本书由华南师范大学管理科学新专业、
重点学科建设经费资助出版。

自然演绎逻辑导论

陈晓平　著

中山大学出版社

·广州·

图书在版编目（CIP）数据

自然演绎逻辑导论/陈晓平著. —广州：中山大学出版社，2006.3

ISBN 7-306-02678-X

Ⅰ. 自…　Ⅱ. 陈…　Ⅲ. 演绎推理　Ⅳ. B812.23

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2006）第 013060 号

责任编辑：李　文
封面设计：郭志科
责任校对：王　睿
责任技编：黄少伟
出版发行：中山大学出版社
编辑部电话（020）84111996，84113349
发行部电话（020）84111998，84111160
地　　址：广州市新港西路 135 号
邮　　编：510275　　传真：（020）84036565
印 刷 者：番禺市桥印刷厂
经 销 者：广东新华发行集团
规　　格：787mm×960mm　1/16　19.25 印张　398 千字
版　　次：2006 年 3 月第 1 版
印　　次：2006 年 3 月第 1 次印刷
定　　价：28.00 元

目　　录

第二版前言

关于自然演绎逻辑系统

在这里，笔者将对几个最有影响的自然演绎逻辑系统加以比较，并说明本书所给出的自然演绎系统与它们的相同或不同之处，以及做出这种取舍的原因。此外，还将对本书第一版的修改之处加以说明。

加拿大逻辑学家佩尔蒂埃（F. J. Pelletier）在其文章《自然演绎简史》（1999 年）① 开宗明义地道出自然演绎逻辑的重要性。他说道：“自然演绎是当代哲学家们最为熟悉的一种逻辑，甚至它是许多当代哲学家们关于逻辑所知道的一切。然而，自然演绎却是相当晚近才出现于逻辑学的一个创新”。这一创新“在逻辑史上的重要性不亚于鲁宾逊（J. A. Robinson）于 1965 年发现的分解法（resolution）和弗雷格于 1879 年发现的逻辑方法，甚至不亚于亚里士多德于公元前四世纪发现的三段论。”

自然演绎逻辑的创始人是德国逻辑家根岑（G. Gentzen）和波兰逻辑家雅斯可夫斯基（S. Jaśkowski）。他们两人不谋而合地同在 1934 年各自发表了一篇文章，并且是关于同一个主题即自然演绎②。自然演绎的纲领是什么？用根岑的话来说：

> 我的出发点是：逻辑演绎的形式化，尤其是经由弗雷格、罗素和希尔伯特等人发展起来的形式化，与在数学证明实践中所用到的演绎形式是相去甚远的。尽管取得了可观的形式方面的优点作为回报。与此相反，我打算首先建立一种形式系统，它尽可能地靠近实际的推论。其结果就是“自然演绎的演算”。（转引自《自然演绎简史》）

根岑和雅斯可夫斯基都认为，自然演绎的核心是引入假设然后撤除假设的做法。我

---

① F. J. Pelletier，A Brief History of Natural Deduction，in History and Philosophy of Logic，Vol. 20（1999），pp. 1～31.

② 前者见 G. Gentzen，Untersuchungen Über das Logische Schliessen，in Mathematische Zeitschrift 39（1934），pp. 176～210，405～431。英译文见 Investigations into Logical Deduction，in M. Szabo，The Collected Papers of Gerhard Gentzen，Amsterdam：North-Holland，1969，pp. 68～31.

后者见 S. Jaśkowski，On the Rules of Suppositions in Formal Logic，in Studia Logica，Vol. 1（1934）。重印于 S. McCall，Polish Logic 1920～1939，Oxford：Oxford University Press，1967，pp. 232～258.

们知道，弗雷格、罗素和希尔伯特等人发展起来的公理系统，其证明过程是从系统的公理出发，根据少量的推论规则推出一系列定理。与之不同，自然演绎系统没有公理，或者说，可以没有公理，而是通过引入假设（包括前提）作为推演的出发点，运用推演规则推出另外一些命题，并通过撤除假设使这些被推出的命题独立于该假设。当除前提以外的假设都被撤除，所给推论的有效性便被证明；如果没有前提，所证结果便是本系统的一个定理。

依笔者所见，自然演绎系统之所以比公理系统更接近人们的实际推论，其原因是：在人们的推论实践中，逻辑从来都是被作为推论规则用于其他领域的公理或前提之上的，而逻辑真理本身只是推论规则的根据而不是推论的对象。逻辑的公理系统却把人们常用的推论规则大都搁置一旁，而把人们并不太熟悉的逻辑真理作为推论的出发点即公理或推论的目标即定理。与之相反，自然演绎系统则较多地保留了人们熟悉的推论规则，特别是引入然后撤除假设的条件证明规则，从而允许把逻辑真理以外的任何命题作为出发点，也可以把任何命题作为推论的目标，同时把对逻辑真理的推演作为一种特殊情形即无前提证明容纳进来。相比之下，自然演绎系统既符合人们实际运用逻辑推论的习惯，又能达到推演逻辑真理的目的，真可谓“一箭双雕”。因此可以说，自然演绎逻辑系统在很大程度上恢复了逻辑的本来面目。

佩尔蒂埃在其《自然演绎简史》中指出，根岑和雅斯可夫斯基的自然演绎纲领真正得到广泛传播和普遍接受的时间是从 20 世纪 50 年代开始的，对于这一局面起到很大促进作用的文献包括科庇（I. M. Copi）的《符号逻辑》（1954 年初版）和苏佩斯（P. Suppes）的《逻辑导论》（1957 年初版）。[①] 这两本教科书也是本书的主要参考文献，同时本书参考了近年来美国大学所使用的若干逻辑学教材，其中由伯格曼（M. Bergmann）、穆尔（J. Moor）和纳尔逊（J. Nelson）合著的《逻辑教本》（2004 年第四版，1980 年初版）[②] 尤为重要。下面将简要谈一下本书同这三本经典教科书以及根岑和雅斯可夫斯基关于处理自然演绎系统的异同之处。

第一，关于假设域的表示。自然演绎的推论特征是先引入假设然后撤除假设的策略，体现这一特征并为各个自然演绎系统所共有的推论规则是“条件证明规则”（雅斯可夫斯基的术语），亦即“→引入规则”（根岑的术语）。这条规则的每一次使用产生一个子推演，那么，如何把这个子推演表示出来呢？如何标示这个子推演对假设的引入和对假设的撤除？对此，不同的自然演绎系统往往采取不同的方法。根岑给出一种方法即

① 这两本书都有中译本：科庇：《符号逻辑》，宋文坚、宋文淦译，北京大学出版社，1988 年；苏佩斯：《逻辑导论》，宋文淦等译，中国社会科学出版社，1984 年。

② M. Bergmann，J. Moor，J. Nelson，The Logic Book，4th edition，New York：The McGraw-Hill Companies，2004。在后面的论述中，作者只提伯格曼（Bergmann）。

树形方法，但这种方法现在已经很少有人采用了。雅斯可夫斯基给出两种方法，一种是图示法，即把每一个子推演放在一个方框中，被引入的那个假设处于方框内的第一行，方框内的任何一行都依赖于该假设；这也就是说，方框标示出该假设的域，方框外的各行不依赖于该假设或不隶属于该假设域。对于方框外的各行而言，该假设就是被撤除的。

这种图示的方法在菲奇（F. Fitch，1952）[1] 和科庇以及伯格曼等人那里得到继承和改进，改进的主要之点是只保留方框左边的竖线（菲奇和伯格曼）或竖线两端加短横线和箭头（科庇），竖线的长度标示假设域的范围。本书采纳了柯庇的方式，把竖线上端的横箭头换成短横线，这样做是为了使图示在保持清晰的前提下更为简便。雅斯可夫斯基给出的另一种方法是标记法，即对推演的每一行分别做出标记，用以表明这一行依赖于哪一个假设。这种方法被奎因（W. V. Qine，1950）[2] 和苏佩斯等人继承和改进。本书没有采用这种方法，因为在笔者看来，这种方法比较麻烦并且容易出错。

第二，关于推演规则。条件证明规则（→引入规则）是每个自然演绎系统共有的，除此之外，不同的自然演绎系统往往采用不同的推演规则。根岑所采用的推演规则都是关于某个逻辑词（联结词或量词）的引入或销除的。具体地说，对于除等值词以外的四个真值函项联结词和两个量词各给一个引入规则和一个销除规则，共 12 条推演规则。这些推演规则在以后的教科书中得到广泛的采用，或者在此基础上略有增减或改变名称。如科庇对根岑的 4 条量词规则全部采用，只是将量词的引入规则改名为“概括规则”，将量词的销除规则改名为“例示规则”，并且附加了一条关于量词否定的置换规则。科庇对根岑的 8 条联结词规则略有增减，并改换名称。如其中的“条件证明规则”和“间接证明规则”分别是根岑的“→引入规则”和“　引入规则”，“合取规则”和“化简规则”分别是根岑的“∧引入规则”和“∧销除规则”，“附加规则”和“二难推论规则”分别是根岑的“∨引入规则”和“∨销除规则”（后者略有不同，它相当于简单构成式二难推论，而科庇采用的是复杂构成式二难推论），“肯定前件规则”是根岑的“→销除规则”。关于联结词规则，科庇比起根岑减少了“　销除规则”而新增了“否定后件规则”、“析取三段论规则”、“假言三段论规则”和“复杂破坏式二难推论”。此外，科庇还增加了 10 条等值置换规则，即双重否定律、德摩根律、交换律、结合律、分配律、假言易位律、蕴涵律、等值律、移出律和重言律。其中双重否定律包含了根岑的“　销除规则”。根岑的推演规则虽然没有这些等值置换规则和其他一些规则，但从他的推演规则可以派生出这些规则，因此，对于根岑的系统来说，这些规则都是逻辑上不必要的。但是，一个明显的事实是，这些规则在实际应用中可以起到简化推

① F. Fitch，Symbolic Logic，New York：Roland Press. 1952.

② W. V. Quine，Method of Logic，New York：Henry Holt & Co，1950.

演的作用；或者说，有了它们可以使我们的推论更为自然。

伯格曼的《逻辑教本》关于命题逻辑介绍了两个彼此等价的自然演绎系统即 SD 和 SD+，关于谓词逻辑也介绍了两个彼此等价的自然演绎系统即 PD 和 PD+。其中 SD 和 PD 几乎完全采用了根岑的规则系统。SD+则是在 SD 的基础上增加了由科庇首先增加的前三条推演规则和 10 条置换规则，PD+是在 PD 的基础上增加了关于量词否定的置换规则。本书基本采用了科庇的规则系统包括规则的名称。不过，科庇的命题逻辑系统包含 21 条规则而本书的系统只有 20 条，少掉的那一条规则是"复杂破坏式二难推论"。另外，科庇关于等值词的置换规则包括两组公式，而本书的那条规则只包括一组公式；科庇关于量词的置换规则即量词否定规则只包括三组公式，而本书的那条规则包括四组公式，并称之为"量词转换规则"。

关于自然演绎的规则系统，雅斯可夫斯基与根岑之间有着明显的区别。首先，雅斯可夫斯基的系统没有把存在量词作为基本逻辑词，因而没有关于存在量词的推演规则。其次，雅斯可夫斯基关于命题逻辑的推演规则并没有给出一个详细的清单，而只是着重给出两个非同寻常的规则即"条件化规则"和"归谬规则"，即科庇所说的"条件证明规则"和"间接证明规则"。这两个规则都引出相应的一个子推演，子推演包括其他规则的应用，这些其他规则被雅斯可夫斯基笼统地称之为"普通规则"，并为他的自然演绎系统所容纳。

这种构造规则系统的做法被奎因和苏佩斯所继承。奎因在他的系统中包括这样一条规则（即 TF），允许从给定命题推出任何一个命题或其模式，只要它是被给定命题真值函项地蕴涵的（即重言蕴涵）。我们知道，任何一个重言的蕴涵式都相当于一个推演规则，即其前件真值函项地蕴涵其后件；而重言的蕴涵式是无穷多的，这意味着奎因的自然演绎系统包含无数多条推演规则。与之相似，苏佩斯的自然演绎系统只有三条明确给出的规则：一是规则 P，允许在证明过程中随时引入一个假设；另一是规则 C. P.，即条件证明规则；再一个就是规则 T，它相当于奎因规则 TF。不过，苏佩斯又列出一些常用的重言式，作为对规则 T 的补充说明，但对规则 T 的应用并不限于这些被列出的重言式。苏佩斯所列出的那些重言式大致与科庇的推演规则相对应。

本书之所以没有采取雅斯可夫斯基、奎因和苏佩斯的规则系统，因为这种规则系统不适合于初学者。初学逻辑的人并不知道哪些蕴涵命题是重言式，当然也就不知道哪些命题是被给定的命题所重言蕴涵的。换言之，如果他们能够准确地判别哪些公式是或不是重言式，那么他们也就不必学习命题逻辑了。

第三，关于存在量词规则的表述。根岑关于量词的推演规则有四条，即全称量词引入（introduction）规则、全称量词销除（elimination）规则、存在量词引入规则和存在量词销除规则。这四条量词规则在总体上得到普遍的接受，尽管在细节和名称上还存在许多分歧。从名称上讲，奎因和科庇等人把这四条规则分别称为"全称概括（generalization）规则”、“全称例示（instantiation）规则”、“存在概括规则”和“存在例示规则”。苏佩斯则把它们分别称为“全称概括（generalization）规则”、“全称限定（specification）规则”、“存在概括规则”和“存在限定规则”。菲奇和伯格曼等人则沿用根岑的叫法。本书采用奎因和科庇的名称，下面的分析将表明，这种叫法更能反映量词规则的本质。

从细节上讲，一个明显的分歧是，存在例示规则是否作为一条关于假设的引入-撤除规则？对此，根岑、菲奇、科庇和伯格曼等人的处理是肯定性的，而奎因、苏佩斯等人的处理是否定性的。[①] 不过，奎因和苏佩斯对存在例示规则的处理面临一个困境，它违反了关于推演有效性的一个原则，即：一个推演的每一行都是推演所依据的命题的逻辑后承。苏佩斯的规则允许这样的推论：从 $\exists x\Psi(x)$ 推出 $\Psi(v)$，要求 v 是一个新的个体词。然而我们知道，“某个具体事物 v 具有属性 Ψ”不是“有事物具有属性 Ψ”的逻辑后承。为此，苏佩斯不得不把上述有效性原则减弱为：“如果推导中的一个公式不包含歧义名称（即 V），并且它的前提也不包含，那么它就是它的前提的逻辑后承。”[②] 这就是说，尽管 $\Psi(v)$ 不是 $\exists x\Psi(x)$ 的逻辑后承，但是由 $\Psi(v)$ 导致的不含 v 的命题即 P 则是 $\exists x\Psi(x)$ 的逻辑后承。这意味着，并非一个有效推演的每一行都是它所依据的那些命题的逻辑后承，只要由它最终可以导出 P。

奎因和苏佩斯所面临的这一困境对于根岑、科庇和伯格曼等人并不存在，因为在他们那里，$\Psi(v)$ 只是作为一个假设而引入的，它不依据任何命题，当然不是也不应是 $\exists x\Psi(x)$ 的逻辑后承。为此，本书采用根岑、科庇和伯格曼等人关于存在例示规则的表述方式，即把它作为一条假设引入-撤除规则。

第四，关于一般量词规则的表述。量词规则是否允许自由个体变项出现于推演中？这个问题也可表述为：用于例示的个体词是否可以是个体变项？对此，以上提到的学者中除伯格曼持否定性的处理外，其他人都是持肯定性的处理。这两种不同的处理方法所导致的不同后果是，后者需要对量词规则给以更多的限制。现以科庇的量词规则为例，他把全称例示规则表述为（所用符号略有改变，以便同本书的规则进行比较）：

$$\forall x\Psi(x)$$

$$,\ \Psi(y)$$

其中“y”可以是自由个体变项。本来，运用全称例示规则进行推论是一种最为自然合理的推论，如从“所有人会死”推出“孔子会死”；但是，由于这一规则允许自由个体

① 科庇的《符号逻辑》第四章第二节不把存在例示规则作为假设的引入-撤除规则，但在同章第五节却把它作为假设的引入-撤除规则。鉴于该书把前者称为“对量化规则的初步表述”而把后者作为正式的表述，笔者以后者为依据把科庇归于前一类作者。不过，佩尔蒂埃在其《自然演绎简史》中却把科庇归于后一类作者。

② 苏佩斯：《逻辑导论》，第 104 页。

变项“y”出现于结论，这便导致出现某种逻辑错误的可能性。例如，应用这条规则可以进行如下的推演：

$$\forall x \exists y(F(x) \leftrightarrow \quad F(y))$$

$$, \quad \exists y(F(y) \leftrightarrow \quad F(y))$$

此推演的结论显然是假的，因为它说的是：有一个体 y 是 F 当且仅当它不是 F；这等于说，y 既是 F 又不是 F。但是，此推演的前提可以是真的。这意味着，这是一个无效推论。为了避免这类无效推论，对这一全称例示规则加以如下限制：公式 $\Psi(x)$ 表示任一命题或命题函项（即开语句），公式 $\Psi(y)$ 表示用“y”替换 $\Psi(x)$ 中 x 的每一出现的结果，并且这一替换必须满足一个条件，即：如果 y 是一变项，凡 x 在 $\Psi(x)$ 中自由出现的地方，y 在 $\Psi(y)$ 中也自由出现。① 以上无效推论便违反了这个限制条件，因为：前提中“$\forall x$”以后的开语句 $\exists y(F(x) \leftrightarrow \quad F(y))$ 相当于 $\Psi(x)$，x 在其中是自由出现的，结论 $\exists y(F(y) \leftrightarrow \quad F(y))$ 相当于 $\Psi(y)$，y 在其中没有自由出现。

请注意，这个限制条件仅当 y 为一个体变项时才起作用。如果 y 为一个体常项如 a，以上推演成为：

$$\forall x \exists y(F(x) \leftrightarrow \quad F(y))$$

$$, \quad \exists y(F(a) \leftrightarrow \quad F(y))$$

这一结论没有包含自相矛盾因而并非一定是假的，事实上，此推论是有效的。究其原因，导致前面无效推论的关键是，用以例示 x 的是变项 y 并且被量词 $\exists y$ 所约束。与之不同，当用以例示 x 的不是变项而是常项，这种情况是绝对不会发生的，因为一个常项不可能被任何量词所约束；相应地，以上赋予全称例示规则的限制条件便成为多余的。

在科庇的自然演绎系统中，这一条件限制不仅是针对全称例示规则的，而且是针对全部四条量词规则的，因为四条量词规则都允许自由个体变项出现。可以设想，如果禁止自由个体变项出现在量词规则中，那将使量词规则得到多么大的简化。② 科庇为何要让自由个体变项出现于推演过程中呢？他的说法是：“在为某一给定命题构造有效性的形式证明时，我们由之开始的前提和我们以之结束的结论都是命题。但是，每当使用存在例示或全称概括规则时，中间各行中至少要有一些行必须包含自由变项，并因而成为命题函项而不是命题。”③

事实上，科庇所说的出现在前提和结论之间的包含自由个体变项的命题函项（开

① 科庇：《符号逻辑》，第 124 页。

② 事实上，科庇在《符号逻辑》第四章第二节中给出这样一个不含自由个体变项的量词规则系统，只是存在例示规则没有采用假设引入 - 撤除的方式。科庇把它们称为“初步的量化规则”，而把他在同章第五节给出的容纳自由个体变项的量词规则看作是对前者的扩展。

③ 科庇：《符号逻辑》，第 121 页。

语句）是可以避免的，伯格曼在其《逻辑教本》所给出的自然演绎系统就是如此，它使推演的每一行只出现命题而不出现命题函项，从而禁止自由个体变项的出现，进而使量词规则得以简化。**本书采取了伯格曼在量词规则中禁止自由个体变项出现的做法。**

不过，本书第一版和第二版在对量词规则的表述上并不完全一样，这里涉及表述的简明性和逻辑的严格性之间的张力和取舍。如果说在兼顾简明性和严格性的前提下，旧版本更注重表述的简明性，新版本则更注重表述的严格性。对此，不妨以存在概括规则和存在例示规则加以说明。

本书第一版关于存在概括规则的表述是：

$\Psi(a)$

, $\exists x\Psi(x)$

而第二版本关于存在概括规则的表述是：

$\Psi(a/x)$

, $\exists x\Psi(x)$

新版本的存在概括规则的前提是 $\Psi(a/x)$，而不是 $\Psi(a)$，$\Psi(a/x)$ 表示用个体常项 a 替换 $\Psi(x)$ 中的 x 的每一次出现所得的结果。这看上去有些别扭，似乎概括之前先要进行例示。这样做的必要性何在？其必要性在于：存在概括规则并不像全称概括规则那样要求其结论不含个体常项 a，也就是说，存在概括规则允许只把前提中 a 的部分出现替换为 x，使得其结论 $\exists x\Psi(x)$ 亦即 $\Psi(x)$ 中可以包含 a。为此，当旧版本用前一种方式表述存在概括规则时，必须把这一点作为规则的一部分附加其上。这样处理，尽管在直观上简单明了而且在实际运算中也不会出错，但是从理论上讲是不准确的。因为前提 $\Psi(a)$ 中的复合谓词“$\Psi()$”是不含 a 的（“$\Psi()$”是通过去掉 $\Psi(a)$ 中 a 的每一次出现而得到的），一旦结论中含 a，其复合谓词就不是 $\Psi()$ 而是 $\Psi'()$；相应地，所得结论就不是 $\exists x\Psi(x)$ 而是 $\exists x\Psi'(x)$。与之不同，新版本的存在概括规则的前提是 $\Psi(a/x)$，其中的复合谓词“$\Psi()$”可以含有 a，只要结论 $\exists x\Psi(x)$ 中的“$\Psi()$”含有 a，因为 $\Psi(a/x)$ 只不过是用 a 替换 $\Psi(x)$ 中 x 的每一次出现的结果，并未对“$\Psi()$”有丝毫的改变。由此可见，新版本对存在概括规则的表述虽然显得不那么自然，但却是准确的，而且无需附加任何条款。这种对存在概括规则的表述方式也正是伯格曼等人所采用的。

关于存在例示规则，一个关键的步骤是在 $\exists x\Psi(x)$ 之后引入新名假设 $\Psi(a/x)$。如何保证 $\Psi(a/x)$ 中的个体常项 a 是一个新名呢？本书第一版采取了科庇和苏佩斯共用的方法，即要求 a 不出现在引入新名假设 $\Psi(a/x)$ 之前的任何一行。这样做的一个后果是，当把新名 a 作为例示常项时，全称例示的步骤必须在引入新名假设之后才能进行。然而，这一要求在逻辑上是不必要的。实际上，附加于存在例示规则上的这一限制条件可以弱化为：①新名 a 不出现在前提和任何尚未撤除的假设中；②新名 a 不出

现在 $\exists x\Psi(x)$ 中。不过，这种弱化了的条件限制反倒不如强化的条件限制来得简单明了。正因为此，本书第一版采用强化的条件限制，尽管在注脚中给出弱化的限制条件。出于对准确性的重视，新版本的存在例示规则采用了弱化的条件限制而把强化的条件限制作为一种辅助性的策略。

第五，关于常项和变项。常项和变项属于逻辑学中最基本的概念。一般而言，常项相当于专名，变项相当于通名。在逻辑学中还区分了对象语言和元语言，相应地，也就有了对象专名和元专名、对象通名和元通名的区别，亦即对象常项和元常项、对象变项和元变项的区别。不过，在逻辑学的文献中似乎只有元变项（metavariable）成为专门的术语，而其他相关概念只能从上下行文中去辨认。专就这一点而言，并不是什么大问题，但重要的是，不少作者常常将这几个概念在一定程度上混淆起来，其中也包括笔者在本书第一版中的有关处理。

如同科庇的《符号逻辑》以及其他人的一些著作，本书的旧版本不仅引入个体常项（如 a、b、c）和个体变项（如 x、y、z），还引入命题常项（如 A、B、C）和命题变项（如 p、q、r），但却始终没有明确地告诉读者：**个体变项属于对象语言（即一阶逻辑）的变项，而命题变项则属于元语言的变项，因为本系统中只有个体变项可以受到量词的约束，而命题变项却不能被量词所约束**（个体常项和命题常项均属对象语言）。在具体做法上，正如把 $F(a)$ 作为 $F(x)$ 的一个替换例子，也把 $A\wedge B$ 和 $A\rightarrow B$ 等分别作为 $p\wedge q$ 和 $p\rightarrow q$ 等的一个替换例子。$p\wedge q$ 和 $p\rightarrow q$ 等由于含有命题变项而成为命题形式，$A\wedge B$ 和 $A\rightarrow B$ 等由于只含有命题常项而成为具体命题。这些表述给读者造成一种错觉，似乎命题变项如同个体变项一样都属于对象语言。

个体变项如同个体常项可以成为对象语言的元素，因为个体变项可以通过量词的约束而构成对象语言的命题。与之不同的是，命题变项不能像命题常项那样成为对象语言的元素，因为命题变项不能通过量词的约束而成为对象语言的命题，而只能通过元语言中量词的约束而成为元语言的命题。

本书的第一版所面临的一个困境是：一方面，一阶逻辑肯定要把命题形式和推论形式作为研究对象；另一方面，似乎只有把命题变项引入对象语言才能表达命题形式和推论形式，而不限于只能表达具体命题和具体推论。这便是旧版本未把命题变项明确地宣布为元变项的内在原因。为摆脱这一困境，在新版本中提出“常项变项”和“变项变项”的概念（见第八章第一节）。通常所谓的常项在一定意义上也是变项，如数学公式中的系数，它只是相对于自变量是常数，但在不同的场合中系数可以取不同的数值。类似地，命题常项如 A 虽然在一定的语境下代表某一具体命题，但在不同的语境下它所代表的具体命题可以是不同的。简言之，相对于一定语境，A 是命题常项，离开特定语境，A 便成为命题变项；这便是“常项变项”的意思。既然如此，只用命题常项（即常项变项）同样可以表达命题形式和推论形式。所以，第二版只把命题常项引入系统，