科学史上的重大发现

前　　言

人类从诞生的那一刻起，就在不断地探索自然、发现自然，逐步地建立对大自然的认识。科学便是在人类不断的探索发现中诞生的。在这漫长的科学史中，古希腊时代和文艺复兴时期是科学发现最集中的时期。

在物理史上，科学革命是古希腊时代科学哲学和古典物理的分水岭。波兰人哥白尼首先以日心说否定了过去人们一直深信不疑的天动说。其后德国人开普勒也发展出其行星运行的模型，提出行星是按其轨迹而围绕着太阳运行。同时意大利人伽利略除不断强调其地动说外，还发展出多项基本的力学理论。到了 1687 年，英国人牛顿发现三大运动定律和万有引力定律，建立了古典力学的根基。原子弹的发明标志着物理学又一巅峰。20 世纪初的物理学也出现了革命性变化，代表者为爱因斯坦。他发明了相对论，是对牛顿力学的概念作出了修正。这对物理学影响深远。因为爱因斯坦的理论，根本性地修订了过往科学界深信的知识，时到今天仍然备受讨论。

而现代化学则是由古代炼金术转化而来的。1661 年爱尔兰人波义耳发现了气体定律。其后法国人拉瓦锡更有前瞻性理论——对过去人们深信不疑的燃素说作出全面否定；倡导质量守恒定律，指出物质转化时其质量不变。踏入 19 世纪，又有英国人道尔顿确立了“物质是由粒子组成”的理论。1869 年俄罗斯人门捷列夫编制了元素周期表，把物质中数十个元素列举出来。这两人的研究对日后也影响深远，前者为日后的粒子理论奠下基础；

后者则成为了化学的基本知识。今日的化学教科书，都少不了元素周期表。

1859年，英国博物学家查尔斯·达尔文在《物种起源》中，首先提出了以自然选择为主的演化理论，这可能是科学上最为显著且影响深远的一个理论。达尔文提出各种不同的动物，是经历了长时间的自然进程之后成形，甚至连人类也是如此演化而来的生物。演化论引起了社会上的反对和支持声浪，并深切地影响了大众对于“人类在宇宙中的地位”之理解。到了20世纪早期，奥地利僧侣格里哥·孟德尔在1866年所发展的遗传定律被重新发现，之后遗传成为了主要的研究对象。孟德尔定律是遗传学研究的起始关键，此学门也成为科学与产业上的主要研究领域之一。

20世纪中来自美国的乔治·伽莫夫、拉尔夫·阿尔菲、罗伯特·赫尔曼，通过计算推论出证据显示，宇宙间曾有大爆炸的痕迹。这些证据被视为计算宇宙历史的基础。其后60年代美国和苏联开始进行太空科技竞赛，1961年苏联派出世界第一个太空人加加林登上太空；后美国也派出太空人升空，历史性地首次登陆月球。其后各项太空发明相继面世，包括人造卫星、火箭和航天飞机等等。

在灿烂的科学史的长河中有许多伟大的科学发现，它们就像天空中的恒星一样璀璨。然而更令人钦佩的是那些勇于探索的科学家，他们用自己的辛勤和汗水甚至生命换来科学的伟大进步。本书从数学、物理、化学、生物、地理、天文等六大方面，收录了从古到今的重大科学发现，并以故事的形式讲述深奥的科学知识，让读者轻松愉快地了解科学的发展历史，了解那些伟大发现背后的故事，最终使读者从思想上建立一个比较完整的自然科学发展观念，认识科学史的发展规律。

数　学　篇

数学是研究数量、结构、变化以及空间模型等概念的一门学科。透过抽象化和逻辑推理的使用，由计数、计算、量度和对物体形状及运动的观察中产生。数学家们拓展这些概念，为了公式化新的猜想以及从合适选定的公理及定义中建立起严谨推导出的真理。

十进位制的诞生

十进位制是世界上使用非常广泛的十进制和进位制。所谓“十进制”是以 10 为基础的数字系统。而所谓“进位制”指以一个数字位置的移动表示进位的数字系统，不论数值多大，均以进一位表示 10 倍，进二位代表 100 倍，依此类推的数字系统，称为十进位制。十进位制起源于中国；十进位制，如同印刷术、火药和指南针一样，是中国对世界文明的最重要贡献之一。

“十进位制”是“十进制”的一种，但“十进制”并不一定都是“十进位制”。不论数值多大，“十进位制”必须只用不多于 10 个字符来表达任何数值，并且只以在一组数尾加 n 个代表零值的字符，来表达此数和 $10n$ 的乘积，例如 123×1000＝123000。

古埃及的 10、20，另有与 1 至 9 不同的符号表示，是十进制，但“进”的不是“位”，而是进号，进到另一个符号，所以古埃及的数字系统，虽是十进制，但不是十进位制。

古希腊用 α 表示 1，β 表示 2，ε 表示 5，θ 表示 9；古希腊的 10，不是 α 的进位，而另用 ι 表示，20 为 κ，100 为 ρ，125 不是“$\alpha\beta\varepsilon$”，而是 $\rho\kappa\varepsilon$，也不是十进位制。

中国的零、一、二、三、十、百、千、万的书写数字系统是十进制，但用的符号多于 10 个，8000 不是符号“八”的三级位置移动“八零零零”，而是“八”之外再加另一个符号“千”：“八千”，和古埃及、古希腊的十进制相似，同样是进号的十进制，不是真正的十进位制。

大约在公元前 1400 年的中国商代就已经出现十进位制。在商代甲骨文，十进位制已经明显可见，也比同时代的巴比伦和埃及的数字系统更为先进。巴比伦和埃及的数字系统，虽然也有进位，唯独商代的中国人，能用不多于 9 个算筹数字，代表任意数字，不论多大，这是一项巨大的进步。

以算筹为代表的十进位制在公元 6 世纪由中国传入高丽和日本。7 世纪柬埔寨已有 0 字，比印度早 250 年。阿拉伯最早的十进位制，见于公元 850 年学者花拉子米的著作，虽然用阿拉伯数字，但其中的十进位制概念，分数的表示法以及加、减、乘、除四则运算的计算方法，和中国的筹算雷同。有学者认为，中国古代的筹算，通过丝绸之路南传柬埔寨、印度，又分两路西传东阿拉伯、西阿拉伯，促成印度—阿拉伯数字体系。

欧洲最早有十进位制的文献，是一部 976 年的西班牙语手稿，比中国应用十进位制，晚了 2300 年。

真正的十进位制只有中国古代筹算、算盘和印度—阿拉伯数字系统 1、2、3、4、5、6、7、8、9、0。

0 的发现

0 是什么？0 是一个重要的数。

首先，它是“有”、“无”之间的一个关节点。0 之前意味着没有，从 0 起才意味着有。例如，一天的时间从 0 时开始，一个人的一生从 0 岁起算。0 关联着有无，因而是一个极重要的数，许多人都以为 0 与其他数字是同时被认识的，其实它的发现比其他数字要晚得多。

早期的零

零的产生与位值制计数法有不可分割的关系。早期人们用位值制计数法的时候，遇到了空位，需要一个合适的记号，就用不同的方式来表示零。因而，最初的零是由位值制计数法产生的。

世界上较早采用位值制计数法的有巴比伦、玛雅、印度和中国等。这些地区的民族对零的产生和发展都作出过自己的贡献。

巴比伦的泥版书中记载了在公元前 200～公元 300 年时产生的最早的零。它只用来表示空位，其计数法是 60 进制的。

玛雅人是中美洲印第安人的一支，在公元前后创造了灿烂的古代文化。他们创造了一种 20 进位值制的计数法，其中有非常明确的零号，它形如贝壳或一只半睁的眼睛。零号可用于两数之间，也可以用于末位；它可以表示空位，也有指示各个数字位置（数位）的功能，但不能单独使用，也没有作为数进入计算。古希腊人采用字母计数法所谓字母计数法就是按字母表的顺序，每一个字母表示一个数字。一个十分奇特的现象是，其整数是 10 进，1 以下的分数为 60 进。更为奇特的是，它的整数是非位值制的，而 1 以下的分数却是 60 进位值制，这显然是受到巴比伦的影响。

古希腊的天文学家托勒密以他的地心说知名于世，在他的著作《天文学大成》中使用了 60 进分数。把圆周分为 360 度，每度 60 分，每分 60 秒。他的计法很奇特，如“$41°0'18''$”记为$\overline{\mu\alpha}\,o\,\overline{\tau\eta}$。他所使用的字母计数法中 $\mu=40$，$\alpha=1$，$\tau=10$，$\eta=8$，字母上画横线表示它们是数，以与文字相区别。于是 $\mu\alpha=41$，$\tau\eta=18$，前者放在度的位置上表示 41 度，后者放在秒的位置上表示 18 秒，表现出位值制的思路。这可以说是世界上第一次用小圈 0 表示零的意思。但是托勒密的小圈只用于 60 进分数，在整数书写时，因为不是位值制，所以不用零号，也提不出零的问题。

托勒密的小圈也用于表“空位”和指示数位，没有作为数参加运算，也没有单独使用的情况。

印度一阿拉伯数字

最先把零作为一个数参加运算的是印度人。他们很早就采用了十进位

值制计数法。空位最先是用空格表示的，后来为了避免看不清空格，就在空格上加一小点，如用 3·7 表示 307。后来由小点发展为小圈 0 表示零。这一发现是在印度瓜廖尔地方的一块石碑上。上面的数字和现代的数字很相似。其纪年为公元 876 年。

印度人承认零是一个数并用它参加运算可以说是对零的发现的更为重要的贡献。在印度天文学家瓦哈哈米希拉的《五大历数全书汇编》中可以看到对零施行加、减运算；后来的数学家婆罗摩笈多对零的运算有更完整的表述，同时他还提出了零作除数的问题。

后来，印度人的零作为数参与运算的观念和零的记号经历漫长的岁月，特别是经阿拉伯人和斐波那契的工作传入欧洲，逐渐演化成现代的零的概念和印度—阿拉伯数字中的 0 号。6～8 世纪，印度梵文的“空”（即零）称为 Sunya，9 世纪译成阿拉伯文，13 世纪转成拉丁文 cifro、cephirum 或 zefirmn，以后又变成英文的 zem，法文的 z6ro。英文 cipher 也同出一源，有零的含义，后来引申为数字特别是阿拉伯数字，与其相当的德文是为 ziffer，意大利文 cifra，法文 chiffre，它们的发音也相近。

中国数字中使用的零号是一个圆圈〇，与印度—阿拉伯数字中长圆的零号 0 不同，虽然世界上最早使用 10 进位值制计数法的是中国人（公元前 5 世纪，筹算数字），但零的使用却较晚。在中国数字表述中，最初用空一格表示零。后来，由于我国古书缺字都用“□”表示，数字间的空位为明确起见，自然也就用这个“□”来表示。但在毛笔书时，字体常用行书，方块也就顺笔画成圆圈了，以〇表示零。这最早见于金《大明历》。以后这个零就延续下来了，在汉字表示零时用〇表示，而在使用阿拉伯数字的地方，当然还要使用长圆的 0 了。

0 的数学意义

在数学中，0 不仅仅起着沟通有无的作用，它还有着更多的意义。

首先，0 是一个数学概念，在数学中它表示“一无所有”的意思。如 $5-5=0$。在逻辑代数中，只有两个数字 1 和 0。用 1 表示有，0 表示无；用 1 表示肯定，0 表示否定；用 1 表示线路的打开，0 表示关闭。电子计算机

所使用的二进制运算，0 是一个非常重要的角色。这里 0 表示“无”，和前面说的“从 0 起意味着有”是否矛盾呢？其实并不矛盾，意味着有并不是实在的有。用一句哲学上的话来说，0 是对“无”的“扬弃”，是对自我的否定，因此意味着有，并不是 0 就是有。

其次，0 在位值制计数法中表示“空位”，同时也起到指示数字所在的“数位”的作用，如在现在通用的阿拉伯计数法中，302 表示十位上没有数，3 是百位上的数字，表示 300，即 $302=3\times100+0\times10+2$。

再次，0 本身是一个数，可以与其他数一同参加运算，因此要遵循若干运算规则，其中最独特的是：0 不能做除数！

最后，0 是标度或分界。如温度以 0℃ 为界分为零上零下，海拔高度以 0 米为界分为高于低于海平面。在以数轴表示实数时，这个意义的发挥更加突出：0 是一个特殊的点，从这一点起，在一条直线上以某一方向为正，而相反的方向为负。这个 0 点一经确定，就成为运算的中心，常常决定了其他各点所在的方向。

正如恩格斯指出的：“零是任何一个确定的量的否定。所以不是没有内容的。相反地，零是具有非常确定的内容的。……零不只是一个非常确定的数，而且它本身比其他一切被它所限定的数都更重要，事实上，零比其他一切数都有更丰富的内容。”

圆周率的诞生

在三国两晋南北朝时代，我国的数学科学已闪烁着耀眼的光芒，出现了历史上杰出的数学家刘徽和祖冲之。这两个不朽的人物为我国数学奠定了牢固的基础。

先说刘徽，他是三国时代魏国人。关于他的身世和生平事迹，由于资料有限，我们了解得很少。他的活动区域大致在山东半岛和江苏北部一带。

刘徽自幼熟读《九章算术》，在魏陈留王景元四年（263）前后，为我国古代数学经典著作《九章算术》作注，做了许多创造性的数学理论工作，对我国古代数学体系的形成和发展影响很大，在数学史上占有突出的地位。

《九章算术》体现了中国古代自先秦到东汉以来的数学成就。但当时没有发明印书的方法。这样好的书也只能靠笔来抄写。


刘 徽

在辗转传抄的过程中，难免会出现很多的错误，加上原书中是以问题集的形式编成，文字过于简单，对解法的理论也没有科学的说明。这种状况明显地妨碍了数学科学的进一步发展。

刘徽为《九章算术》作注，在很大程度上弥补了这个重大的缺陷。在《九章算术注》中，他精辟地阐明了各种解题方法的道理，提出了简要的证明，指出个别解法的错误。

尤其可贵的是，他还做了许多创造性的工作，提出了不少远远超过原著的新理论。可以说，刘徽的数学理论工作为建立具有独特风格的我国古代数学科学的理论体系，打下了坚实的基础。

刘徽在《九章算术注》中，最主要的贡献是创立了“割圆术”，为计算圆周率建立了严密的理论和完善的算法，开创了圆周率研究的新阶段。

圆周率即圆的周长和直径的比率，它是数学上的一个重要的数据，因此，推算出它的准确数值，在理论上和实践上都有重要的意义和贡献。

在世界数学史上，许多国家的数学家都曾经把圆周率作为重要研究课题，为求出它的精确数值作了很大努力。在某种意义上说，一个国家历史上圆周率精确数值的准确程度，可以衡量这个国家数学的发展情况。

《九章算术》原著中，沿用自古以来的数据，即所谓“径一周三”取$\pi=3$，这是很不精确的。到了后来，三国时期的王蕃（230～266）采用了3.1566，这虽然比“径一周三”有了进步，但仍不够精密，而且也没有理

论根据。

怎样才能算出比较精密的圆周率呢？刘徽苦苦地思索着。

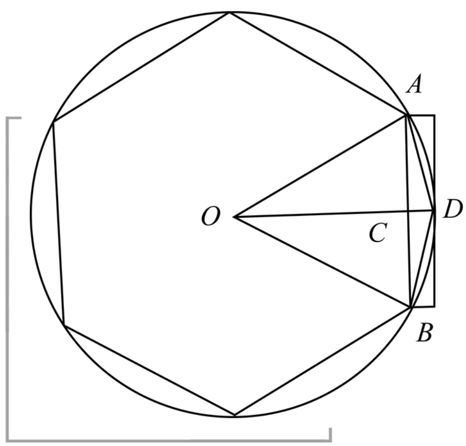
一天，刘徽信步走出门去，去大自然呼吸新鲜的空气。在他的眼前，群山绵绵不断地伸展开去，好像数学哲理似的奥妙莫测。

刘徽的思路仿佛进入群山的巍峨中，鉴证着大自然的不可思议的创造。刘徽抬眼望去，远处一个高耸入云的顶峰上，有一座小小的庙宇，他猜测着，数学的殿堂是不是也和这庙宇一样，风光而又曲折。

一阵叮叮当当的响声引起了刘徽的注意，他朝着响声走去，原来这是座石料加工场。这里的石匠师傅们正把方形的石头打凿成圆柱形的柱子。

刘徽颇感有趣，蹲在石匠师傅的身边认真地观看着。只见一块方石，经石匠师傅砍去四角，就变成一块八角形的石头，再去掉八角又变成十六角形，这样一凿一斧地干下去，一方形石料加工成光滑的圆柱了。

刘徽恍然大悟，马上跑回家去，认真地在地上比划着，原来方和圆是可以互相转化的。



圆的启发

他把一个圆周分成相等的 6 段，连接这些分点组成圆内正六边形，再将每一分弧二等分，又可得到圆内接正 12 边形，如此无穷尽地分割下去，就可得到一个与圆完全相合的正“多边形”。

刘徽由此指出：圆内接正多边形的面积小于圆面积，但“割之弥细，所失弥少。割之又割，以至于不可割，则与圆周合体，而无所失矣”。

这段话包含有初步的极限思想，思路非常明晰，为我国古代的圆周率计算确立了理论基础。

综合上面的论述，刘徽实际上建立了下面的不等式：

$S_{2n}<S<S_{2n}+(S_{2n}-S_n)$

这里 S 是圆面积，S_{2n}、S_n 是圆内接正多边形的面积，n 是边数。

刘徽使用了这个方法，从圆内接正 6 边形算起，边数依次加倍至正 192 边形的面积，得到的圆周率 π 的近似值是 157/50，这相当于 $\pi=3.14$。

他还继续计算，直到求出了正 3072 边形的面积，进一步得到 π 的近似值是 3927/1250，这相当于 $\pi=3.1416$。

3.14 和 3.1416 这两个数据的准确程度比较高，在当时世界上是很先进的数据。

刘徽还明确地概括了正负数的加减法则，提出了多元一次方程组的计算程序，论证了求最大公约数的原理，对最小公倍数的算法也有一定地研究。

这些都是富有创造性的成果，因此可以说，刘徽通过注解《九章算术》，丰富和完善了中国古代的数学科学体系，为后世的数学发展奠立了基础。

刘徽撰写的《重差》，原是《九章算术注》的第十卷，后来单独刊行，被称为《海岛算经》。这是一部说明各种高度或距离的测量和计算方法的著作，即关于几何测量方面的著作。

有一次，刘徽和朋友们到海边去散步，刘徽抬眼望去，那是一片伟丽而宁静的、碧蓝无边的海。它在眼光所及的远处，与淡蓝色的云天相连。

微风爱怜地抚摸着海的绸缎似的胸膛，太阳用自己的热烈的光线温暖着它。而海，在这些爱抚的温柔力量之下睡梦似的喘息着，使沸热的空气充满了蒸发的盐味。

淡绿的波浪跑到黄沙上来，抛掷着雪白的泡沫，吻着刘徽及朋友们的脚，刘徽心旷神怡，索性坐在沙滩上，让那微咸的海水润湿着裤脚。

这时，一个朋友指着茫茫大海中耸立着的一座孤岛问道：“谁知道小岛有多高？多远？”另一朋友想了想：“只要准备一只小船和足够的绳子，我就能量出小岛的距离和高度。”

众人哄地笑了起来，这得需要多少绳子，即使给你绳子，你也量不出小岛的距离和高度。因为绳子有伸缩性，而小岛有斜坡。再说，这办法也太笨了。

这时，刘徽在一旁沉默不语，有人请他发表意见。刘徽说："我根本不需要到小岛去，只需两根竹竿，即可量出它的高和远。"

朋友们睁大双眼愣愣地望着刘徽。刘徽见朋友不相信他，便在海滩上画出图来，解释道："在岸边垂直竖立两根一样长的杆子 GH 和 EF，使它们与小岛 AB 位于同一方向上，然后分别在与两杆顶 E、G 与岛尖 A 成一直线的地面 C 和 D 点作记号便可以了。"

这样一来 CF、DH、HF、EF 的长度我们都可量出来，现在来算出岛的距离 BF 和岛的高度 AB，刘徽算出的结果是：

$AB=EF\times HF/DH-CF+EF$

$BF=CF\times HF/DH-CF$

具体怎样计算，我们就不再一一赘述了，读者如有兴趣的话，不妨一试，来证明刘徽的公式。

刘徽在《九章算术注》的自序中说："事类相类，各有攸归。故枝条虽分，而同本干者，知发其一端而已。"

刘徽的研究方法和研究成果对我国古代数学的发展产生了非常深刻的影响，为我国数学科学史增添了光辉的一页。

近年来，刘徽的《九章算术注》和《海岛算经》被翻译成许多国家的文字，向世界显示了中华民族灿烂的古代文明。

刘徽之后约 200 年，我国南北朝时期又出现了一位大科学家祖冲之。他认为刘徽采用割圆术只算到正 3072 边形就停止了，得出的结果还是不够准确。

如果能在刘徽 3072 边形的基础上割之又割，作出 6144、12288……边形，不就可以求出更精确的圆周率吗？

祖冲之不满足于前人的成就，决定攀登新的高峰。他通过长期刻苦钻研，在儿子祖暅的协助下，反复测算，终于求得了精确度更高的圆周率。《隋书·律历志》中记载了他的成就：

"宋末，南徐州从事史祖冲之更开密法，以圆径一亿为一丈，圆周盈数 3 丈 1 尺 4 寸 1 分 5 厘 9 毫 2 秒 7 忽（3.1415927 丈），朒数 3 丈 1 尺 4 寸 1 分 5 厘 9 毫 2 秒 6 忽（3.1515926 丈），正数在盈朒之间。密律：圆径 113，

祖冲之

圆周 355。约律：圆径 7，周 23。”

从上述文字记载来看，祖冲之对圆周率贡献有三点：

（1）计算出圆周率在 3.1415926 到 3.1415927 之间，即 $3.1415926<\pi<3.1415927$，在世界数学史上第一次把圆周率推算准确到小数点后 7 位。这在国外直到 1000 年后，15 世纪阿拉伯数学家阿尔·卡西计算到小数 16 位，才打破祖冲之的纪录。

（2）祖冲之明确地指出了圆周率的上限和下限，用两个高准确度的固定数作界限，精确地说明了圆周率的大小范围，实际上已确定了误差范围，这是前所未有的。

（3）祖冲之提出约率 20/7 和密率 355/113。这一密率值是世界上第一次提出，所以有人主张叫它“祖率”。在欧洲，德国人奥托和荷兰人安托尼兹得到这一结果，已是 16 世纪了。祖冲之是怎样得出这一结果的呢？他应该是从圆内接正 6 边形、12 边形、24 边形……一直计算到 12288 边形和 24576 边形，依次求出它们的边长和面积。

这需要对有 9 位有效数字的大数进行加减乘除和开方运算，共一百多步，其中近 50 次的乘方和开方，有效数字达 17 位之多。

当时，数字运算还没有用纸、笔和数码，而是用落后的筹算法。通过纵横相间的小竹棍来演算，可见祖冲之付出多么艰巨的劳动，需要具备多么严肃认真的精神。

祖冲之和他的儿子祖暅还用巧妙的方法解决了球体积的计算问题。在他们之前，《九章算术》中已经正确地解决了圆面积和圆柱体体积的计算问题。

但是在这本书中，关于球体积的计算公式却是错误的。刘徽虽然在《九章算术注》中指出了这个错误，但是也未能求出球体积的计算公式。200 年后，祖冲之父子继续刘徽的工作，在我国数学史上第一次导出了正确的球体积公式。值得注意的是，祖暅在推算求证的过程中，得出了“等高处的横截面积相等，那么二个立体的体积必然相等”的结论。

这个问题在 1000 年后才由意大利数学家卡瓦列利提出，被人称为“卡瓦列利定理”，其实我们完全有权利称它为“祖暅定理”。

祖冲之父子的研究成果汇集在一部名叫《缀术》的著作中，被定为“十部算经”之一。可惜的是，到了宋朝以后，这部伟大的著作就失传了。

祖冲之的科学成就，在我国以至世界科学技术发展史上，将永远放射光芒。为了纪念这位伟大的科学家，国际上把月球背面的一个山谷，命名为“祖冲之”，可见世界对祖冲之的敬仰。

康托创立集合论

早在 1638 年，意大利天文学家伽利略发现了这样一个问题：全体自然数与全体平方数，谁多谁少？不仅伽利略对此困惑不解，许多数学家也回答不了这个问题。谁又会想到，这一问题却为现代数学基础——集合论的诞生播下了种子。

集合论是 19 世纪末德国数学家乔治·康托创造的。由于它深入到数学的每一个角落，所以成为一切数学分支的基础。英国哲学家、数学家罗素称赞康托的发现“或许是我们这个时代可引以为自豪的最伟大的事件”。

勤勉的康托

乔治·康托于 1845 年 3 月 3 日出生于俄国彼得堡一个犹太商人的家庭。1856 年，康托全家迁往德国法兰克福。康托一生主要时光是在德国度过的。

康托有弟妹六人，他是老大。父亲从小就给他们灌输宗教方面的教育，并培养他们自信、自强和奋斗精神。父亲在给 15 岁的康托的一封信中写道：

“你的父亲，或者说，你的父母以及在俄国、德国、丹麦的其他家人都在注视着你，希望你将来能成为科学地平线上升起的一颗明星。”这封信始终陪伴着康托，成为康托终生奋斗的一个动力。

年轻的康托在一所寄宿学校读书，操行评语上写着：“他的勤勉和热情堪称典范，在初等代数和三角方面成绩优异，其行为举止值得赞扬。”他是一个有很高天赋、全面发展的学生，在数学方面尤为突出。但父亲并不希望儿子献身纯粹数学，希望儿子能够学工程学。1862 年，康托上了苏黎世大学，次年又转入柏林大学学习。当时，维尔斯特拉斯、库默尔等著名数学家都在柏林大学任教。受他们的影响，康托放弃了当工程师的打算，转为研究纯粹数学。

他 22 岁时获得柏林大学数学博士学位，博士论文是关于数论方面的。他在博士论文中提出了一些奇异的观点，这在常人看来似乎有些离经叛道。他却认为，数学中提问的艺术比起解法来更为重要。后来，康托对数学独特的贡献就在于他以特殊的提问方式开辟了广阔的研究领域。

1869 年康托在哈雷大学担任助教，主要研究数论、不定方程和三角级数。

集合论的诞生

从古希腊时候起，对“无限”问题的研究就一直是数学家努力攻克的堡垒之一，但这一工作极其困难。比如，某种无穷多事物的计数问题，两类无穷多事物的个数的比较问题等。人们对此类问题的认识还不够深入，致使数学中有许多遗留问题未能得到彻底解决。例如实数是否可数，实数有多少等等，在分析学中也留有不少的疑问。

到了 19 世纪下半叶，德国另一位大数学家戴德金作出了重大突破，他是对 20 世纪有极大影响的数学家。戴德金曾著文论及“无限”，认为一个系统如能和本身的一部分相似，则称为是无限的，否则是有限的。

在伽利略问题提出二百多年以后，1873 年康托开始了有关集合和无限等问题具有变革意义的工作。他第一次系统地研究了无穷集合的度量问题，并给出了度量集合的基本概念：一一对应，以此作为衡量集合大小的一把

"尺子"。这样，如果两个集合之间能够建立一一对应的关系，就说它们的个数是相等的。康托利用自己的这一结论成功地证明了实数集合与自然数集合之间不能建立起一一对应关系，从而证明了实数集合是不可数的。这就解决了伽利略问题。

同年 12 月 7 日，他把自己这一发现写信告诉戴德金。以后，数学史家把这一天看作集合论的诞生日。

次年，29 岁的康托结婚了。在度蜜月时他碰到了戴德金，两人进行了学术交流。康托继续戴德金的想法，认识到戴德金关于无限的定义是正确的，但是无限集彼此之间也是千差万别，并不相似，应该加以区别。接着，康托就把他的这些研究成果写成《论所有实代数的集合的一个性质》一文，发表在《克列尔数学杂志》上。这是关于集合论的第一篇论文，具有开创性意义。该文详细地论说了"无限"这一问题，受到世人注目，并成为后来的势和序数理论的基础。

以后十年间，他继续探索并发表了一系列论文，并以《集合论基础》为题作为专著于 1883 年出版。他开始了数学一个全新领域的研究。他发展了奠基于对实无穷作数学处理的超限数理论，并创造了相似于有限数运算的超限数算术。

集合论体现现代数学思想，它以全新的手段考察数学的研究对象，既能见树木，又能看到森林。对某一类问题的研究，像蘑菇一样成堆成片地作出发现。邻域、映射、线性空间、结构、群、环、域等一系列现代数学概念，都建立在集合论之上。

集合论中的连续统假设更是数学问题来源于几何、力学、物理等方面的现实问题的一个范例。它是康托在 1882 年提出的一个猜想：在可数集基数和实数集基数之间没有别的基数。直观地讲，就是实数有多少的问题，一条直线上点有多少的问题。一百年来，经过许多著名数学家的不懈努力，集合论取得了一些重大进展，而且为了解决它也找到一些著名的方法，这些方法对解决其他数学问题起了积极的作用。但是就猜想本身来说，还需要继续寻求新的数学命题或采用其他有效途径去攻克。

代数学的的诞生

16 世纪，比利时出现了一位数学家，名叫罗梅纽斯，深受国王的推崇，为此国民深感自豪和骄傲。于是比利时的大使向法国国王亨利四世夸口说：“法国还没有一个数学家能解决我国数学家罗梅纽斯的一个关于 45 次方程的求根问题。”实际上这一问题是罗梅纽斯 1573 年在他的《数学思想》一书中提出的一道难题。这回大使就用它来向法国挑战。

对此法国国王决定在国内选取数学家，设法解决这一问题，以长国威。然而找了不少数学教授都没能找到解决的答案。国王消沉不语，如同丧权辱国一样使他深受打击。

有一天，国王亨利四世召见了韦达，让他求解这个 45 次方程。韦达看过这个方程后，便向国王说道：“一个相当简单的问题，我马上就能给出正确的答案。”因为韦达看出这个方程的解是依赖于 $\sin45\theta$ 与 $\sin\theta$ 之间的关系，所以几分钟内就求出了两个根，后来又求出了 21 个根，负根被弃去了。国王见到了答案，高兴地说道：“韦达是我国乃至全世界最伟大的数学家。”接着便赏给韦达 500 法郎。

的确，韦达是法国著名的数学家，也是数学史上最杰出的数学家之一。他是文艺复兴运动的推动者。但是那时的国王主要靠神权统治国家，所以对科学的发展状况和本国学者的知名度也不太了解。关于这个 45 次方程的求根问题，韦达解决的如此之快，是因为他把这个方程变换了形式。他认为这个问题相当于：给定一弧所对的弦，求该弧的 1/45 所对应的弦。也就是等价于：用 $\sin\theta$ 表示 $\sin45\theta$，并求出 $\sin\theta$。如果 $\chi=\sin\theta$，那么这个代数方程对 χ 就是 45 次的。韦达知道这个问题，只要把这个代数方程分成一个 5 次的方程和两个 3 次方程就行了。

不久后，韦达也开始向罗梅纽斯挑战：看谁能解阿波罗尼斯提出的“作一圆与三个给定圆（允许独立地退化成直线或点）相切的问题”。罗梅纽斯以欧几里得几何作工具没有解出，而韦达则解出了。当罗梅纽斯得知韦达的天才解法后，十分敬佩。他长途跋涉到丰特内专程拜访了韦达，从