science*, **210** (1980) 1243
[18] Akasofu S. I., *Solar Phys.*, **71** (1981) 107

行 星 天 文 学

金星　1978 年 5 月 20 日发射的"先驱者-金星"12 号，在 1992 年以前将始终处于以金星为中心的轨道上。它已向地球发回了一千多张金星云的紫外像，并用雷达波长拍摄

China 需要全本请访问 www.ertongbook.com