山 西 省

高等院校科研论文选编

（摘 要）

1977—1979

（山西大学部分）

一九八〇年十二月

China 需要全本请访问 www.ertongbook.com

目　　录

一个具有内部相对论性的介子模型和层子的质量问题……（1）

Hellmann-Feynman定理在化学键研究中的应用——双原子键的三中心静电模型……（2）

具有负透镜激光棒中的分布孔径效应：一种讨论……（5）

笼头菌科新属和新种……（8）

矩（方）形激光波导共振腔的耦合损耗……（8）

时间序列周期分析的逼近方法……（10）

汉字的概率分布及其熵值……（15）

中国灰锤菌属二新种……（18）

影响超导体临界温度的某些结构因素……（19）

固态络盐的力能特性……（20）

山西、河北、宁夏新双星藻科藻类（Ⅰ）……（22）

山西、河北、内蒙古双星藻科植物资料（Ⅱ）……（23）

几种分光光度法测定铌的方法比较……（23）

灰锤科的六个新种……（26）

鬼笔属一新种……（27）

光泵谐振法检验激光谐振腔……（27）

玉米螟人工饲养中应用昆虫保幼激素类似物的初步试验……（29）

汉字熵值统计推断……（29）

卡尔曼滤波的基本思想与有关问题……（32）

藻类转盘处理印染废水的初步试验……（34）

在正和负绝对温度之间运转的热力学循环……（35）

固体激光器热不灵敏谐振腔的设计方法……（38）

中药“清睛粉”治疗翼状胬肉32例50只眼临床疗效的初步报告……（39）

China

一个具有内部相对论性的介子模型和层子的质量问题

山西大学物理系　张 鉴 祖

在本文中，我们吸收了在电子——质子深度非弹性散射的基础上提出的部分子模型的成功物理图象，考虑了强子内层子间的相对运动，提出了具有内部相对论性的介子模型。

得到的O^{-+}介子和$1^{--}S$波介子的Bethe——Salpeter振幅的旋量结构和空间波函数所满足的方程分别为：

对O^{-+}介子：$\phi_P(p) = \gamma_5 \left\{ (m_1 m_2 + p^2 + \frac{1}{4}\mu^2) - \frac{\mu}{2}(m_1 + m_2)\gamma_4 \right.$

$$\left. + i(m_2 - m_1)\hat{p} - \mu p_i \sigma_{4i} \right\} f \qquad (1)$$

$$\left| (m_1 m_2 + p^2 + V^{(p)} + \frac{1}{4}\mu^2)(m_1 m_2 + p^2 + \frac{1}{4}\mu^2) - \mu^2 \vec{p}^2 \right.$$

$$\left. + (m_2 - m_1)^2 p^2 - \mu(m_2^2 - m_1^2) p_0 - \frac{1}{4}\mu^2 (m_1 + m_2)^2 \right| f = 0, \qquad (2)$$

对$1^{--}S$波介子：$\phi_P(p) = \left\{ -i\mu (\vec{e} \hat{p}) \cdot \vec{\gamma}\gamma_5 + (m_1 m_2 + p^2 + \frac{1}{4}\mu^2) \left| e_i - \right. \right.$

$$(\vec{e} \cdot \vec{n}) n_i \left| \gamma_i + i \left| \frac{\mu}{2}(m_1 + m_2) + (m_2 - m_1) p_0 \right| \right| e_i$$

$$\left. - (\vec{e} \cdot \vec{n}) n_i \left| \sigma_{4i} + (m_2 - m_1) p_i e_i \cdot \sigma_{i} \right| \right\} g, \qquad (3)$$

$$\left| (m_1 m_2 + p^2 + V^{(v)} + \frac{1}{4}\mu^2)(m_1 m_2 + p^2 + \frac{1}{4}\mu^2) - \mu^2 \vec{p}^2 \right.$$

$$\left. + (m_1 - m_2)^2 p^2 - \mu(m_2^2 - m_1^2) p_0 - \frac{1}{4}\mu^2 (m_1 + m_2)^2 \right| g = 0, \qquad (4)$$

上述旋量结构有如下一些特点：（1）不但介子的质心运动是相对论性的。而且介子内层子、反层子的相对运动也是相对论的。因此，既可处理低能过程，又可处理高能

China

过程。当层子、反层子间相对动量为零时，这种旋量结构就回到我国早年“重层子模型”所广泛使用的Barg man——Wigner型旋量结构。（2）这种旋量结构是Bethe——Salpeter方程的解。并且，0^{-+}介子和1^{--}S波介子的空间波函数满足同一个标量方程（若取投影位势$V^{(p)}=V^{(v)}$）。这表明，它们具有某种动力学的对称性。原则上，只要选取了位势的适当函数形式，就可由方程解出空间波函数，因而能计算介子参与的反应过程和确定介子的能谱。

讨论了对层子质量敏感的过程$\pi\to\mu\nu$，估计出层子质量的合理量级应为几百Mev。

应用（1）式，计算了标度极限下π介子的结构函数，得到的结果与美国Fermi实验室的最近实验结果完全一致，此点是目前其它理论还不能做到的。（见Zhao Wan yun, Proceedings of the 1980 Guangzhou Conference on Theoretical Particle Physics, p504）

应用方程（4），在重层子近似下，求出了赝标介子位势的解。定出的J/Ψ族和Υ族能谱与实验相符。特别是，预言了J/Ψ族径向激发态4.16Gev的存在，此点已得到实验的证实。（最近，A、Martin 得出的重夸克体系的结果与我们的结果相近，但他得不出4.16Gev态。（见CERN—2876）

此文发表于1980年《广州粒子物理理论讨论会论文集》P473

Hellmann,Feynman定理在化学键研究中的应用
——双原子键的三中心静电模型

山西大学化学系　杨　频

在本文，我们提出一个双原子键的三中心模型，并应用 Hellmann—Feynman 定理[1] 推求几个物理参量表达式，进而求取一些重要物理常数的理论公式，试图为阐明某些物理化学现象和新材料的探索提供理论根据。

可用分子轨道法表述这个理论模型：

（1）两个分离原子A和B各具有原子轨道$|a\rangle$和$|b\rangle$。当两原子靠近到有效作用距离时，将发生$|a\rangle$和$|b\rangle$的重叠。至核间距离等于A、B共价半径和时，完成了轨道的重叠和收缩，即由$|a\rangle$和$|b\rangle$组合成未极化分子轨道$|A\rangle$和$|B\rangle$。此时的Hamilton量只是同极部分$H=H_{..}=H_0$，轨道$|A\rangle$和$|B\rangle$之间的能隙可标记为$E_{..}$重叠区域键电荷中心在A、B共价半径接触点C处。这种状态称为未极化态；

（2）若A、B对轨道重叠区域键电荷重心C点的静电势不等，其差值为$V_{..}$，则相应的Hamilton量应包括同极部分和异极部分两者：$H_{...}+H_{\Delta c.}=H_{.}+V_{;...}$，$V_{;...}$的存在将引起键电荷自C点向吸引力大的B核迁移。至迁移到C′点时，由于有效核电荷

China

向调整可使A、B对C′点的静电吸引力相等。与此相应的过程是，未微扰的成键和反键轨道|A>和|B>的重新组合，产生出新的、能隙更宽的成键和反键轨道。在$V_{...}$作用下，新的能隙可用E_g表示，不难求得：

$$E_g^2 = E_h^2 + C^2 \qquad (1)$$

这里$C = 2\langle A|V_{...}|B\rangle = 2\langle B|V_{...}|A\rangle$，是能隙的离子性部分。需要强调，我们所说的离子性是指键电荷自A、B共价半径接触点迁移的百分率*。式（1）表明：一个异极键的能隙是由同极部分和异极部分两者组成，即A、B键的生成及其稳定性，由Hamilton量的同极部分和异极部分两者决定；

（3）在成键过程中，由于存在$V_{...}$而引起的电键荷的迁移称为键的初级极化，它将导致体系能量的降低和核间距离的缩短，可称为键的初级极化效应。

在这个模型的基础上，应用H—F定理并通过几个简化假定，可以得出如下几个物理参量表达式：

$$r_{...} = \frac{R_B\sqrt{Z_A^*} - R_A\sqrt{Z_B^*}}{\sqrt{Z_A^*} + \sqrt{Z_B^*}} \qquad (2)$$

$$q = \frac{Z^*Z_B^*}{(\sqrt{Z_A^*}+\sqrt{Z_B^*})^2}\cdot\frac{(R_A+R_B)^2}{R^2_{AB}} \qquad (3)$$

$$\Delta E = q\frac{(R_B\sqrt{Z_A^*}-R_A\sqrt{Z_B^*})^2}{R_AR_B(R_A+R_B)} \qquad (4)$$

$$r = \frac{R_AR_B(R_A+R_B)(R_B\sqrt{Z_A^*}-R_A\sqrt{Z_B^*})^2}{(R_A+R_B)^2(R_AZ_B^*+R_BZ_A^*) - \frac{2}{q}Z_A^*Z_B^*R_AR_B} \qquad (5)$$

这里，$r_{...}$是在$V_{...}$作用下重整区域电子云重心自共价半径接触点C迁移至C′点的距离。q是有效键电荷。ΔE是由于q的迁移所引起的体系能量的降低值，显然它近似等于该键的键焓。$\overline{\gamma}$是由于q的迁移所引起的AB键长缩短，它相当于A、B共价半径之和与实测键长之差。R_A、R_B以及Z_A^*、Z_B^*是A、B的共价半径和有效核电荷，R_{AB}是AB键长。

上述模型和物理参量表达式能否成立，还必须经过实验的验证，为了考验其合理性，曾将ΔE的计算值与相应键的实测键焓作比较；将$\overline{\gamma}$计算值同相应键的$\delta = R_A + R_B - R_{AB}$值作比较，两者都相符。$r_{...}$和q没有直接的实测物理量与之对应，但可由二者导出某些物理量作间接验证。我们曾据以导出如下物理量的表达式：

China 需要全本请访问 www.ertongbook.com

$$\mu_{AB} = q r_{..} + q\left(r_m - \frac{R_B - R_A}{2}\right) \tag{6}$$

$$k = 2\frac{Z_A^* Z_B^*}{R_{AB}^3} - \frac{q}{R_{AB}^2}\left(\frac{Z_A^*}{R_A + r_m} + \frac{Z_B^*}{R_B - r_m}\right)$$

$$\approx 2\frac{Z_A^* Z_B^*}{R_{AB}^3} - \frac{q_{..}}{r_{AB}^2}\left(\frac{Z_A^*}{R_A} + \frac{Z_B^*}{R_B}\right) \tag{7}$$

$$q_A = 2\frac{Z_B^*}{R_{AB}^3} - 2\frac{q}{R_{AB}^2 r_A} \approx 2\frac{Z_B^*}{R_{AB}^3} - 2\frac{q}{R_{AB}^2 R_A} \tag{8}$$

$$q_B = 2\frac{Z_A^*}{R_{AB}^3} - 2\frac{q}{R_{AB}^2 r_B} \approx 2\frac{Z_A^*}{R_{AB}^3} - 2\frac{q}{R_{AB}^2 R_B} \tag{9}$$

$$x_2 = -\frac{8}{3}\cdot\frac{d^2}{q}\cdot\frac{C}{E_g}x_1$$

$$-\frac{16}{3}\frac{[r_m - (R_B - R_A)/2]}{q}x^2 \tag{10}$$

$$x_{3\omega} = -32\frac{d^4}{q^2}x_1^3 \tag{11}$$

这里μ_{AB}是A—B键的键矩(包括初级矩和同极矩)。k是力常数。q_A和q_B是核四极矩偶合常数中的场梯度。$x\omega$、$x_2\omega$、$x_3\omega$依次为晶体的宏观线性、二次、三次光学系数。q是由式(3)表述的有效键电荷。r_m是由式(2)表述的q迁移距离。E_g和C是晶体的实测禁带宽度和其离子性部分。其余符号含义同前。

在不用可调整参数下，算得以上各物理量的计算值均较好地与实验值相符。应用式(7)计算的一些键的力常数k同自洽场CNDO和INDO[10]法计算值的比较如表2。可以看出我们的计算结果较之CNDO和INDO法要好并具有如下两个优点：1.计算十分简单；2.对含有任何元素的分子都适用。

二次和三次非线性光学系数$x_2\omega$和$x_3\omega$按式(10)和(11)的计算值也较通常用能带理论和分子轨道法的计算值更接近实验值。

双原子键的三中心静电模型及其相应的假定是在总结大量化学事实和原子键合的量子力学研究成果的基础上吸收了电负性均衡的合理观点并应用H—F定理提出的。它克服了前者纯经验性的不足，绕过了后者苛求波函数的困难，通过几个物理参量表达式和物理常数的计算法，揭示了化学键的某些基本特性。其特点是仅用原子共价半径和有效核电荷，只讨论对成键起决定作用的那部分有效键电荷，就可以初步定量或半定量地计算包括所有元素的大量化合物的许多物理化学性质。在不用可调整参数下所得偶极矩、力常数等计算值同实验值的符合程度，有力地说明此模型的确抓住了化学成键的主要矛盾。

此文发表于《化学学报》1979年第一期

China

具有负透镜激光棒中的分布孔径效应：一种讨论

山西大学物理系　谢常德　彭堃墀

首先用非均匀介质中光线传播的微分方程导出在类透镜介质中和真空中一段类透镜介质的ABCD矩阵公式。然后，用矩阵乘法求出分布孔径和有用体积。

（一）类透镜介质的光线传递矩阵

在均匀泵浦的激光棒中，其折射率的分布与类透镜介质一致，即：

$$n = n_0 - n_2 \frac{x^2}{2} \qquad (1)$$

式中x是离光轴的垂直距离，n_0是折射率的常系数，n_2是射率的抛物型系数，$n_2 > 0$。

光线在非均匀介质中传播的微分方程为[1]

$$\frac{d}{ds}\left(n \frac{dr}{ds}\right) = \text{grad}n \qquad (2)$$

其中s是从光线上某一固定点所测得的光线的长度，r是光线上某一特定点的位置矢量。对于傍轴光线，我们有：

$$n \frac{d^2x}{dz^2} = \frac{\partial}{\partial x} n = -n_2 x$$

近似有：

$$\frac{d^2x}{dz^2} + \frac{n_2}{n_0} x = 0 \qquad (3)$$

其解为：

$$x = c_1 \cos\left(n_2^{\frac{1}{2}} n_0^{-\frac{1}{2}} Z\right) + c_2 \sin\left(n_2^{\frac{1}{2}} n_0^{-\frac{1}{2}} Z\right) \qquad (4)$$

Z处光线的斜率为：

$$x' = \frac{dx}{dz} = -c_1\left(n_2^{\frac{1}{2}} n_0^{-\frac{1}{2}}\right) \sin\left(n_2^{\frac{1}{2}} n_0^{-\frac{1}{2}} Z\right)$$

$$+ c_2 \left(n_2^{\frac{1}{2}} n_0^{\frac{1}{2}}\right) \cos\left(n_2^{\frac{1}{2}} n_0^{\frac{1}{2}} Z\right) \qquad (5)$$

China

若在Z = 0 处光线到棒轴的距离和斜率分别为x_0和x_0' 则

$$c_1 = x\big|_{z=0} = x_0$$

$$c_2 = n_0^{-\frac{1}{2}} n_0^{\frac{1}{2}} x'\big|_{z=0} = n^{-\frac{1}{2}} n_0^{\frac{1}{2}} x_0'$$

将c_1和c_2代入（4）和（5）得到类透镜介质中的ABCD矩阵公式

$$\begin{bmatrix} x \\ x' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\ (n_2^{\frac{1}{2}} n_0^{-\frac{1}{2}} Z) & (n_2^{-\frac{1}{2}} n_0^{\frac{1}{2}}) \sin\ (n_2^{\frac{1}{2}} n_0^{\frac{1}{2}} Z) \\ -\ (n_2^{\frac{1}{2}} n_0^{-\frac{1}{2}}) \sin\ (n_2^{\frac{1}{2}} n_0^{-\frac{1}{2}} Z) & \cos\ (n_2^{\frac{1}{2}} n_0^{-\frac{1}{2}} Z) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ x_0' \end{bmatrix} \quad (6)$$

为了计算浸在真空中的一段类透镜介质的光线传递矩阵，我们必须求助于联系交界面上光线斜率的 Snell 定律[2]，对傍轴光线近似有

$$x_2' = n_0 x_0' \qquad x_2' = n_0 x'$$

及

$$x_1 = x_0 \qquad x_2 = x \quad (7)$$

其中 x_1'，x_2'和x_1，x_2分别为在输入和输出面处真空中光线的斜率和到光轴的距离。将方程（7）代入（6）中，得到浸没在真空中的一段类透镜介质的光线传递矩阵

$$\begin{bmatrix} x_2 \\ x_2' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\ (n_2^{\frac{1}{2}} n_0^{-\frac{1}{2}} Z) & (n_0 n_2)^{-\frac{1}{2}} \sin\ (n_2^{\frac{1}{2}} n_0^{-\frac{1}{2}} Z) \\ -\ (n_0 n_2)^{\frac{1}{2}} \sin\ (n_2^{\frac{1}{2}} n_0^{-\frac{1}{2}} Z) & \cos\ (n_2^{\frac{1}{2}} n_0^{-\frac{1}{2}} Z) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_1' \end{bmatrix} \quad (8)$$

此处Z是类透镜介质的长度。

（二）端面磨有负透镜的激光棒的分布孔径和有用体积。

假设负透镜确实补偿了热负荷激光棒的正透镜效应，若入射线最初平行于激光棒轴，则从棒的另一端穿过的出射光线也将平行于轴。但因激光棒端面负透镜引起光束的发散，和类透镜介质——激光棒对光束的聚焦，使激光棒中光线的轨迹发生弯曲。同时，激光束的有效孔径和激光棒的有用体积被减小[3]。假设激光棒两端面的曲率半径均等于r，则在入射面的光线传递矩阵为

$$\begin{bmatrix} x_0 \\ x_1' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{n_0 - 1}{n_0 r} & 1 \\ & n_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_1' \end{bmatrix} \quad (9)$$

用矩阵（9）乘矩阵（6）得

China

$$\begin{pmatrix} x \\ x' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathrm{Coo}\left(n_2^{\frac{1}{2}} n_0^{-\frac{1}{2}} Z\right) + \frac{n_0 - 1}{n_0 r}\left(n_2^{-\frac{1}{2}} n_0^{\frac{1}{2}}\right) \sin\left(n_2^{\frac{1}{2}} n_0^{-\frac{1}{2}} Z\right) \\ -\left(n_2^{\frac{1}{2}} n_0^{-\frac{1}{2}}\right) \sin\left(n_2^{\frac{1}{2}} n_0^{-\frac{1}{2}} Z\right) + \frac{n_0 - 1}{n_0 r} \mathrm{Coo}\left(n_2^{\frac{1}{2}} n_0^{-\frac{1}{2}} Z\right) \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{n_0}\left(n_2^{-\frac{1}{2}} n_0^{\frac{1}{2}}\right) \sin\left(n_2^{\frac{1}{2}} n_0^{-\frac{1}{2}} Z\right) \\ \frac{1}{n_0} \mathrm{Cos}\left(n_2^{\frac{1}{2}} n_0^{-\frac{1}{2}} Z\right) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_1' \end{pmatrix} \qquad (10)$$

正如P.Barnes和j.Scalise所指出的〔3〕在棒正中，极限光线与激光棒的侧壁相接触且平行于棒轴，即是说当 $Z = \frac{L}{2}$ （L——激光棒的长度）时，得x = a （a——激光棒的半径）和x' = 0。因入射光线也平行于光轴，我们有 $x_1' = 0$ ，将上述各式代入方程(10)中，得

$$a = \left| \cos\left(n_2^{\frac{1}{2}} n_0^{-\frac{1}{2}} \frac{L}{2}\right) + \frac{n_0 - 1}{n_0 r}\left(n_2^{\frac{1}{2}} n_0^{-\frac{1}{2}}\right) \sin\left(n_2^{\frac{1}{2}} n_0^{-\frac{1}{2}} \frac{L}{2}\right) \right| x_1 \qquad (11)$$

$$o = \left| -\left(n_2^{\frac{1}{2}} n_0^{-\frac{1}{2}}\right) \sin\left(n_2^{\frac{1}{2}} n_0^{-\frac{1}{2}} \frac{L}{2}\right) + \frac{n_0 - 1}{n_0 r} \cos\left(n_2^{\frac{1}{2}} n_0^{\frac{1}{2}} \frac{L}{2}\right) \right| x_1 \qquad (12)$$

由方程（10）——（12）并利用Barnes及Scalise的方法〔3〕，我们得到激光棒中光线的极限孔径和有用体积，即：

$$\frac{x_1}{a} = \left| 1 + \frac{(n_0 - 1)}{2 n_0 r} \right|^{-\frac{1}{2}} \qquad (13)$$

$$V \simeq \pi a^2 L \left[1 - \frac{(n_0 - 1) L}{6 n_0 r} \right] \qquad (14)$$

我们所得到的方程（13）和（14）与参考文献〔3〕中的结果不同。在参考文献〔3〕中

$$\frac{x_1}{a} = \left| 1 + \frac{(n_0 + 1) L}{2 n_0^2 r} \right|^{-\frac{1}{2}}$$

$$V \simeq \pi a^2 L \left[1 - \frac{(n_0 - 1) L}{6 n_0^2 r} \right]$$

二者不同的原因是，参考文献〔3〕中所用的ABCD矩阵（1）是浸在真空中一段类透镜介质的光线传递矩阵〔我们的方程（8）〕，我们认为这是不正确的。因为如上所述，当推导这一矩阵时，已在棒端应用了折射定律，但在参考文献〔3〕中推导分布

China

孔径和有用体积时又再次在端面运用了这一定律，这种重复是不应有的。如果将参考文献[3]中的ABCD矩阵（1）改为我们方程（6）即能获得正确结果。

最后，感谢张永仑教授，郭威孚付教授仔细审阅了我们的手稿。

此文发表于美国《应用光学》１９８０年第一期

笼头菌科新属和新种

山西大学生物系　刘　波

香港中文大学生物系　鲍运生

假笼头菌属　新属

Pseudoclathrus Liu et Bau gen. nov.

担子果有柄；孢托由直立、等直径的臂组成，每臂背部有一纵沟，臂顶端联合。孢子无柱状。

柱孢假笼头菌　新种

Pseudoclathrus cylindrsporus Liu et Bau sp. nov.

担子果高6厘米。孢托由6个直立、等直径、2.5厘米高的臂组成。每臂背部有一纵沟，其顶端相联合而永不分离，橙黄色。孢体在臂的两侧，橄榄褐色且有臭气。柄隐藏于菌托内，长3.5厘米，粗1-—1.2厘米，海绵质，白色，两侧扁且具6条纵隆脊(与臂背突起相一致)。菌托鞘状，白色，高3厘米。孢子无柱状，淡橄榄色，2.8—4×1.2-1.5微米。

模式种为刘波于１９４８年9月３０日采自北京西山地上。现保存于山西大学生物系植物标本室，标本号：３４７１。

讨论：此新属为笼头菌属Clathrus与散尾菌属Lysurus的中间类型。尤其近于柱状笼头菌 Clathrus columnatus Bosc. 与五棱散尾菌 Lysurus mokusin (L.ex Pers.)Fr.。与笼头菌属相似处是其直立的分枝(臂)顶端联合而永不分离，但笼头菌属背侧无纵沟亦不具柄。分枝背侧有一纵沟和有柄二特征均存在于散尾菌属内，但此新属的柄为两侧扁的。

此文发表于美国《真菌分类学报》(Mycotaxon)１９８０年第2期原文为英文

矩（方）形激光波导共振腔的耦合损耗

山西大学物理系　周国生

本文利用数值法计算了矩(方)形激光波导共振腔反射镜对最低阶波导模(EH_{11}模)

China

的耦合损耗，文中给出了在不同矩（方）形波导截面尺寸下，耦合损耗与反射镜位置、曲率半径、波导截面尺寸间的依赖关系。

矩(方)形激光波导腔，特别是CO_2激光波导腔的应用日益广泛(1)。但迄今为止，还没有对它的耦合损耗进行过计算，而只是套用圆波导腔的结论。另外，文献[2]在计算圆波导腔EH_{11}膜的相位移动时，认为：腰部在波导管口(位置1，图略)处的i阶高斯模从管口出发，在空间传播距离Z后，经过反射镜反射，再经Z返回波导管口(位置2，图略)时的相位移动。

$$\phi_i = (i+\frac{1}{2})\ [tg^{-1}(\lambda z/\pi w_0^2) + tg^{-1}(\lambda z/\pi w^2)]$$

根据高斯光束波动方程传波理论，相应为：

$$\phi_i = (i+\frac{1}{2})[tg^{-1}(\lambda z/\pi w_0^2) + tg^{-1}(\frac{\lambda z}{\pi w_1^2}\cdot\frac{1}{1+\frac{Z}{R}})] \quad (1)$$

其中λ是光波波长；w_0、w_1分别是位置1、2处高斯光束的光斑尺寸；R是位置2处高斯光束波面的曲率半径。显然，当1/R = 0时，文献[2]的公式是成立的。但当1/R ≠0时，文献的结论就有较大的误差，但由于1/R = o正好是耦合损耗曲线的极值位置，因此文献[2]的耦合损耗～$\frac{\lambda z}{\pi w_0^2}$曲线的极值和曲线的大致形状是正确的，但在非极值位置上，损耗的误差较大。

将位值1处的波导EH_{11}模，展成厄米—高斯光束本征模的线性组合，利用变步长辛普生积分法计算展开系数，在积分的最大相对误差小于1×10^{-4}下，得：
当$\gamma = a/w_0 = 1.4220$（a是一维波导宽度，w_0是高斯模的光斑尺寸），利用厄米—高斯光束本征模展开方波导的EH_{11}模时，级数收敛最快，高斯光束基模能量占总能量的97.99%。文献[3]取γ近似等于1.422，相应的基模能量只有总能量的97.88%。

利用光线传递矩阵求出高斯光束在位置2的光斑尺寸及曲率半径，并由相移公式（1），计算出耦合到EH_{11}场的大小，积分的最大相对误差小于1×10^{-4}。从而得到下列耦合到EH_{11}波导模的耦合损耗：

（1）当相对曲率半径$\frac{r}{b} = \frac{Z}{b} + \frac{b}{z}$时，方波导腔的耦合损耗与波导管口至反射镜的相对距离(z/b)的关系曲线如图2(略)所示，这里r是反射凹镜的曲率半径，$b = \pi w_0^2/\lambda = \pi a^2/\lambda r^2$，由图可见，当Z = b，且r = 2b时，耦合损耗有极小值，为1.56%。当Z < 0.09b时，耦合损耗小于1.5%，当Z>10b时，耦合损耗小于1.8%。

（2）在不同的镜曲率半径$\frac{\gamma}{b}$下，方波导腔耦合损耗与波导管口至反射镜的相对距

China 需要全本请访问 www.ertongbook.com

离($\frac{Z}{b}$)的关系曲线如图3（略）所示，对于r＞2b，曲线有两个极小值，对于r≤2b，曲线有一个极小值。该曲线与园波导腔的耦合损耗曲线形状大致相似。这是可以理解的，因为园波导EH_{11}模与方波导EH_{11}模场分布形状相似，在空间传播的规律也相同。

（3）对矩形波导，当相对的镜曲率半径 $\frac{rx}{bx}=\frac{Z}{bx}-+\frac{bx}{z}$，$\frac{ry}{by}=-\frac{z}{by}-+\frac{by}{z}$，

$\frac{z}{by}=2.0$，1.5，1.0时，矩形波导的耦合损耗～$\frac{z}{bx}$曲线如图4(略)所示，这里，rx，ry 分别是反射镜在x、y方向的曲率半径，$bx=\frac{\pi a_1^2}{\lambda\gamma^2}$，$by=\frac{\pi a_2^2}{\lambda\gamma^2}$，$a_1$，$a_2$分别是矩形波导在x、y方向的宽度。由图（略）可见，当z = bx时，耦合损耗有极小值。所以为了使耦合损耗最小，应选择x、y方向有不同曲率半径的反射镜，或者用凹面光栅。凹面光栅在Littrow情况下应用时的等效曲率半径公式见文献[4]。通常用平面光栅调谐时若[5]，光栅至波导管口距离较大，则即使是园方波导腔和方波导腔，耦合损耗也较大。所以最好用凹面光栅，矩形波导腔。

（4）当反射镜是球面，曲率半径$r=2b_y$，且取$Z=b_y$时，耦合损耗～$\frac{Z}{bx}$曲线如图5（略）所示。这曲线实际上表示波导在x方向不同宽度a_1下的耦合损耗。当曲线偏离Z = bx时，损耗迅速增大，因此采用球面镜，对矩形波导腔是不利的。

利用以上曲线，可以正确设计低损耗的矩（方）形波导腔。

此文发表于《电子学通讯》１９８０年第４期

时间序列周期分析的逼近方法

山西大学数学系　田承骏

时间序列周期分析，即提取隐含周期项的问题，是时间序列统计分析的重要内容之一，它在统计预报与信号检测方面有着广泛应用。本文以数值逼进观点统一阐述现有方法，同时进行相应的拓广。

一、　时间序列周期分析的逼进解释

分析所依据的是一组观测值

x（1）、x（2）、……，x（m）

China

它是长度为m的实数序列，我们视其为m维欧氏空间R^m中的一点x，范数为

$$\| x \| = \left\{ \sum_{t=1}^{m} [x(t)]^2 \right\}^{\frac{1}{2}}$$

称序列f = (Cf（1）、f（2）…，f（m）)是隐含p周期的，意指f（i）为定义在（0、∞）上的周期为p的函数f（t）在t = i时的取值，i = 1、2、……，m 特别，当p为整数时，称f是p周期的。我们将时间序列周期分析理解为由这类隐含p周期的点组成的某一子集对x在范数意义下的逼近问题。

当约定一组隐含周期的f_i，i = 1、2，……r时，这一问题可用熟知的最小二乘法求解。即

$$F_1 = \left\{ \sum_{i=1}^{r} \alpha_i f_{it} \quad \alpha_i为任意实数，\ i = 1、2、……、r \right\}$$

对x 的最优逼近为

$$\hat{x} = B \in = \sum_{i=1}^{r} c_i f_i \qquad (1)$$

$$C = (B^T B)^{-1} B^T x \qquad (2)$$

其中

$$C = (c_1、c_2、……、c_m)^T$$

$$B = \begin{bmatrix} f_1(1)、f_2(1)、……、fr(1) \\ \vdots \\ f_1(2)、f_2(2)、……、fr(2) \\ \cdots \\ f_1(m)、f_2(m)、……、fr(m) \end{bmatrix}$$

平方误差为

$$\| x - \hat{x} \|^2 = \| x - B (B^T B)^{-1} B^T x \|^2 \qquad (3)$$

二、正交条件下的最优解

继上一节，如果进一步加上正交条件，即内积

$$(f_i, f_j) = f_i^T f_i = \sum_{t=1}^{m} f_i(t) f_j(t) = 0, \quad i \neq j$$

这时，由（2）式知

$$C_i = \frac{1}{\| f_i \|} \sum_{t=1}^{m} f_i(t) x(t) \qquad (4)$$

可推出

$$\| x \|^2 - \| x - \hat{x} \|^2 = \sum_{i=1}^{r} C_i^2 \| f_i \|^2 = \sum_{i=1}^{r} \left\{ \| x \|^2 - \| x - c_i f_i \|^2 \right\} \qquad (5)$$

这表示：$\hat{X}$对于逼近误差的贡献等于$C_i f$的误差贡献的总和。简言之，正交系的逼近误差贡献具有可加性。

特别，取正交系

$$\begin{cases} f_i(t) = \cos\lambda_i t & i = 0, 1, \cdots\cdots k \\ f_{k+1}(t) = \sin\lambda_i t & i = 1, 2, \cdots\cdots k \end{cases}$$

其中，

$$\lambda_i = \frac{2\pi i}{m}, \quad m = 2K + 1$$

这时有

$$\hat{X}(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{i=1}^{K} (a_i \cos\lambda_i t + b_i \sin\lambda_i t) \tag{6}$$

其中，

$$a_i = \frac{2}{m} \sum_{t=1}^{m} X(t)\sin\lambda_i t \qquad i = 1, 2, \cdots\cdots, k$$

$$b_i = \frac{2}{m} \sum_{t=1}^{m} x(t)\sin\lambda_i t \qquad i = 1, 2, \cdots\cdots, k$$

由于

$a_0 = 2X$，$||f_0||^2 = m$，$||f_i||^2 = \frac{m}{2}$，　$i \neq 0$；$\frac{a_0}{2}$项的误差贡献为

$$||X||^2 - ||X - \frac{a_0}{2} f_0||^2 = m\bar{X}^2$$

而$a_i \cos\lambda_i t + b_i \sin\lambda_i t$项的误差贡献则为

$$||X||^2 - ||X - (a_i f_i + b_i f_i + k)||^2 = \frac{m}{2}(a_i^2 + b_i^2)$$

此即通常定义的周期图$I(\lambda_i)$，基于对周期图的逼近认识，可使周期图法有更广的应用范围，而无须耽心原来的概率假定的限制。

三、可加条件下的最优解

称u_i，$i = 0, 1, \cdots\cdots, n$对$x$的逼近误差满足可加条件，指：

$$||X_i||^2 = ||X - u_i||^2 + ||u_i||^2, i = 0, 1, \cdots\cdots, n \tag{7}$$

其中，

$$X_{i+1} = X_i - u_i, \quad X_0 = X \tag{8}$$

由（7）可知

$$||X_L||^2 - ||X - \sum_{i=0}^{L} u_i||^2 = \sum_{i=0}^{L} ||u_i||^2, \leqslant n \tag{9}$$

China

记

$$F_2=\left\{\sum_{i=0}^{n}u_i:\quad u_i,\ i=0,\ 1,\ \cdots\cdots,\ n\text{满足条件}\right\}\qquad(7)$$

事实上，F_2对X的逼近问题可以等价地看作是动态系统（8）关于目标函数

$$J_{n+1}=\|X\|^2-\|X_{n+1}\|^2$$

的最优控制问题。由于（9）成立，可用动态规划方法求解，目标函数的极大值应满足

$$J^*_{n+1}(X)=\max_{u_0}\{\max_{u_1}\{\cdots\{\max_{u_n}J_{n+1}\}\}\}\qquad(10)$$

此式给出了一种求最优逼近$\sum_{i=0}^{n}U_i^*$的算法。

特别，对于正交系f_i，$i=1,2,\cdots,r$记

$$F_1=\{C_1f_1,C_2f_2,\cdots,C_rf_r\}$$

C_r由（2）定义

$$F_3=\left\{\sum_{i=0}^{n}u_i:\ u_i\in F_1\right\},\ n<r$$

由（5）可知，$F_3\subset F_2$

将C_1f_1，$C_2f_2\cdots$，C_rf_r按范数大小重新排列成$n_1,n_2,\cdots,n_r$这时，由（10）式知

$$u^*_i=n_{i+1},i=0,\ 1,\ \cdots,\ n$$

则F_3对X的最优逼近为$\hat{X}=\sum_{i=1}^{n+1}n_i$。以上算法就是周期图法在一般正交系情况下的拓广形式。

四、逐次平均法

记

$$\int(x)=\sum_{t=1}^{m}[x(t)-\bar{x}]^2$$

$$\bar{x}(p)(i)=\frac{1}{m_i}[x(i)+x(i+p)+\cdots+x(i+\bar{m}i-1p)]$$

其中，$1<p\leqslant K$，$1\leqslant i\leqslant p$，m_i为满足$i+(m_i-1)p\leqslant m$的最大整数，并约定$K=\left\{\frac{m}{2}\right\}$，为不超过$\frac{m}{2}$最大整数

$$S(p)(x)=\sum_{i=1}^{P}m_i[\bar{x}^{(p)}(i)-\bar{x}]^2$$

China

$$\overline{F}^{(P)}(x) = \frac{S^{(P)}(x)/P-1}{[S(x)-S^{(P)}(x)]/m-p}, \quad 2 \leqslant P \leqslant K$$

$$M(x) = \max_{2 \leqslant P \leqslant k} S^{(P)}(x)$$

我们在逼近意义下将常用的方差分析周期外推法拓广为以下的逐次平均法：

起始取 $u_0(t) = \overline{x}$, $t = 1, 2, \cdots, m$

$$\hat{X}_0 = u_0, x_1 = x - u_0$$

第i步为

(1)计算$S^{(P)}(x_i), P = 2,3,\cdots,K$若$M(x_i) = 0$则运算结束，否则

(2)取P_i使$S^{(P_i)}(x_i) > 0$

(3)取$u_i(t) = x^{(P_i)}(i)$, $t = i \bmod P_i$

(4) $\hat{x}_i = \hat{x}_{i-1} + u_i$, $x_{i+1} = x_i - u_i$

依据这类迭代算法，u_i的周期为P_i且$P_i \leqslant k$，在第n步结束时的结果为：以

$\hat{x}_n = \sum_{i=0}^{n} u_i$去逼近X，逼近误差为 $Q_n = \|x - \hat{x}_n\|^2 = \|x_{n+1}\|^2$

由于算法中（2）可有不同取法，所以，逐次平均法可有多种计算方案，如：

方案Ⅰ取Pi，使$S^{(P_i)}(x_i) = M(x_i)$

方案Ⅱ取Pi，使$\frac{S^{(P_i)}(x_i)}{Pi} = \max_{2 \leqslant P \leqslant K} \frac{S^{(P)}(x_i)}{P}$

方案Ⅲ取Pi，使$\overline{F}^{(P_i)}(x_i) = \max_{2 \leqslant P \leqslant k} F^{(P)}(x_i)$

此方案为方差分析周期外推法在逼近意义下的广义形式。

我们证得，逐次平均法具有如下性质：

性质1，$\|x_{i+1}\|^2 = \|x_i - u_i\|^2$, $i = 0,1,2\cdots$，这表明，由逐次平均法算出的u_i, $i = 0,1,\cdots$满足可加条件，即

$$F_4 = \left\{ \sum_{i=0}^{n} u_i ; \ u_i \text{由逐次平均法确定} \right\} \subset F_2$$

由（9）可知，逼近误差随迭代次数的增加而递降。

引理，对任意$x \in R^m$，当$m = 2k$, $k \geqslant 5$或$m = 2k+1$, $k \geqslant 7$时，$x = 0$的充要条件为$M(x) = 0$。

对于逐次平均法的任一种计算方案，若存在某r，有$M(Xr) = 0$，由此引理可知$Xr = 0$，即

China

$$\hat{X} = \hat{X}_{r-1} = \sum_{i=0}^{r-1} u_i$$

这表明，已经恢复了X的各周期叠加项。

一般地，对$M(x_n) > 0$，$n = 1,2,\cdots$的情形，我们有

性质2 当m满足引理条件时对逐次平均法的任一种计算方案，若$\lim_{n\to\infty} M(x_n) = 0$

则 $$\lim_{n\to\infty} x_n = 0$$

可以验证，上列三个方案均具备此性质的条件，因而都可用于周期分析。在实际计算时应以适当的残差水平终止运算，同时注意到上述收敛性命题并未限制X为同叠加形式，因此计算结果要通过外推加以验证，这样才能真正起到提取周期的作用。

此文发表于1980年《中国电子学会文集》

汉字的概率分布及其熵值

山西大学物理系　王世宁

Shannon在他的著名论文《通信的数学理论》一文中[1]，定义了语文的熵及剩余度，以测度文字的平均信息量及其间的制约。用他的方法研究过许多种世界上的主要文字，如英、德、法、俄、西班牙、挪威语等。J.R.Pierce在回顾二十多年间的这类工作时指出，这类研究对于信源编码及保密技术等是很有意义的。

汉语是世界主要语言之一，然而由于汉语文的特殊性等原因，这类研究汉语文及其编码的工作没有足够的进展。本文试图对汉字的使用规律性，以及理论的应用作些基础研究。结果表明，汉字的概率分布不符合较为普遍的Zipf分布律。由大N极值问题，得到生僻汉字的指数分布律；讨论了开拓方程，并用三种检验方法验证了理论；基于理论的结果，对汉字进行了新的分类；计算出当用汉字总数只需要3700字已足；说明了汉字编码字符集的确定与分级的原则。所计算的熵值H_1为8.8比特/字，与一般估计值有较大差异。并推测，汉语文字剩余度可能高达50%。

一、Zipf律用于汉字

Zipf分布律是世界上许多种语言共同遵从的近似分布律，而且是常常近似得很好的。然而用Zipf分布律和汉字概率分布状况比较，可以看到，近似程度很差。按概率对汉字进行统计的资料，目前有几种。其中由文字改革委员会资料室整编的一种[3]，共有总字数660273，总汉字2981字，是依“可用条件”最为合用的[4]。按频度将汉字编以序号N，算出资料中各汉字的概率P（N）及logP（N），以log N为横坐标，以logP（N）为纵坐标，可将资料的结果绘出相应的图形。Zipf律所对应的图形也画在同一图上以便比较。这样的图表明，Zipf律只能在10^3字之内代表一种趋势，而在10^3范

China 需要全本请访问 www.ertongbook.com