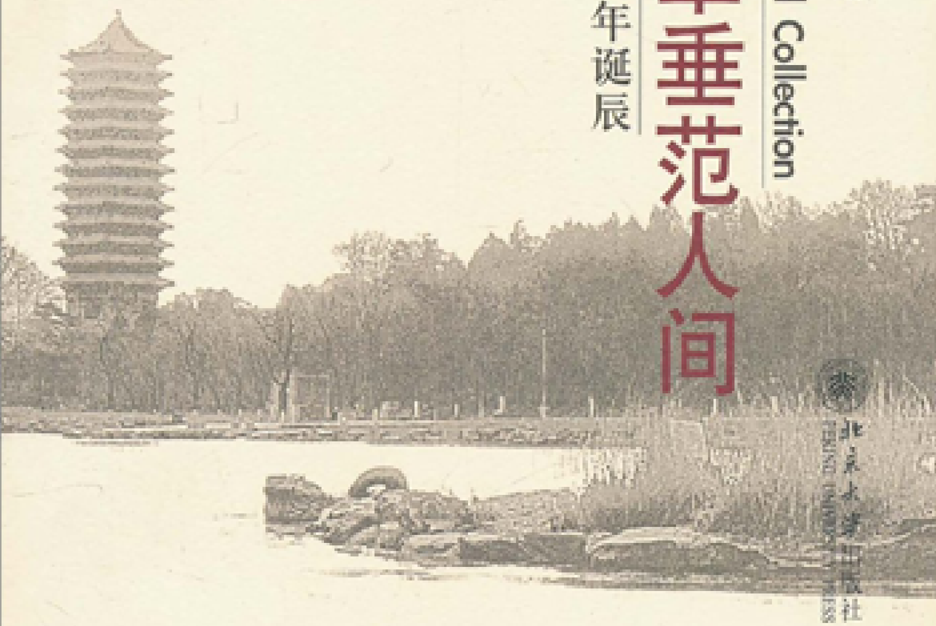
许宝騄先生纪念文集编委会 编

Pao-Lu Hsu Memorial Collection

道德文章垂范人间

纪念许宝騄先生百年诞辰



北京大学出版社

道德文章垂范人间

——纪念许宝騄先生百年诞辰

许宝騄先生纪念文集编委会　编

北京大学出版社
PEKING UNIVERSITY PRESS

图书在版编目(CIP)数据

道德文章垂范人间:纪念许宝騄先生百年诞辰/许宝騄先生纪念文集编委会编.—北京:北京大学出版社,2010.6

ISBN 978-7-301-17189-9

Ⅰ.道… Ⅱ.许… Ⅲ.许宝騄(1910—1970)-纪念文集 Ⅳ.K826.11-53

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 084638 号

书　　　名:道德文章垂范人间
　　　　　——纪念许宝騄先生百年诞辰

著作责任者:许宝騄先生纪念文集编委会　编

责 任 编 辑:刘　勇

封 面 设 计:林胜利

标 准 书 号:ISBN 978-7-301-17189-9/O·0816

出 版 发 行:北京大学出版社

地　　　址:北京市海淀区成府路 205 号　100871

网　　　址:http://www.pup.cn　电子邮箱:zpup@pup.pku.edu.cn

电　　　话:邮购部 62752015　发行部 62750672　编辑部 62752021
　　　　　出版部 62754962

印　刷　者:北京大学印刷厂

发　行　者:北京大学出版社

经　销　者:新华书店

787×1092　16 开本　26.75 印张　385 千字　8 页插页

2010 年 6 月第 1 版　2010 年 6 月第 1 次印刷

定　　　价:66.00 元

前　　言

今年是许宝騄先生诞辰100周年。他是我国数理统计学科和概率论学科的奠基人。现在,世界已经进入信息时代,数理统计学发展成了数学科学中与科学、技术、经济、社会的联系极其紧密的一大方面。概率论的思想也有力地渗入基础数学的各个分支,发挥了别开生面的神奇作用。在我国,概率论和统计学已形成兴旺的队伍,在学术上和实践中都取得了重大的成绩。在这样的时候,我们缅怀许宝騄先生享誉世界的学术成就和鞠躬尽瘁的创业育人贡献,编辑了这本文集。

许先生从小聪颖好学,多才多艺。在清华大学数学系勤奋踏实、教学相长的氛围里练就过硬的数学功底。他在英国留学时开始统计学的研究。抗战胜利后赴美讲学,开创了多个研究领域,成为国际统计学界的新星。1947年他回到北京大学任教。他被选为中央研究院的首批院士。他淡泊名利,献身科学,即使在身体病弱时也矢志不渝,非常感人。这本文集收录了许先生的部分论文,代表着他学术上的丰碑。

许先生对于人才培养更是做出了重大贡献。著名教育家梅贻琦先生说过:大学,非有大楼之谓也,乃有大师之谓也。许先生就是这样的大师,曾经像磁石一样把莘莘学子吸引到北京大学来。1956年我国制定的科学发展规划中,概率统计列为数学方面的重要发展方向。在许先生的主持下,北京大学创办了国内第一个概率论与数理统计专门化,科学院的王寿仁先生、中山大学的郑曾同先生等都来授课,还接纳了许多进修教师,成为大规模培养概率统计人才的第一个基地。他亲自领导讨论班,循循善诱,为年轻人的成长呕心沥血。

北京大学的概率统计专门化就是从我们这个年级开始的。但是对于这个专门化之外、无缘亲聆他的教诲的同学们,许先生基本上是一位传说中的英雄,多少有些神秘的。由于健康状况他已深居简出,同学间流传着他的种种逸闻,从出神入化的矩阵技巧,到把写好的论文列入明

年的计划。大家都十分羡慕那些能得到许先生直接指点的同学。直到“文化大革命”中他不得不抱重病到集体宿舍参加“学习”,我才第一次见到他瘦弱的身影。

许先生的学问,特别是他的为人、治学、育才,在艰难中创业、创新的精神,对我们后辈来说是非常宝贵的财富。没有人能比他的同事和学生们更好地介绍他的事迹和故事。这本文集的这个部分,使我们能听到他们的亲身感受,也是我们对许先生最好的纪念。今天我国各方面的客观条件比许先生的时代大为改善了,他的奋斗精神却是我们永远需要的。

姜伯驹

2010.1

编者注 本文作者姜伯驹(1937—)是中国科学院院士、北京大学教授。

目　　录

第一编　国际著名学者对许宝騄教授学术成就的论述

第二编　学 术 论 文

第三编　传　　记

第四编　深切怀念许宝騄先生

（许宝騄先生友人、亲属、学生等的纪念文章）

第五编　许宝騄先生学术论文、专著目录

第　一　编

国际著名学者对许宝騄教授学术成就的论述

许宝騄 1910—1970[①]

T. W. Anderson, K. L. Chung, E. L. Lehmann

(*Stanford University and University of California*, *Berkeley*)

许宝騄 1909 年生于北京(译者按:应为 1910 年 9 月 1 日出生),1933 年获清华大学学士学位。1936—1940 年就学于伦敦 University College,在那里于 1938 年获 Ph. D,1940 年获科学博士学位。他从伦敦返回中国后,任教于北京大学数学系。

战争年代生活是十分困难的(1943—1944 年许先生给 Neyman 的信中曾提到过挨饿之事),但许先生仍然坚持研究。1945 年他到达美国时,刚好赶上参加第一届 Berkeley 概率统计会议。在 UC Berkeley 教了一学期的书,接着又到 Columbia 教了一学期的书。刚好这一年 Hotelling 由 Columbia 转到 North Carolina 筹建统计系,Hotelling 就把许先生带到 North Carolina,并给他一个副教授的职位。之后,尽管众多的统计学家鼓动他留在美国,最后他还是回到了北京大学任教。

北京大学的段学复教授通知我们,许宝騄先生于 1970 年 12 月 18 日于北京大学的家中去世。他死于肺结核。学校为他开了追悼会。

许宝騄出身于杭州的官宦之家,并在北京长大。由于他的出身背景,他讲的是一口略带吴侬口音的普通话。从风度和气质来看,他是一个典型的中国传统知识分子。他所受的英国教育,使他偏爱上数学。他在数学研究中的风格是倾向于研究困难而具体的问题,而不是一般而抽象的事物。他学术上严于律己,宽以待人。他做研究工作可以着魔。他经常感到生活中的广泛爱好与献身科学之间的矛盾。他非常喜欢与不同文化背景的人们在一起交流,同时也十分爱好传统的中国文学。他的

---

① 这是 T. W. Anderson(美国科学院院士),钟开莱(著名概率学家)和 E. L. Lehmann(美国科学院院士)的英文论文的中译文(郑忠国译). 原文"PAO-LU HSU 1909—1970"载于 *The Annals of Statistics*, 1979, **7**(3): 467—470.

一个特别爱好是与一部分昆曲爱好者一起欣赏古典昆曲的美好旋律。可能是由于健康的原因,他终身未婚。他于 1947 年夏回到中国。当时 Wald 等人提供他在美国的职位,但他最后还是回国了。他希望成为他祖国即将诞生的新社会的一个成员。在他生命的最后几年里,他的身体已经很虚弱,但他仍然坚持在他的房间内进行教学。他的中国同事们在他最后告别仪式上,对他表示最深切的敬意。除了他的著作和少数几个朋友提供的一点消息外,关于许先生在新中国成立后二十多年的生活和工作,我们可以说是一无所知。许先生的学生回忆起他来,都认为他是一个对人忠诚、温和又含蓄的人。他的个人生活很严谨,但作为一个教师和科学家,对人具有很强的吸引力。他在 Chapel Hill 的学生 Isadore Blumen 写道:“许先生坚持简洁,对事物深刻的了解,不畏避困难,凡事追求高标准,这些优秀品质深深地吸引着我们,使我们成为他的学生。” Ralph Bradley 回忆起许先生的讲课,认为他的讲课是将来的典范。Herbert Robbins 评价许先生时说:“他是不可被忘记的,同时又是无人能替代的。”对于他的一些学生来说,尽管许先生不是他们正式的 Ph. D 导师,但许先生对他们的影响是不可磨灭的,例如在许先生来到美国之前,有钟开莱、冷生明、王寿仁等人,来到美国之后有 Isadore Blumen, Albert Bowker, Erich Lehmann 和 Ingram Olkin 等人。

许先生的统计工作主要集中于单变量和多变量线性模型的统计推断以及相关联的分布理论。既有小样本的,也有渐近理论。关于他在统计和概率方面的工作,另有专题作详细介绍。

对于下列成员的协助表示感谢,他们有的提供了许先生的有关文献,有的提供了许先生的有关信息,有的提供了合理的建议。他们是 I. Blumen, R. Bradley, 陈省身, F. N. David, C. Eisenhart, J. Neyman, I. Olkin, E. S. Pearson, H. Robbins, S. Stigler, 段学复。

编者注 本文的原文最后附有许宝騄先生的论著目录,这里从略,请看本书第五编:许宝騄先生学术论文、专著目录。

许宝騄在统计推断领域的工作①

E. L. Lehmann

(*University of California*, *Berkeley*)

许宝騄在伦敦的 University College 共待了四年(1936—1940)。那段时期,E. S. Pearson 已经继承了他父亲的统计系系主任的职位,而那段时期的前两年(1936—1938),Neyman 正好在那儿担任统计系的 Reader。许先生在英国留学期间,写了一系列关于统计推断的重要文章,这些文章都是受到 Neyman-Pearson 观点的影响而写成的。

1938 年,许宝騄在 Neyman 和 Pearson 主编的 Statistical Research Memoirs(Vol. 2)上发表了他的两篇文章。其中一篇[3]讨论 Behrens-Fisher 问题。分别记 X_i 和 Y_j($i=1,\cdots,m;j=1,\cdots,n$)为 $N(\xi,\sigma^2)$和 $N(\eta,\tau^2)$的样本。许考虑统计量 $u=(\bar{Y}-\bar{X})^2/(A_1S_x^2+A_2S_y^2)$,其中 $S_x^2=\sum(X_i-\bar{X})^2$,$S_y^2=\sum(Y_j-\bar{Y})^2$。当 $A_1=A_2=N/[mn(N-2)]$,其中 $N=m+n$ 时,u 变成学生氏的 t 统计量 u_1。当 $A_1=1/[m(m-1)]$,$A_2=1/[n(n-1)]$时,u 就是 Behrens-Fisher 统计量 u_2。

许宝騄找到了统计量 u 的密度函数的级数展开式,并利用它研究统计检验中否定域 $u\geqslant c$ 的功效函数,它是参数 $\theta=\tau^2/\sigma^2$ 和 $\lambda=(\eta-\xi)^2\Big/\left(\dfrac{\sigma^2}{m}+\dfrac{\tau^2}{n}\right)$ 的函数。这个工作是精确的分析结果,而不是渐近意义下的近似,Scheffé(1970)称它为"数学严格的典范"。在文中,他得到了 u_2 的随机界。Hájek,Lawton 等人后来推广了他的结果(见 Eaton 和 Olshen(1972))。许宝騄利用数字计算和分析工具得到了他的主要结论。结论认为,当 $\lambda=0$ 而 θ 变化时,u_1 和 u_2 均不能控制否定概率

① 这是美国科学院院士 E. L. Lehmann 的英文论文的中译文(郑忠国译). 原论文"Hsu's work on Inference"载于 *The Annals of Statistics*, 1979, **7**(3): 471—473.

（$m=n$ 的情况除外）。但 u_2 对 θ 变化的敏感度较弱。

第二篇文章[4]讨论 Gauss-Markov 模型中方差 σ^2 的最优估计问题。由 Gauss-Markov 定理出发，他考虑 σ^2 的（a）二次型和（b）无偏估计 Q。此外，他还加上（c）Q 的方差独立于均值这个条件（这个条件是他在文[13]中讨论方差分析检验时功效函数的先导条件）。

许宝騄指出了 σ^2 的通常估计 S^2 在该类中具有一致最小方差的充要条件。他并且讨论了一些具体的模型。对于一样本情况，S^2 的确具有一致最小方差这个性质。后来，C. R. Rao（1952）再次提出这个问题，并且将条件（c）改成 Q 为正定，而 Seely（1971）进一步考虑等价的"不变性"条件。可以这么说，许宝騄的这篇文章是近年来开始大量研究的方差和方差分量的最优二次估计的开山之作。

许宝騄接着着手于小样本推断的研究工作。研究工作主要围绕单变量及多变量的线性假设检验问题，特别是关于这些检验的功效函数的性质的研究。这个领域中的第一篇文章[5]中，许先生得到了 Hotelling T^2 检验的功效。指出在非零假设之下，T^2 分布是一个非中心的 χ^2 变量和一个与之相独立的中心 χ^2 变量的比值的分布。他同时指出 T^2 检验具有局部最大功效。此外，他还指出 T^2 统计量某些新的应用。

对 T^2 统计量的研究，很自然地引向对单变量的一般线性假设问题的多变量推广。单变量的一般线性假设检验问题是由 Kolodzieczyk（1935）提出的。为了推广早期文献中提出的几个例子，许宝騄在文章[10]中提出了一般多元线性假设检验问题的典型形式，并得到了协方差矩阵已知时，非零假设之下，似然比统计量的分布。对于协方差阵未知的情形，记 θ_i 为相关行列式方程的根。许考虑检验统计量 $W=\prod(1-\theta_i)$ 和 $V=\sum\theta_i/(1-\theta_i)$，并证明了当样本量趋于无穷时，两者的渐近功效是相同的。在后来的文章[13]中，许宝騄将多元回归中的检验问题转化为典型形式，然后利用文章[10]中的结果得到解决。

在这一系列小样本文章中最重要的一篇是[13]。文中许宝騄得到单变量线性假设似然比检验的第一个最优性质。事实上，这是关于多于一个参数的假设检验的第一个整体最优性质。Kolodzieczyk 早已证明，对于具有两个以上约束条件的线性假设检验问题，不存在一致最大功效

相似检验。记 λ 表示似然比统计量的分布所依赖的唯一的非中心参数。许宝騄指出,似然比检验在功效函数只依赖于 λ 的所有检验中具有最大功效。后来人们才认识到,这个条件等价于自然的一类变换之下功效函数的不变性,其相应的最优性质之结果等价于该检验具有一致最优不变性。

这篇文章(指[13])所涉及的问题,后来在以下两个方面得到进一步发展。一方面,许的学生 Simaika(1941)将许的理论应用到多元分析理论,主要是 Hotelling T^2 和多重相关系数理论。后来 Wald(1942),Hsu(1945),Wolfowitz(1949)和 Lehmann(1959)等人又进一步发展了他的理论。另一方面,许宝騄的这篇文章提供了得到一切相似检验的新方法。在许宝騄的建议之下,Simaika(1941)和 Lehmann(1947)等将其应用到其他问题的研究中去,最后导致完全性概念的形成(Lehmann 和 Scheffé(1950))。

参考文献

Eaton Morris L. and Olshen Richard A.(1972). Random quotients and the Behrens-Fisher problem. *Ann. Math. Statist.* **43**: 1852—1860.

Hsu P. L.(1945). On the power functions for the E^2-test and the T^2-test. *Ann. Math. Statist.* **16**: 278—286.

Kolodzieczyk S.(1935). On an important class of statistical hypotheses. *Biometrika* **21**, 161—190.

Lehmann E. L.(1947). On optimum tests of composite hypotheses with one constraint. *Ann. Math. Statist.*, **18**: 473—494.

Lehmann E. L.(1959). Optimum invariant tests. *Ann. Math. Statist.* **30**: 881—884.

Lehmann E. L. and Scheffé Henry(1950). Completeness, similar regions and unbiased estimation. *Sankhya* **10**: 305—340.

Rao C. Radhakrishna(1952). Some theorems on minimum variance estimation. *Sankhya* **12**: 27—44.

Scheffé Henry(1970). Practical solutions of the Behrens-Fisher problem. *J. Amer.*

Statist. Assoc., **65**: 1501—1508.

Seely Justus (1971). Quadratic subspaces and completeness. *Ann. Math. Statist.*, **42**: 710—721.

Simaika J. B. (1941). On an optimum property of two important statistical tests. *Biometrika*, **32**: 70—80.

Wald Abraham (1942). On the power function of the analysis of variance test. *Ann. Math. Statist.*, **13**: 434—439.

Wolfowitz J. (1949). The power of the classical tests associated with the normal distribution. *Ann. Math. Statist.*, **20**: 540—551.

编者注 本文中[n]表示本书第五编中许宝騄先生学术论文、专著目录的第 n 篇文章。

许宝騄在多元分析领域的工作①

T. W. Anderson

(*Stanford University*)

从 1938 年到 1945 年,许宝騄发表了多篇处于多元分析数学理论的发展前沿的论文。可以认为,他是受到了他所接近的当时也在伦敦的大学里的 R. A. Fisher 的影响。1945 年后他在哥伦比亚大学和北卡罗莱纳大学教授多元分析课程,在那里他训练在这个领域做研究的学生。作为一个训练有素的数学家,许宝騄推动了矩阵理论在统计学中的应用并且证明了有关矩阵的一些新的定理。

多元理论的一个关键要素是样本协方差阵 S 的分布。如果所有的 p 维向量都是相互独立的且来自同一个分布 $N(0,\Sigma)$,则 $(N-1)S=A=\sum_{\alpha=1}^{N}(X_\alpha-\overline{X})(X_\alpha-\overline{X})'$ 服从所谓 Wishart 分布,且密度为

$$w\left(A\,\middle|\,\Sigma,n\right)=K(\Sigma,n)\,|A|^{(n-p-1)/2}\exp\left\{-\frac{1}{2}\mathrm{tr}\Sigma^{-1}A\right\},\qquad (1)$$

这里 A 是正定的,$K(\Sigma,n)$ 是依赖于 p 阶矩阵 Σ 和 n 的常数 ,$n=N-1$ 是“自由度”。对于 $p=2$ 的情形,Fisher(1915)在他的著名论文中得到了 a_{11},a_{22} 以及 $r_{12}=a_{12}a_{11}^{-1/2}a_{22}^{-1/2}$ 的分布,这标志着严格推导小样本分布理论的开始。Wishart 在 1928 年的文章用几何方法推导了密度(1),大致说来这个方法是 Fisher 方法的推广。从 Wishart 的文章发表后,人们给出了许多其他的证明,其中许宝騄[6]基于代数和分析给出的证明特别优美。为了推导 p,n 时的密度,许假定了在 $p-1,n-1$ 时的密度已知。除了这个矩阵及它的密度外,还需要一个 $p-1$ 维的正态向量和一个 n

---

① 这是美国科学院院士 T. W. Anderson 的英文论文的中译文(陈家鼎译). 原论文“HSU's work in multivariate analysis”载于 *The Annals of Statistics*, 1979, **7**(3): 474—478.

维正态向量。经过一点代数运算，只须推导 n 维向量模的平方的 χ^2_n 分布即可完成证明。

Mahalanobis, Bose 和 Roy(1937)通过把 A 写成 TT' 得到了 A 的分布，这里 T 是下三角矩阵($t_{ij}=0, i<j$)。他们从 $X_1,\cdots,X_N$ 的分布导出了 T 的 $p(p+1)/2$ 个元素的分布，这些元素被称为"长方形坐标"。当 $\Sigma=I$ 时 T 的非零元素被证明是独立的。T 的对角线之外的非零元素具有标准的一元正态分布，而对角线上的第 i 个非负元素，服从自由度为 $n-i+1$ 的 χ^2 分布。不同于 Mahalanobis, Bose 和 Roy 的更多几何性质的方法，许在[9]中对"长方形坐标"的分布的推导是代数和分析方法。这与他在[6]中推导 Wishart 分布在方法上有相同的特点。

多元分析中另一个需要推导的基本的分布是某些行列式方程的根的分布。这些分布被许宝騄[7], Fisher(1939), Girshick(1939), Mood(1951)和 Roy(1939)各自独立地几乎同时发现，因而意味着这是多元理论的"自然"的发展。(Girshick 和 Mood 的工作本来是打算作为博士论文的内容，但在了解了 Fisher 和许宝騄的工作后，他们转向了别的题目。关于 Fisher 和 Roy 各自独立的工作，Bose(1977)曾有有趣的评论。)对于半正定矩阵 A 和正定矩阵 B，假定 $\theta_1\geqslant\theta_2\geqslant\cdots\geqslant\theta_p\geqslant 0$ 是

$$|A-\theta(A+B)|=0 \tag{2}$$

的根。若 A 和 B 独立且分别服从分布 $W(\Sigma,m)$ 和 $W(\Sigma,n)$，这里 $m\geqslant p$, $n\geqslant p$，则 $\theta_1,\cdots,\theta_p$ 的密度等于一个常数乘以下式

$$\prod_{i=1}^{p}\theta_i^{(m-p-1)/2}\prod_{i=1}^{p}(1-\theta_i)^{(n-p-1)/2}\prod_{i=1}^{p}\prod_{j=i+1}^{p}(\theta_i-\theta_j); \tag{3}$$

如果 $|A-\phi B|=0$ 的根是 $\phi_1\geqslant\cdots\geqslant\phi_p\geqslant 0$，则 $\phi_i=\theta_i(1-\theta_i)^{-1}, i=1,\cdots,p$。许宝騄作变换 $A=WD_\phi W'$, $B=WW'$，这里 D_ϕ 是以 $\phi_1,\cdots,\phi_p$ 为对角线上元素的对角形矩阵。如果 w_{ij} 以概率 1 是正的，则变换是一对一的。推导过程包括：(i)在 A 和 B 的密度 $w\left(A\,\middle|\,\Sigma,m\right)w\left(B\,\middle|\,\Sigma,n\right)$ 中用上述表达式代入；(ii)乘以变换的雅可比式；(iii)对 W 的元素进行积分以得到 $\phi_1,\cdots,\phi_p$ 的边缘密度；(iv)最后转换为 $\theta_1,\cdots,\theta_p$ 的密度。这个推导过程中的困难之处是雅可比式的计算。事实上，在这篇文章中许宝騄对任意 p 写出了雅可比式的表达式，但只对 $p=3$ 的情形给出了证明(对