

数 学

本试卷包括第 I 卷和第 II 卷两部分. 满分 100 分, 考试时间 100 分钟.

第 I 卷(选择卷 共 60 分)

一、选择题(共 20 个小题, 每小题 3 分, 共 60 分)

在每个小题给出的四个备选答案中, 只有一个是符合题目要求的, 请把所选答案前的字母填在题后括号内.

1. 已知集合 $S = \{a, b, c, d, e\}$, $A = \{b, d\}$, 那么 $\complement_S A$ 等于 ()
 - A. $\{a, c, e\}$
 - B. $\{a, b, c\}$
 - C. $\{b, c, d\}$
 - D. $\{c, d, e\}$
2. 已知 $\sin \alpha < 0$, 且 $\cos \alpha > 0$, 那么角 α 是 ()
 - A. 第一象限角
 - B. 第二象限角
 - C. 第三象限角
 - D. 第四象限角
3. 函数 $y = 2x + 3 (x \in \mathbf{R})$ 的反函数是 ()
 - A. $y = 2x - 3 (x \in \mathbf{R})$
 - B. $y = \frac{1}{2}(x - 3) (x \in \mathbf{R})$
 - C. $y = 2(x + 3) (x \in \mathbf{R})$
 - D. $y = \frac{1}{2}(x + 3) (x \in \mathbf{R})$
4. 不等式 $|x^2 + 2| > 1$ 的解集为 ()
 - A. $\{x | x > 1, \text{ 或 } x < -1\}$

B. $\emptyset$

C. $\{x|x \neq 1, \text{且 } x \neq -1\}$

D. $\mathbf{R}$

5. 下列条件中,使直线 $l \perp$ 平面 α 成立的是 ()

A. 直线 l 垂直于平面 α 内的一条直线

B. 直线 l 垂直于平面 α 内的两条平行直线

C. 直线 l 垂直于平面 α 内的两条相交直线

D. 直线 l 垂直于平面 α 内的无数条直线

6. 在下列函数中,奇函数是 ()

A. $y=x^2$

B. $y=2x$

C. $y=\log_2 x$

D. $y=2^x$

7. 直线 $x-y=0$ 与圆 $x^2+y^2=1$ 的位置关系是 ()

A. 相切

B. 相离

C. 相交且直线过圆心

D. 相交且直线不过圆心

8. 已知角 α 的终边经过点 $(-4, -3)$, 那么 $\tan \alpha$ 等于 ()

A. $\frac{3}{4}$

B. $\frac{4}{3}$

C. $-\frac{3}{4}$

D. $-\frac{4}{3}$

9. 已知 $\sin \alpha = \frac{3}{5}$, 且 $\alpha \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$, 那么 $\sin 2\alpha$ 等于 ()

A. $\frac{12}{25}$

B. $-\frac{12}{25}$

C. $\frac{24}{25}$

D. $-\frac{24}{25}$

10. 已知甲、乙两球的直径之比为 $1:2$, 那么它们的表面积之比为 ()

A. $1:2$

B. $1:4$

C. $1:6$

D. $1:8$

11. 已知数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1=2, a_n=-a_{n-1} (n=2, 3, 4, \dots)$, S_n 是其前 n 项的和, 那么下列关系式中成立的是 ()

A. $a_1 < a_2$

B. $a_4 > a_5$

C. $S_3 > S_4$

D. $S_5 < S_6$

12. 为了得到函数 $y=2\cos x$ 的图像, 只需把函数 $y=\cos x$ 图像上所有点的 ()

A. 横坐标伸长到原来的 2 倍, 纵坐标不变

B. 横坐标缩短到原来的 $\frac{1}{2}$ 倍, 纵坐标不变

C. 纵坐标伸长到原来的 2 倍, 横坐标不变

D. 纵坐标缩短到原来的 $\frac{1}{2}$ 倍, 横坐标不变

13. 经过椭圆 $\frac{x^2}{2} + y^2 = 1$ 的右焦点且平行于 y 轴的直线方程是 ()

A. $x=1$

B. $x=-1$

C. $y=1$

D. $y=-1$

14. 已知两点 A, B 的坐标分别为 $(1, 0), (3, 4)$, M 是线段 AB 的中点, 那么向量 $\overrightarrow{AM}$ 的坐标是

()

A. $(1, 2)$

B. $(-1, -2)$

C. $(2, 1)$

D. $(-2, -1)$

15. “函数 $f(x)$ 是 $[0, 1]$ 上的减函数”是“ $f(0) > f(1)$ ”的 ()

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分又不必要条件

16. 已知两点 $P(2, 0)$ 、 $Q(-1, 3)$ 及直线 $l: x - 2y = 0$, 那么 ()

A. P 、 Q 都在 l 上方

B. P 、 Q 都在 l 下方

C. P 在 l 上方, Q 在 l 下方

D. P 在 l 下方, Q 在 l 上方

17. 在某段时间内, 甲地下雨的概率是 0.2, 乙地下雨的概率是 0.3. 假定在这段时间内两地是否下雨相互之间没有影响, 那么在这段时间内甲、乙两地都下雨的概率是 ()

A. 0.5

B. 0.2

C. 0.1

D. 0.06

18. 1987 年 7 月 11 日被联合国人口活动基金会 (UNEP) 确定为“世界 50 亿人口日”, 1999 年 10 月 12 日被确定为“世界 60 亿人口日”. 假设世界人口每 12 年的增长率均相同, 那么 2011 年世界人口数约为 ()

A. 71 亿

B. 72 亿

C. 73 亿

D. 74 亿

19. 为开展健身运动, 某市组织 6 个足球队进行单循环比赛 (即每一个队都要和另一个队比赛一场), 那么比赛的场数共有 ()

A. 36 场

B. 30 场

C. 18 场

D. 15 场

20. 北京移动通讯有限责任公司于 2004 年 6 月 1 日推出全球通“99 套餐”服务,这种“套餐”的特点是针对不同用户采取不同的收费方法. 具体方案如下:

方案	基本月租(元)	免费时间(分钟)	超过免费时间话费(元/分钟)
①	99	200	0.40
②	199	550	0.35
③	299	950	0.30
④	399	1 350	0.25

其中“基本月租”是无论通话与否每月均需交纳的费用,“免费时间”是在交纳基本月租下享有的免费通话时间. 某人决定选用这种“套餐”服务,若他每月通话时间为 1 000 分钟,则最经济的方案是 ()

- A. ①
- B. ②
- C. ③
- D. ④

第 II 卷(非选择题 共 40 分)

二、填空题(共 4 个小题,每小题 3 分,共 12 分)

- 21. 在 0 到 2π 范围内,与角 $\frac{13\pi}{3}$ 终边相同的角是_____.
- 22. 已知 $\{a_n\}$ 是公差为 -2 的等差数列,其前 5 项的和 $S_5=0$,那么 a_1 等于_____.
- 23. 设 $(x+2)^4=a_0x^4+a_1x^3+a_2x^2+a_3x+a_4$,则 a_4 等于_____.
- 24. 设双曲线 $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{b^2}=1(b>0)$ 的一个焦点是 $F(\sqrt{5},0)$,则 b 等于_____.

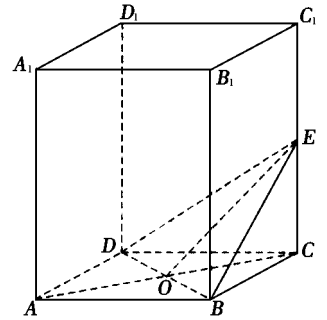
三、解答题(共 3 个小题,共 28 分)

25. (本小题满分 8 分)

如图,在直四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中,底面 $ABCD$ 是菱形,对角线 AC 与 BD 相交于点 O , $\angle DAB=60^\circ$,且 E 为 CC_1 的中点, $AB=2$, $BB_1=2\sqrt{3}$.

(I) 求证: $BD \perp OE$;

(II) 求二面角 $E-BD-C$ 的大小.



26. (本小题满分 10 分)

设点 $A(1,0)$, 点 B, C 分别为 x 轴、 y 轴上的动点. 非零向量 $\overrightarrow{BP}$ 满足 $\overrightarrow{BP} = 3 \overrightarrow{BC}$, 且 $\overrightarrow{BP} \perp \overrightarrow{AC}$.

(I) 当点 B 的坐标为 $(-2,0)$ 时, 求点 P 的坐标;

(II) 设点 Q 与点 P 不重合, 且 $\overrightarrow{BQ} = \lambda \overrightarrow{BC} (\lambda \in \mathbf{R})$. 当点 B 在 x 轴上运动时, 若点 P 与点 Q 的轨迹是同一条曲线, 求此曲线方程及 λ 的值;

(III) 设 M, N 是 (II) 中曲线上的两点, 且 $\overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{ON} = 0$ (O 为坐标原点), 判断直线 MN 是否过定点. 若过定点, 求出定点坐标; 若不过定点, 说明理由.

27. (本小题满分 10 分)

已知函数 $f(x) = \frac{1}{a}x^2 - 2x - b (a > 0)$.

(I) 若 $f(x)$ 在 $[2, +\infty)$ 上是单调函数, 求 a 的取值范围;

(II) 若 $f(x)$ 在 $[-2, 3]$ 上的最大值为 6, 最小值为 -3, 求 a, b 的值;

(III) 若存在 a, b , 使得 $-m \leq x \leq m+1$ 时, $|f(x)| \leq 4$ 恒成立, 求正数 m 的最大值.

数 学

本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分. 满分 100 分, 考试时间 100 分钟.

第 I 卷(选择题 共 40 分)

一、选择题(本大题共 20 个小题, 每小题 2 分, 共 40 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的)

1. 设 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, $A = \{3, 4, 5\}$, $B = \{4, 7, 8\}$, 则 $A \cup (\complement_U B)$ 等于 ()

- A. $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ B. $\{1, 2, 6\}$
C. $\{3, 5\}$ D. $\{7, 8\}$

2. $\sin 240^\circ$ 的值等于 ()

- A. $-\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{2}$
C. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

3. 函数 $y = \sin \frac{x}{2}$, $x \in \mathbf{R}$ 的最小正周期是 ()

- A. $\frac{\pi}{2}$ B. π
C. 2π D. 4π

4. 若平面上有四个点 $A(3, 1)$, $B(1, 0)$, $C(1, 2)$, $D(2, 1)$, 则 $\overrightarrow{AC} + 2\overrightarrow{BD}$ 的坐标是 ()

- A. $(0, 3)$
B. $(4, 1)$
C. $(-1, 2)$
D. $(3, 0)$

5. 如果向量 $a = (-2, 3)$, $b = (x, -6)$, 而且 $a \parallel b$, 那么 x 的值是 ()

- A. -9 B. -4
C. 9 D. 4

6. 圆心为 $(3, -5)$, 且与直线 $x - 7y + 2 = 0$ 相切的圆的标准方程是 ()

- A. $(x+3)^2 + (y-5)^2 = 4\sqrt{2}$ B. $(x-3)^2 + (y+5)^2 = 4\sqrt{2}$
C. $(x+3)^2 + (y-5)^2 = 32$ D. $(x-3)^2 + (y+5)^2 = 32$

7. 双曲线 $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$ 的渐近线的方程是 ()

A. $y = \pm \frac{3}{2}x$

B. $y = \pm \frac{2}{3}x$

C. $y = \pm \frac{9}{4}x$

D. $y = \pm \frac{4}{9}x$

8. 准线方程是 $x=2$ 的抛物线的标准方程是

()

A. $y^2 = 4x$

B. $y^2 = -8x$

C. $x^2 = 4y$

D. $x^2 = -8y$

9. 如图,在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中,面对角线 A_1B 与棱 C_1C 所
在两条直线所成的角等于

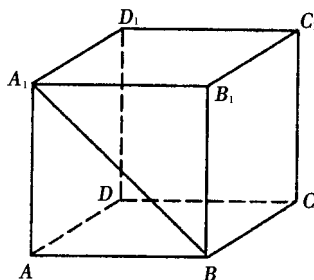
()

A. 30°

B. 45°

C. 60°

D. 90°



10. 若 $\tan\alpha=3, \tan\beta=2$, 则 $\tan(\alpha+\beta)$ 的值是

()

A. 1

B. -1

C. $\frac{1}{7}$

D. $-\frac{1}{5}$

11. 函数 $y = \sqrt{x-1}$ ($x \geq 1$) 的反函数是

()

A. $y = x^2 + 1$ ($x \geq 0$)

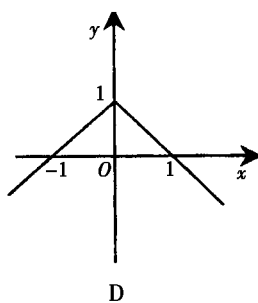
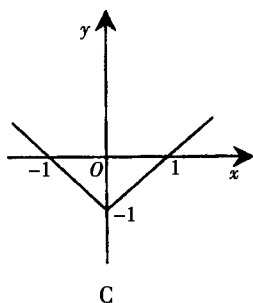
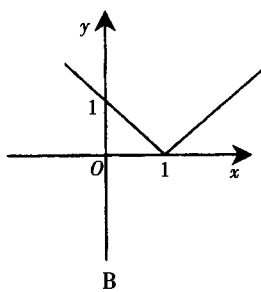
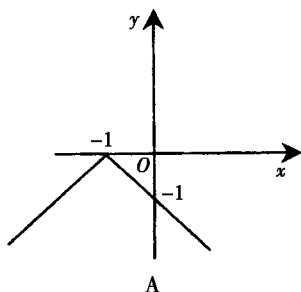
B. $y = x^2 + 1$ ($x \in \mathbf{R}$)

C. $y = x^2 - 1$ ($x \geq 0$)

D. $y = x^2 - 1$ ($x \in \mathbf{R}$)

12. 函数 $y = |x| - 1$ 的图像大致是

()



13. 已知函数 $f(x) = x + \frac{1}{x}$, 则它

()

A. 是奇函数

B. 是偶函数

C. 既是奇函数又是偶函数

D. 既不是奇函数也不是偶函数

14. 下列函数中,在区间 $(0, +\infty)$ 上是增函数的是 ()

A. $y = \sin x$

B. $y = (\frac{1}{4})^x$

C. $y = x^2 + 3x + 2$

D. $y = \log_{0.3} x$

15. 要得到函数 $y = \sin 2x, x \in \mathbf{R}$ 的图像,只需将函数 $y = \sin(2x - \frac{\pi}{3}), x \in \mathbf{R}$ 图像上所有的点 ()

A. 向左平行移动 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度

B. 向右平行移动 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度

C. 向左平行移动 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度

D. 向右平行移动 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度

16. 不等式 $\frac{3x-1}{2-x} \geq 1$ 的解集是 ()

A. $\{x | \frac{3}{4} \leq x \leq 2\}$

B. $\{x | \frac{3}{4} \leq x < 2\}$

C. $\{x | x \leq \frac{3}{4}, \text{或 } x > 2\}$

D. $\{x | x < 2\}$

17. 7 个人站成一排,如果甲必须站在正中间,则不同的排法有 ()

A. 36 种

B. 72 种

C. 720 种

D. 5 040 种

18. $(x-1)^{10}$ 的展开式的第 6 项的系数是 ()

A. C_{10}^6

B. $-C_{10}^6$

C. C_{10}^5

D. $-C_{10}^5$

19. 已知 a, b, c 是空间三条不同的直线, α, β, γ 是三个不同的平面,有四个命题

①若 $a \parallel c, b \parallel c$, 则 $a \parallel b$;

②若 $\alpha \parallel \gamma, \beta \parallel \gamma$, 则 $\alpha \parallel \beta$;

③若 $a \perp \gamma, b \perp \gamma$, 则 $a \parallel b$;

④若 $\alpha \perp \gamma, \beta \perp \gamma$, 则 $\alpha \parallel \beta$,

其中,真命题是 ()

A. ①②③

B. ①②④

C. ①③④

D. ②③④

20. 在下列四个函数中,满足性质“当 $0 < x_1 < x_2 < 1$ 时, $f(\frac{x_1+x_2}{2}) > \frac{f(x_1)+f(x_2)}{2}$ 恒成立”的函

数是

()

A. $y=2^x$

B. $y=\log_2 x$

C. $y=x^2$

D. $y=\cos 2x$

第 II 卷(非选择题 共 60 分)

二、填空题(本大题共 5 个小题,每小题 3 分,共 15 分,请将答案填在题中横线上)

21. 已知球的表面积是 $16\pi \text{ cm}^2$, 则它的体积是 _____ cm^3 .

22. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1=8$, 公比 $q=\frac{1}{2}$, 则该数列的第 5 项 a_5 的值等于 _____.

23. 若直线 $(m-1)x+y=4m-1$ 与直线 $2x-3y=5$ 互相平行, 则 m 的值为 _____.

24. 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $b=1, c=3, A=60^\circ$, 则 $a=$ _____.

25. 在 100 件产品中, 有 98 件合格品, 2 件次品, 从这 100 件产品中任意抽出 3 件. 抽出的 3 件中恰好有 1 件是次品的抽法有 _____ 种(用数字作答).

三、解答题(本大题共 5 个小题, 共 45 分. 解答应写出文字说明、演算步骤或推理过程)

26. (本小题满分 8 分)

已知 $\sin\alpha=\frac{4}{5}, \alpha\in(\frac{\pi}{2}, \pi)$, 试求:

(I) $\cos 2\alpha$ 的值;

(II) $\sin(\alpha+\frac{\pi}{4})$ 的值.

27. (本小题满分 9 分)

在等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_6 = 5$, $a_3 + a_8 = 5$, 试求:

(I) a_1 与公差 d ;

(II) 该数列的前 10 项的和 S_{10} 的值.

28. (本小题满分 9 分)

已知椭圆 C 的方程为 $x^2 + 4y^2 = 16$,

(I) 求椭圆 C 的离心率和准线方程;

(II) 若倾斜角为 $\frac{\pi}{4}$ 的直线 l 经过椭圆 C 的右焦点, 且与椭圆交于 A, B 两点, 试求线段 AB 的中点 M 的坐标.

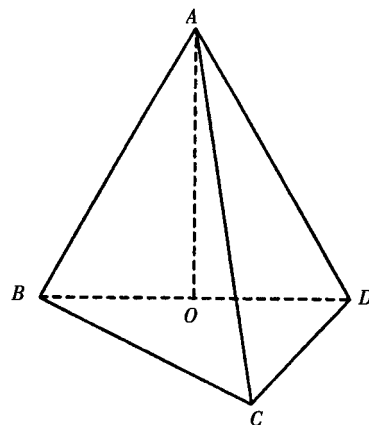
29. (本小题满分 9 分)

如图,在三棱锥 $A-BCD$ 中,侧面 ABD 是边长为 2 的等边三角形, O 为 BD 的中点,底面 BCD 满足 $BC=CD$, $\angle BCD=90^\circ$,且侧面 $ABD \perp$ 底面 BCD .

(I) 求证: $AO \perp$ 平面 BCD ;

(II) 求二面角 $A-BC-D$ 的平面角的正切值;

(III) 求三棱锥 $A-BCD$ 的体积.



30. (本小题满分 10 分)

已知函数 $f(x) = |\lg x|$, 且 $f(a) = f(b) = 2f(\frac{a+b}{2})$, 其中, a, b 是实数, $0 < a < b$. 求证:

(I) $a < 1 < b$;

(II) $2 < 4b - b^2 < 3$.

数 学(新课标)

本试卷分第Ⅰ卷和第Ⅱ卷两部分. 共 100 分, 考试时间 90 分钟.

第Ⅰ卷(选择题 共 45 分)

一、选择题(本大题共 15 小题, 每小题 3 分, 共 45 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的)

1. 设集合 $A = \{x | x \leq \sqrt{15}\}$, $a = 4$, 则下列关系成立的是 ()
 - A. $a \subseteq A$
 - B. $\{a\} \subseteq A$
 - C. $a \in A$
 - D. $a \notin A$
2. 若过原点的直线 l 的斜率为 $-\sqrt{3}$, 则直线 l 的方程是 ()
 - A. $\sqrt{3}x + y = 0$
 - B. $x + \sqrt{3}y = 0$
 - C. $x - \sqrt{3}y = 0$
 - D. $\sqrt{3}x - y = 0$
3. 函数 $y = \lg(1-x)$ 的定义域是 ()
 - A. $\{x | x \leq 1\}$
 - B. $\{x | x < 1\}$
 - C. $\{x | x \geq 1\}$
 - D. $\{x | x > 1\}$
4. 为了了解某地计算机水平测试的 5 000 名学生的成绩, 从中抽取了 200 名学生的成绩进行统计分析. 在这个问题中, 200 名学生的成绩的全体是 ()
 - A. 总体