



宁夏固原回民中学新课程校本教材

总主编
晁广斌

X I N K E T A N G

新课堂 2

必修

数 学

主编 朱全林



黄河出版传媒集团
宁夏人民出版社

《新课堂》编写委员会

主 任：晁广斌

副主任：李有民 汤效震 马金成 郭新仁

委 员：马庭军 王 杰 何桂琴 褚万宗 张 园 陈 诚
王志刚 刘国奇 张瑞硕 李华云 杨万恩 马国良
王津生 李 政 贺 宾 姚清涛 朱全林 吴晓红
曹巧玲 米文福 王卫安 郭云峰 季荣岩 郭九庆
李志成 李立鹏 张 强 樊治平 海 波 马应国
马德贵 李续正

本 册 主 编：朱全林

本册编写人员：戴勇毅 拓亚丽 杨 萍 杨 蓉

固原市回民中学是固原市市直唯一一所民族中学,自治区第三所财政特补中学,固原市委、市政府重点建设的民族示范性高级中学。学校坐落在固原新区大明城。国家投资 1.2 亿元,在 338 亩的土地上,给山区广大青少年建设了一个花园式学校,可谓学习的乐园。

回民中学以兼容的心胸、并蓄的姿态,广泛吸纳全国各地贤俊之才,培养了一支优秀的教师队伍,其中,中国人民大学、北京师范大学、华东师范大学、华中师范大学、东北师范大学、陕西师范大学、兰州大学和西安外国语大学等全国重点大学的优秀毕业生来我校从教的就超过 40 人。目前,在宁南山区高级中学里,回民中学拥有学历结构最优的教师队伍,可谓师资雄厚。

新的领导班子以狠抓教学质量为突破口,以提高教师教学质量为首要工作,以培养优秀人才为目标,组织了一批长期工作在教学第一线、教学经验丰富、教学成绩突出的骨干教师,依据新课程标准和《2009 年宁夏高考考试说明》,开展课题研究,集体攻关,精心编写了这套高中教辅丛书——《新课堂》。

《新课堂》是经宁夏新闻出版局审定同意,由宁夏人民教育出版社出版的我校第一套校本教材,本丛书与人教版高中新课程教材配套使用,凝聚了我校一大批名师的心血,具有自己鲜明的特色。

一、《新课堂》是回民中学教师教育教学的经验积累

《新课堂》注重知识与技能、过程与方法、情感态度与价值观三维目标的和谐发展。通过构建系统化的知识结构,提供多样化的学习材料,精心设计研讨式的问题情境,帮助学生理解课程内容,培养学生的探究意识、创新精神和实践能力。

二、《新课堂》是回民中学教师集体智慧的结晶

我们强调,最有价值的课题是在实践中产生的,课题研究的生命力在于给实践以指导。在《新课堂》编写过程中,我们突出新课程理念,全面贯彻和落实新课程精神,从我校实际出发,注重学法指导,提倡自主探究,强调能力培养,突显创新设计,力求让广大师生耳目一新。



三、《新课堂》是回民中学学生打好基础的坚实保证

《新课堂》更加注重针对性和实效性,紧扣教材,知识点全面,层次清晰,选择每节课的重点和难点进行剖析,循序渐进,加深学生对主干知识的理解和认识。同时,考查方式多样,内容新颖,形式上更加实用。单元测试卷和参考答案活页装订,便于阶段检测。

四、《新课堂》是回民中学学生通向成功的高速公路

《新课堂》促进学生学习方式的转变,倡导积极主动的学习态度和自主、合作、探究的学习方式。本套丛书各栏目的设置特别注重调动学生学习的积极性,发挥学生的主体作用,挖掘他们的学习潜能,通过点拨学习思路、方法和技巧,诠释课程的重点和难点,引导学生获取知识,夯实基础,逐步形成自觉学习的习惯。

本套丛书融历史与未来的辩证理念为一体,是内容和形式的完美结合,编排和设计大气、新颖。我们自信而来,期待与您一起分享这份精彩。

《新课堂》丛书一定有许多不足,广大师生在使用过程中有好的建议和宝贵意见,请不吝赐教,以便修订,使丛书的质量不断提高,日臻完善。

编 者

2009年8月

目录

CONTENTS

■第一章 空间几何体

- 1.1 空间几何体的结构/001
 - 1.2 空间几何体的三视图和直观图/005
 - 1.2.1 中心投影与平行投影/005
 - 1.2.2 空间几何体的三视图/005
 - 1.2.3 空间几何体的直观图/008
 - 1.3 空间几何体的表面积与体积/011
 - 1.3.1 柱体、锥体、台体的表面积与体积/011
 - 1.3.2 球的体积和表面积/016
- 单元知识整合/021

■第二章 点、直线、平面之间的位置关系

- 2.1 空间点、直线、平面之间的位置关系/024
 - 2.1.1 平面/024
 - 2.1.2 空间中直线与直线之间的位置关系/028
 - 2.1.3 空间中直线与平面之间的位置关系/031
 - 2.1.4 平面与平面之间的位置关系/031
 - 2.2 直线、平面平行的判定及其性质/034
 - 2.2.1 直线与平面平行的判定/034
 - 2.2.2 平面与平面平行的判定/037
 - 2.2.3 直线与平面平行的性质/040
 - 2.2.4 平面与平面平行的性质/040
 - 2.3 直线、平面垂直的判定及其性质/043
 - 2.3.1 直线与平面垂直的判定/043
 - 2.3.2 平面与平面垂直的判定/047
 - 2.3.3 直线与平面垂直的性质/050
 - 2.3.4 平面与平面垂直的性质/050
- 单元知识整合/053

■第三章 直线与方程

- 3.1 直线的倾斜角与斜率/058
 - 3.1.1 倾斜角与斜率/058

	3.1.2 两条直线平行与垂直的判定/061
	3.2 直线的方程/064
	3.2.1 直线的点斜式方程/064
	3.2.2 直线的两点式方程/067
	3.2.3 直线的一般式方程/067
	3.3 直线的交点坐标与距离公式/070
	3.3.1 两条直线的交点坐标/070
	3.3.2 两点间的距离/072
	3.3.3 点到直线的距离/075
	3.3.4 两条平行直线间的距离/075
	单元知识整合/079
■	第四章 圆与方程
	4.1 圆的方程/083
	4.1.1 圆的标准方程/083
	4.1.2 圆的一般方程/086
	4.2 直线、圆的位置关系/089
	4.2.1 直线与圆的位置关系/089
	4.2.2 圆与圆的位置关系/092
	4.2.3 直线与圆的方程的应用/096
	4.3 空间直角坐标系/100
	4.3.1 空间直角坐标系/100
	4.3.2 空间两点间的距离公式/102
	单元知识整合/106
	第一章测试卷/111
	第二章测试卷/115
	第三章测试卷/119
	第四章测试卷/123
	参考答案/127

第一章 空间几何体

1.1 空间几何体的结构

——自·主·探·究——

学习目标

1. 掌握柱、锥、台、球及简单组合体的概念,并能识别.
2. 理解并能描述柱、锥、台及简单组合体的结构特征.
3. 能运用这些特征描述现实生活中简单物体的结构.

基础梳理

1. 多面体的结构特征

(1) 棱柱

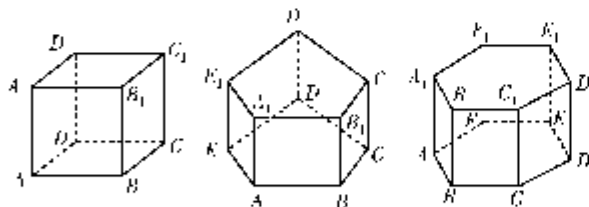
①定义:有两个面(底面)

_____,其余各面(侧面)

都是四边形,并且每相邻两个四边形的公共边(侧棱)都_____,由这些面所围成的多面体称为棱柱.

②特征(判断依据):a. 两个面互相平行;b. 其余各面都是四边形;c. 每相邻两个四边形面的公共边互相平行.

③分类:按底面多边形的_____(或侧棱条数)分为三棱柱,四棱柱,五棱柱,...,n棱柱.



(2) 棱锥

①定义:有一个面(底面)是

_____,其余各面(侧面)

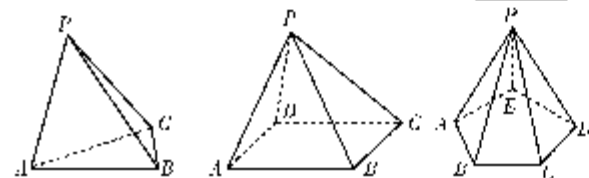
都是有一个公共顶点的

_____,由这些面所围成

的多面体称为棱锥.

②特征(判断依据):a. 有一个面是多边形;b. 其余各面是有一个公共顶点的三角形.

③分类:按底面多边形的_____(或侧棱条数)分为三棱锥,四棱锥,...,n棱锥,三棱锥又称_____.

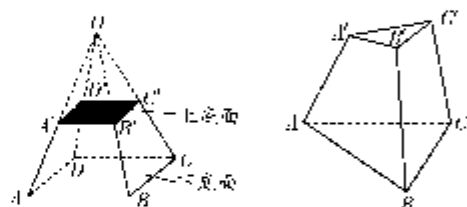


(3) 棱台

①定义:用一个平行于棱锥_____的平面去截棱锥,_____和截面之间的多面体称为棱台.

②特征:a. 用平行于棱锥底面的平面截棱锥,截面与底面之间的几何体;b. 各侧棱延长后交于一点.

③分类:按底面多边形的_____,分为三棱台,四棱台,...,n棱台.



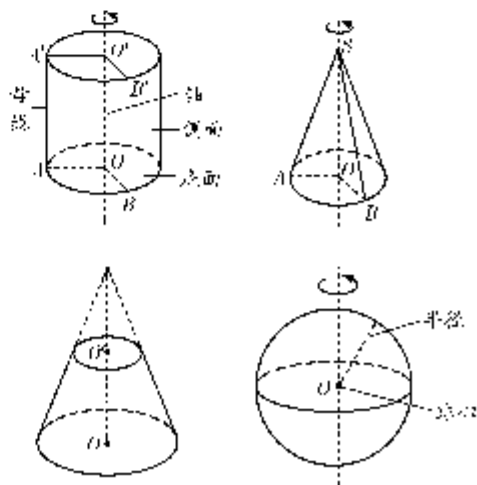
2. 旋转体的结构特征

(1)圆柱:以_____的一边所在直线为旋转轴,其余三边旋转形成的曲面所围成的旋转体称为圆柱.

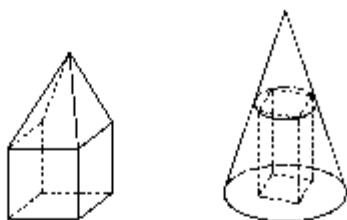
(2)圆锥:以_____的_____所在直线为旋转轴,其余两边旋转形成的曲面所围成的旋转体称为圆锥.

(3)圆台:用一个_____于圆锥底面的平面去截圆锥,底面和截面间的几何体称为圆台.(以直角梯形直角腰所在直线为轴,其他三边旋转成的几何体)

(4)以_____的_____所在直线为旋转轴,_____旋转一周形成的旋转体称为球.



3. 简单组合体的结构特征

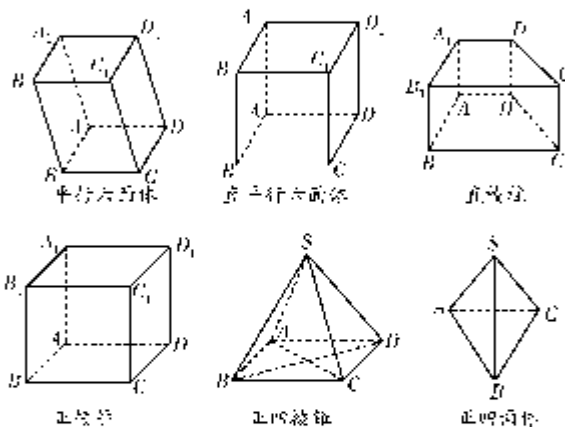


重·难·点·突·破

- (1) 定义: 由多面体或_____组合成的几何体.
 (2) 其结构特征, 由各组成部分几何体的结构特征组成.

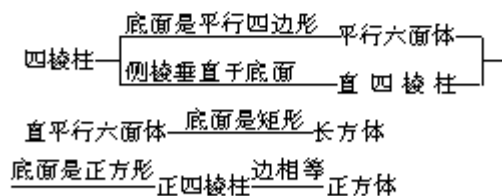
知识回顾

1. 特殊多面体



- (1) 平行六面体: 底面是平行四边形的四棱柱.
 (2) 直平行六面体: 侧棱和底面垂直的平行六面体.
 (3) 直棱柱: 侧棱和底面垂直的棱柱.
 (4) 正棱柱: 底面是正多边形的直棱柱.
 (5) 正棱锥: 底面是正多边形且顶点在底面上的射影是底面中心的棱锥.
 (6) 正四面体: 各面都是正三角形的三棱锥.

2. 四棱柱中的关系



3. 有关台体的理解

(1) 台体是由平行于锥体的底面的截面, 截去一锥体后得到的几何体.

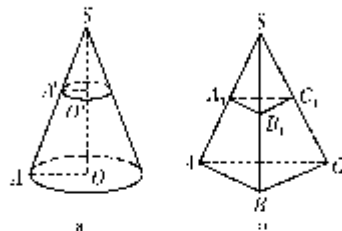
(2) 台体的特点

① 台体的上、下底面相似, 有成比例关系, 如图 a 中 $\frac{SO'}{SO} =$

$\frac{SA'}{SA} = \frac{A'O'}{AO}$; 如图 b 中 $\frac{SA_1}{SA} = \frac{SB_1}{SB} = \frac{SC_1}{SC} = \frac{A_1B_1}{AB} = \frac{A_1C_1}{AC} = \frac{B_1C_1}{BC}$.

② 台体的侧棱或母线延长后交于一点.

③ 平行于底面的平面截台体, 所得截面与上、下底面相似.

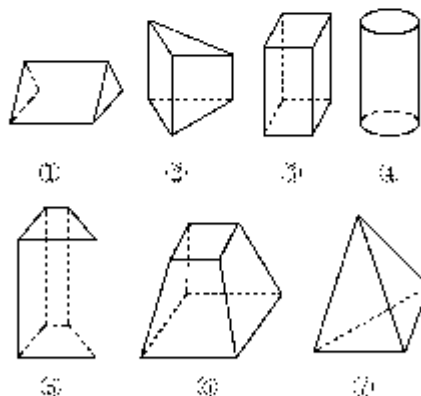


(3) 圆台: 圆台的轴截面是等腰梯形, 上底为上底面直径, 下底为下底面直径, 腰为母线, 高为圆台的高, 其关系为:
 $h = \sqrt{l^2 - (R-r)^2}$ (h 为高, l 为母线长, r, R 为上、下底面半径).

典例剖析

例1 有关概念题

例1 (1) 下列几何体中是棱柱的有 ()



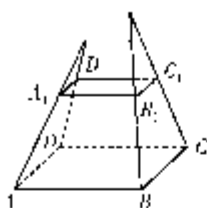
- A. 1 个 B. 2 个
 C. 3 个 D. 4 个

(2) 下列三个命题, 其中正确的有 ()

- ① 用一个平面去截棱锥, 底面和截面间的部分是棱台;
 ② 两个底面平行且相似, 其余各面都是梯形的多面体是棱台;
 ③ 有两个面互相平行, 其余四个面都是等腰梯形的六面体是棱台.

- A. 0 个 B. 1 个
 C. 2 个 D. 3 个

[解析] 本题是对棱柱、棱台概念的考查, 可利用一些特殊几何体说明, 注意分析多种可能性. (1) 用定义条件判断有①③⑤, 与放置位置无关. (2) ①中平面不一定平行底面, 故①错, ②③可用反例(如图)检验都不正确.



|答案| (1)C (2)A

|点评| 初学立体几何,要学会观察、分析、想像,以一些特殊物体作为参照,同时注意反例推证思想.

|借题发挥1| 下列命题正确的有 ()

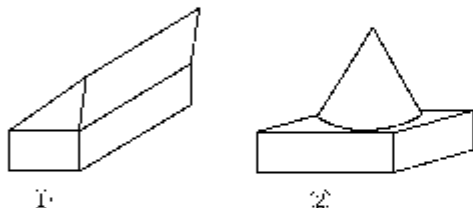
- ①长方形绕一直线旋转一周所形成的几何体是圆柱;
- ②过圆锥侧面上一点有无数条母线;
- ③三棱锥的每个面都可以做底面;
- ④任意平面截球所得截面都为圆面.

- A. 1个 B. 2个
C. 3个 D. 4个

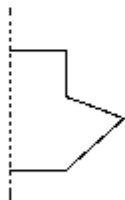


几何体的结构特征

|例2| (1)指出下图中的图形由哪些简单几何体构成.



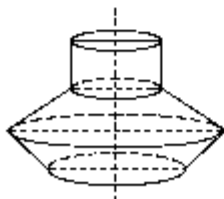
(2)下图绕虚线旋转一周后形成的立体图形是由哪些简单几何体构成?



|解析| 本题考查组合体结构特征:①给定组合体,可采用分割原理,使每部分成一简单几何体;②需模拟出几何体再分割.

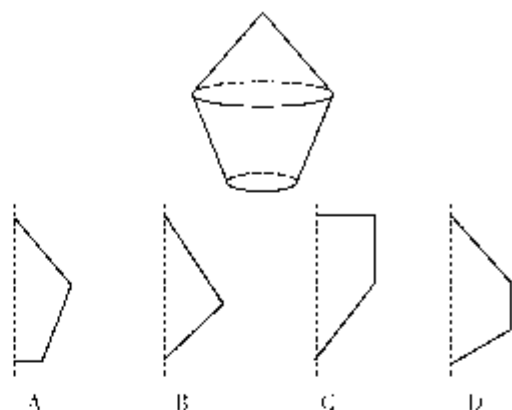
|答案| (1)①是由一个三棱柱和一个四棱柱组合成的.②是由一个圆锥和一个棱柱组合成的.

(2)旋转后的图形如图所示,由一个圆柱和两个圆台组成.

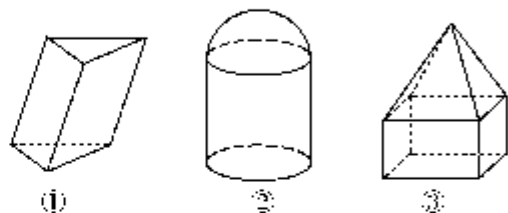


|点评| 识别复杂图形,需用分割原理,将其“拆”成简单几何体.

|借题发挥2| (1)旋转得到下图的平面图形是 ()



(2)说出下列几何体的主要结构特征.

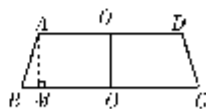


简单应用

|例3| 已知圆台的高为3,两底半径分别为4,5,求圆台的母线长.

|解析| 本题主要考查圆台中有关计算,关键是在轴截面中,利用直角梯形求解.

|答案| 如图,圆台的轴截面是等腰梯形ABCD,由已知得上底半径 $OA=4$,下底半径 $OB=5$,高 $OD=3$,过A作 $AM \perp OB$ 于点M,则 $AM=3$, $BM=OB-OA=1$,由勾股定理知 $AB = \sqrt{AM^2 + BM^2} = \sqrt{10}$,即圆台的母线长为 $\sqrt{10}$.



|点评| 解决这类题一般是画出轴截面,利用解三角形来求解.

|借题发挥3| 已知圆台的高为8 cm,母线长10 cm,上底半径为2 cm,求圆台的下底半径.

———提·升·训·练———

1. 一个等腰三角形绕它的底边所在直线旋转 360° 形成的曲面所围成的几何体是 ()

A. 球体
B. 圆柱
C. 圆台
D. 两个共底面的圆锥组成的组合体

2. 下列命题中正确的是 ()

A. 四棱柱是平行六面体
B. 直平行六面体是长方体
C. 六个面都是矩形的六面体是长方体
D. 底面是矩形的四棱柱是长方体

3. 下面命题中正确的有 ()

①有两个面平行,其余面都是平行四边形的多面体叫棱柱;
②各侧面都是矩形的棱柱是长方体;
③侧面是矩形的直四棱柱是长方体;
④有两个相邻侧面互相垂直的棱柱是直棱柱.

A. 0 个
B. 1 个
C. 3 个
D. 4 个

4. 棱台不具备的特点是 ()

A. 两底面相似
B. 侧面都是梯形
C. 侧棱都相等
D. 侧棱延长后都交于一点

5. 直线绕一条与其有一个交点但不垂直的固定直线转动可以形成 ()

A. 平面
B. 曲面
C. 直线
D. 锥面

6. 以两条直角边长为 3 cm 和 4 cm 的直角三角形旋转而形成的圆锥,其底面积为 cm^2 ,母线长为 cm .

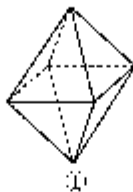
7. 一个棱柱至少有 个面 ,面数最少的棱柱有 个顶点 ,有 条棱 .

8. 棱柱的侧面是 形 ,长方体的侧面是 形 ,正方体的侧面是 形 .

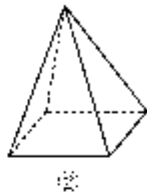
9. 一圆台的母线长为 5 ,上、下底直径分别为 $8, 2$,则圆台的高为 $\text{}$.

10. 由 7 个面围成,其中两个面是互相平行且全等的五边形,其他面是矩形,这样的几何体是什么?

11. 说出下列几何体的结构特征.



①



②

(第 11 题)

12. 已知圆台的母线长为 12 cm ,两底面面积分别为 $4\pi\text{ cm}^2$, $25\pi\text{ cm}^2$,求圆台的高.

1.2 空间几何体的三视图和直观图

1.2.1 中心投影与平行投影

1.2.2 空间几何体的三视图

———自·主·探·究———

目标导学

1. 了解两种投影的概念,理解两种投影的区别.
2. 知道空间几何体三视图的概念,初步认识简单几何体的三视图.
3. 能利用以上知识点解决问题.

基础梳理

1. 两种投影

(1) 光由一点向外散射形成的投影为中心投影.在一束平行光线照射下形成的投影为平行投影.

(2) 区别

① 平行投影的投影线 _____, 中心投影的投

影线 _____.

② 空间几何体在两种投影下的表现形式 _____.

2. 三视图

- (1) 空间几何体的三视图有 _____、_____、_____. 分别是 _____ 方、_____ 方、_____ 方对同一几何体进行正投影得到的投影图.
- (2) 球的三视图都是 _____; 长方体的三视图都是 _____; 正方体的三视图都是 _____; 直立圆柱的正视图、侧视图都是 _____, 俯视图是 _____; 直立圆锥的正视图、侧视图都是 _____, 俯视图是 _____; 直立圆台的正视图、侧视图都是 _____, 俯视图是 _____.

———重·难·点·突·破———

重点剖析

1. 平行投影的性质

图形中的直线或线段不平行于投影线时,平行投影有下列性质:

- (1) 直线或线段的平行投影仍是直线或线段.
- (2) 平行直线的平行投影是平行或重合的直线.
- (3) 平行于投影面的线段的平行投影与这条线段平行且等长.
- (4) 平行于投影面的平面图形的平行投影与这个图形全等.
- (5) 在同一直线或平行直线上,两条线段平行投影的比等于这两条线段的比.

2. 三视图

(1) 排列规则: 俯视图放在正视图下面,侧视图放在正视图右面.

(2) 特点: 长对正、高平齐、宽相等,即正视图与俯视图长度一样,侧视图与正视图高度一样,侧视图与俯视图宽度一样.

(3) 要求: ① 成图面与平行视线垂直; ② 存在且被遮挡的线画成虚线.

(4) 组合体的三视图: 先分清它由哪些简单几何体组成,再画三视图.

重点剖析

中心投影与平行投影

例1 如果一个三角形的平行投影仍是三角形,那么它的中位线的平行投影一定是这个三角形平行投影的 _____.

|解析| 本题主要考查平行投影的概念和性质,由题意知投影线和三角形的边不平行,因而中点的投影仍是投影的中点.

|答案| 中位线

|点评| 平行投影是研究三视图的知识依据,其有关性质给出了所画线 with 面的变化性,应认真理解和应用.解决关于平行投影的问题时,应抓住投影的共点性、共线性、平行性以及平行线段之比的不变性这些特点.

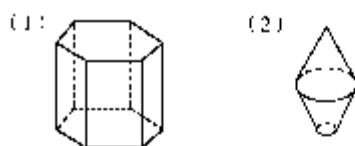
|借题发挥| 下面命题中真命题的个数有 ()

① 当图形中的直线或线段不平行于投影线时,正方形的平行投影一定是菱形; ② 图形中的直线或线段不平行于投影线时,平行四边形的平行投影可以是平行四边形; ③ 三角形的平行投影一定是三角形.

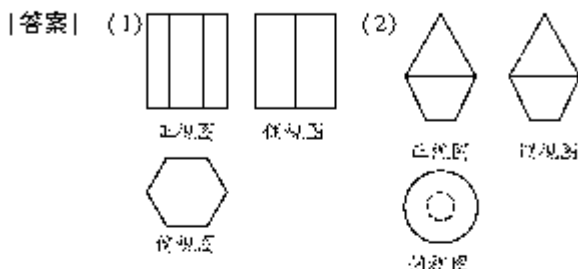
A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

三视图

例2 画出下列几何体的三视图.

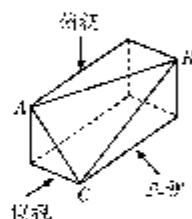


|解析| 本题考查三视图的画法,按规则和要求画,组合体要先分割成简单几何体.

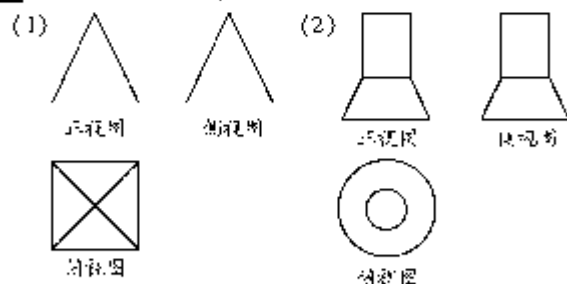


|点评| (1)画三视图的训练有助于空间想像能力的培养.
(2)三视图的关系及画图的要求一定要理解和掌握,尤其注意虚线的使用.

|借题发挥2| 如图是截去一角的长方体,画出其三视图.



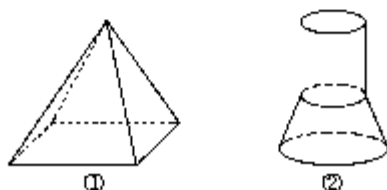
例3 根据以下三视图,画与其对应的几何体.



|解析| 本题考查由三视图还原几何体问题,是三视图画法的逆思维,结合特殊几何体的三视图正向定形.

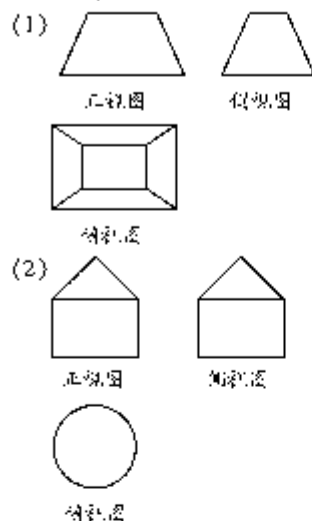
|答案| (1)正四棱锥,如图①所示.

(2)一个圆柱和一个圆台的组合体,如图②所示.



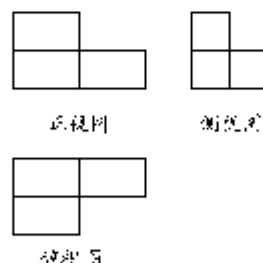
|点评| 本题的关键是先由三视图判断是简单几何体还是组合体,再由一些特殊几何体的三视图来联想几何体形状,然后由三视图进行检验.注意三视图常为与视线垂直的截面图.

|借题发挥3| 根据几何体的三视图画出几何体.



三视图的简单应用

例4 某几何体是由相同的长方体组成,其三视图如图,该几何体由几个长方体组成?

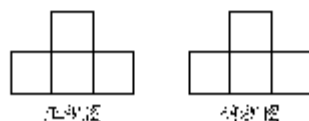


|解析| 本题是考查三视图和几何体的关系,由三视图得几何体后易知其组成.

|答案| 该几何体由四个长方体组成.

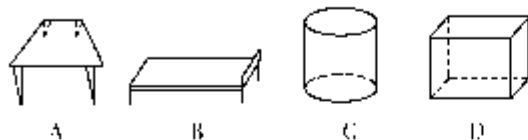
|点评| 该类题的关键是由三视图得出相应几何体,还可涉及最少组成、最多组成问题.

|借题发挥4| 某立体模型由若干个相同的正方体组成,其正视图、俯视图如图所示,该立体模型至少由几个正方体组成?至多几个?



提·升·训·练

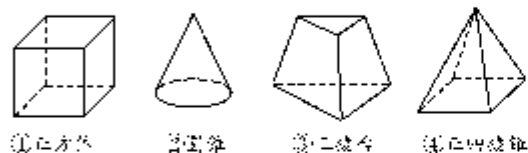
1. 下图中采用中心投影画法的是 ()



2. 一直线在平面内的平行投影可能是 ()

- A. 一条射线 B. 一条射线
C. 一条折线 D. 一个点

3. 下列几何体各自的三视图中,有且仅有两个视图相同的是 ()



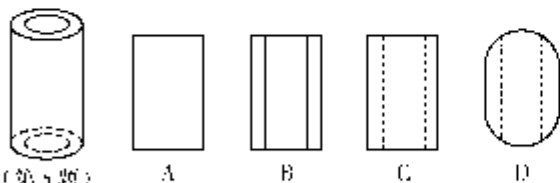
(第3题)

- A. ①② B. ①③
C. ①④ D. ②④

4. 以下说法正确的是 ()

- A. 任何物体的三视图都与物体摆放位置有关
B. 任何物体的三视图都与物体摆放位置无关
C. 有的物体的三视图与物体的摆放位置无关
D. 正方体的三视图一定是三个全等的正方形

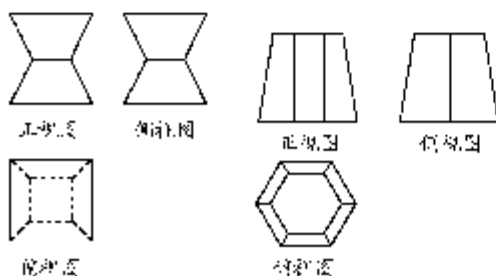
5. 如图所示的空心圆柱体的侧视图是 ()



(第5题)

6. 已知几何体的三视图如图所示,则这个几何体自上而下依次为 ()

- A. 四棱台、圆台
B. 四棱台、四棱台
C. 四棱柱、四棱柱
D. 不能判断



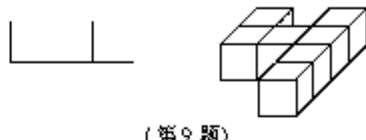
(第6题)

(第8题)

7. 一个几何体的三视图是全等的平面图形,该几何体可能是 _____。(写出一种符合条件的几何体即可)

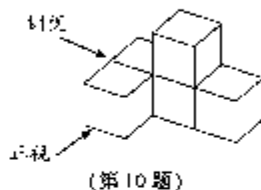
8. 一个几何体的三视图如图所示,则该几何体为 _____。

9. 下左图是右图几何体的三视图中的 _____。



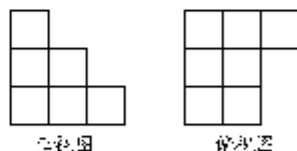
(第9题)

10. 如图是用五个等大的正方体搭成的几何体,画出它的三视图。



(第10题)

11. 用小立方块搭一个几何体,使得它的正视图和俯视图如图所示,这样的几何体只有一种吗?它至少需要多少个小立方块?最多需要多少个小立方块?



正视图

俯视图

(第11题)

1.2.3 空间几何体的直观图

——自·主·探·究——

基础导学

1. 了解直观图的概念,知道直观图的画法——斜二测画法.
2. 掌握斜二测画法,并能用于解决水平放置的平面图形和立体图形的直观图画法.
3. 能运用以上知识解决相关问题.

基础练习

1. 用来表示空间图形的平面图形称为直观图,其画法为_____.
2. 斜二测画法的步骤
 - (1)在已知图形的空间中取水平平面,作互相垂直的轴 Ox , Oy , 再作 Oz 轴,使 $\angle xOz = \underline{\hspace{2cm}}$, 且

$$\angle yOz = \underline{\hspace{2cm}}.$$

- (2)画直观图时,把它画成对应的轴 $O'x'$, $O'y'$, $O'z'$, 使 $\angle y'O'x' = \underline{\hspace{2cm}}$, $\angle x'O'z' = \underline{\hspace{2cm}}$, $x'O'y'$ 所确定的平面表示水平面.
- (3)已知图形中平行 x 轴、 y 轴、 z 轴的线段在直观图中分别画成_____于 x' 轴、 y' 轴、 z' 轴,使它们和所画坐标轴的关系与已知图形中相应线段和原坐标轴的位置关系相同.
- (4)已知图形中平行于 x 轴和 z 轴的线段,在直观图中保持_____ , 平行于 y 轴的线段,长度为原来的_____.
- (5)画完后,擦去作为辅助线的_____,就得到直观图.

——重·难·点·突·破——

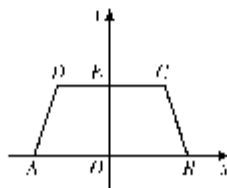
典例剖析

1. 用料二测画法画直观图要掌握:水平长不变,垂线长减半,直角化成 45° ,遮挡线条改虚线,竖线长也不变. 也就是把握住一斜——已知图形中垂直于 x 轴的线段,在直观图中均与 x' 轴成 45° 或 135° ;二测——两种度量形式,即在直观图中平行 x 轴、 z 轴的线段长度不变,平行 y 轴的线段长度变为原来长度的一半.
2. 复原图形时,寻找垂线和与水平放置的坐标轴平行的线最关键,垂线复原长倍增,计算问题要细算.
3. 由三视图研究几何体的直观图,先由三视图模拟出几何体,再由斜二测画法画其直观图.

典例剖析

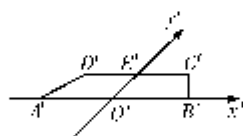
例1 水平放置的平面图形的直观图

例1 画出如图水平放置的等腰梯形的直观图.



解析 本题考查水平放置的平面图形直观图的画法,以原则为指导,正确落实步骤.

答案 画法:(1)如图所示,取 AB 所在直线为 x 轴, AB 中点 O 为原点,建立直角坐标系,画对应的坐标系 $x'O'y'$,使 $\angle x'O'y' = 45^\circ$.

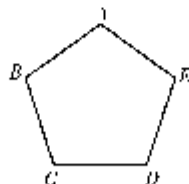


(2)以 O' 为中点在 x' 轴上取 $A'B' = AB$, 在 y' 轴上取 $O'E' = \frac{1}{2}OE$, 以 E' 为中点画 $C'D' \parallel x'$ 轴,并使 $C'D' = CD$.

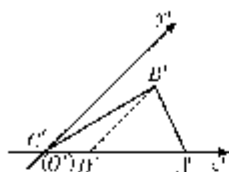
(3)连接 $B'C'$, $D'A'$, 所得的四边形 $A'B'C'D'$ 就是水平放置的等腰梯形 $ABCD$ 的直观图.

点评 画直观图时,注意原图和直观图中线段的位置关系(垂直、平行)的变与不变,长度关系的变与不变.

借题发挥1 画正五边形 $ABCDE$ 的直观图.



例2 如图 $\triangle A'B'C'$ 是水平放置的平面图形的斜二测直观图,将其恢复成原图.

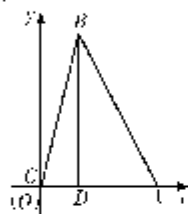


|解析| 本题是斜二测画法画直观图的逆用,要与正用区分开,这时有些线段长度倍增,有些角度变大,平行的关系仍不变.

|答案| 画法:(1)画直角坐标系 xOy ,在 x 轴上取 $OA = O'A'$,即 $CA = C'A'$.

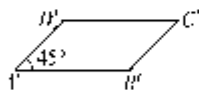
(2)在坐标系 $x'O'y'$ 中,过 B' 作 $B'D' \parallel y'$ 轴,交 x' 轴于 D' ,在 x 轴上取 $OD = O'D'$,过 D 作 $DB \parallel y$ 轴,并使 $DB = 2O'D'$.

(3)连接 AB 、 BC ,则 $\triangle ABC$ 即为 $\triangle A'B'C'$ 原来的图形.



|点评| 这两类问题关键在确定所画图的顶点,顶点确定了平面多边形就确定了.而确定顶点常利用长度,所以需要构造与轴平行或重合的线段.

|借题发挥2| 如图为一个平面图形的直观图,画出它的实际图形.

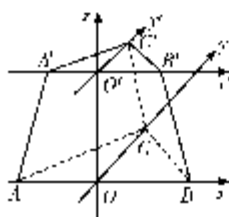


空间几何体的直观图

例3 画一个正三棱台的直观图.(上底边长2 cm,下底边长4 cm,高2 cm)

|解析| 本题是几何体直观图问题,解决这种多面体问题的重点是确定相关顶点位置,本题就是要确定上、下底面顶点.

|答案| (1)画轴.如图,画 x 轴、 y 轴、 z 轴,三轴相交于点 O ,使 $\angle xOy = 45^\circ$, $\angle xOz = 90^\circ$.



(2)画下底面.以 O 为中点,在 x 轴上取线段 AB ,使 $AB = 4$ cm,在 y 轴上取线段 OC ,使 $OC = \sqrt{3}$ cm,连接 BC 、 CA ,则 $\triangle ABC$ 为正三棱台的下底面.

(3)画上底面.在 z 轴上取线段 OO' ,使 $OO' = 2$ cm.过 O' 点作 $O'A' \parallel OA$, $O'B' \parallel OB$.建立坐标系 $x'O'y'$,在 $x'O'y'$ 中,重复(2)的步骤得上底面 $A'B'C'$.

(4)连线成图,连接 AA' 、 BB' 、 CC' ,则三棱台 $ABC - A'B'C'$ 为要求画的正三棱台的直观图.

|点评| 本题易错点是确定 C 、 C' 两点,因原图形中 OC 、 $O'C'$ 长度分别是 $2\sqrt{3}$ cm、 $\sqrt{3}$ cm,直观图中分别减半为 $\sqrt{3}$ cm、 $\frac{\sqrt{3}}{2}$ cm,再才是 z 轴位置,实际上是 AB 中垂线.

|借题发挥3| 用斜二测画法画正六棱锥的直观图.

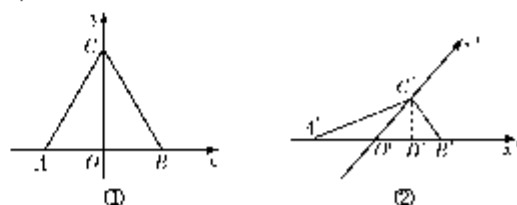


直观图的简单应用

例4 已知等边三角形边长为1,那么它的平面直观图面积为 ()

- A. $\frac{\sqrt{3}}{4}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{8}$
C. $\frac{\sqrt{6}}{8}$ D. $\frac{\sqrt{6}}{16}$

|解析| 本题要先画出直观图再求解.



如图所示①②分别是平面图和直观图.由图②可知, $A'B' = AB = 1$, $O'C' = \frac{1}{2}OC = \frac{\sqrt{3}}{4}$,在图②中,作 $C'D' \perp A'B'$ 于点 D' ,则 $C'D' = \frac{\sqrt{6}}{2}O'C' = \frac{\sqrt{6}}{8}$, $\therefore S_{\triangle A'B'C'} = \frac{1}{2}A'B' \cdot C'D' = \frac{\sqrt{6}}{16}$.故选D.

|答案| D

|点评| 由直观图中线段长度的变化可知两图形面积有一定关系. 图形类型没变, 面积公式也就没变. 高考常通过这种题型考查斜二测画法.

|借题发挥4| 一个水平放置的平面图形的斜二测直观图是一个底角为 45° 、腰和上底长为1的等腰梯形, 则这个平面图

形的面积是

()

A. $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}$

B. $1 + \frac{\sqrt{2}}{2}$

C. $1 + \sqrt{2}$

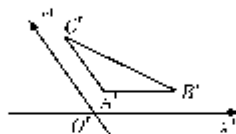
D. $2 + \sqrt{2}$

——提·升·训·练——

1. 下面的说法正确的是 ()

- A. 水平放置的正方形的直观图可能是梯形
B. 两条相交直线的直观图可能是平行直线
C. 互相垂直的两条直线的直观图仍然互相垂直
D. 平行四边形的直观图仍然是平行四边形

2. 如图, $\triangle A'B'C'$ 是 $\triangle ABC$ 的直观图, 其中 $A'C' = A'B'$, 那么 $\triangle ABC$ 是 ()



(第2题)

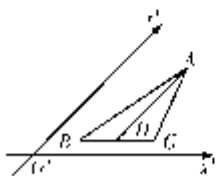
- A. 等腰三角形
B. 直角三角形
C. 等腰直角三角形
D. 钝角三角形

3. 一个三角形用斜二测画法画出来是一个正三角形, 边长为2, 则此三角形的面积是 ()

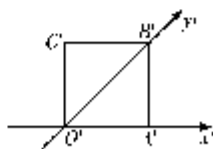
- A. $2\sqrt{3}$ B. $4\sqrt{3}$
C. $\sqrt{3}$ D. 都不对

4. 如图所示为水平放置的三角形的直观图, $AD \parallel y'$ 轴且 D 是 $\triangle ABC$ 中 BC 边的中点, 那么 AB, AD, AC 三条线段中

- A. 最长的是 AB , 最短的是 AC
B. 最长的是 AC , 最短的是 AB
C. 最长的是 AB , 最短的是 AD
D. 最长的是 AD , 最短的是 AC



(第4题)



(第5题)

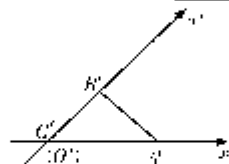
5. 如图, 正方形 $O'A'B'C'$ 的边长为1 cm, 它是水平放置的一个平面图形的直观图, 则原图形的周长是 ()

- A. 6 cm
B. 8 cm
C. $(2 + 3\sqrt{2})$ cm
D. $(2 + 2\sqrt{3})$ cm

6. 在原来的图形中, 两条线段平行且相等, 则在直观图中对应的两条线段 ()

- A. 平行且相等
B. 平行不相等
C. 相等不相等
D. 既不平行也不相等

7. 水平放置的 $\triangle ABC$ 的斜二测直观图如图所示, 已知 $A'C' = 3$, $B'C' = 2$, 则 AB 边上的中线长为 _____.

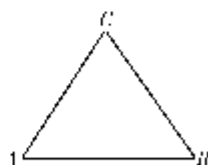


(第7题)

8. 如果 $\triangle A'BC$ 是水平放置的面积为 a 的 $\triangle ABC$ 的斜二测直观图, 那么 $\triangle A'BC$ 的面积为 _____.

9. 利用斜二测画法画直观图时, ①三角形的直观图还是三角形; ②平行四边形的直观图还是平行四边形; ③正方形的直观图还是正方形; ④菱形的直观图还是菱形. 其中正确的是 _____.

10. 画出水平放置的正三角形 ABC 的直观图.



(第10题)

11. 用斜二测画法画出底面半径为 1 cm、高为 3 cm 的圆锥的直观图.

12. 把如图所示的水平放置的直观图 $A'B'C'D'$ 还原为平面图形.



1.3 空间几何体的表面积与体积

1.3.1 柱体、锥体、台体的表面积与体积

——— 自 · 主 · 探 · 究 ———

课标要求

1. 了解柱体、锥体、台体的表面积、体积公式.
2. 理解柱体、锥体、台体表面积、体积间的关系.
3. 能利用表面积、体积公式进行相关应用.

基础梳理

1. 柱体、锥体、台体的表面积

(1) 柱体的表面积: 柱体的表面积是 _____ 与 _____ 之和.

① 棱柱的表面积: $S_{\text{表}} = S_{\text{侧}} + \underline{\hspace{2cm}}$; 其中底面周长为 C , 高为 h 的直棱柱侧面积 $S_{\text{侧}} = \underline{\hspace{2cm}}$; 三棱长分别为 a, b, c 的长方体的表面积 $S_{\text{表}} = \underline{\hspace{2cm}}$; 棱长为 a 的正方体表面积 $S_{\text{表}} = \underline{\hspace{2cm}}$.

② 圆柱的表面积: 底面半径为 r 、母线长为 l 的圆柱的侧面积 $S_{\text{侧}} = \underline{\hspace{2cm}}$, 表面积 $S_{\text{表}} = \underline{\hspace{2cm}}$.

(2) 锥体的表面积: 锥体的表面积是 _____ 与 _____ 之和.

① 棱锥的表面积: $S_{\text{表}} = \underline{\hspace{2cm}} + S_{\text{底}}$; 底面周长为 C , 斜高为 h' 的正棱锥的侧面积 $S_{\text{侧}} = \underline{\hspace{2cm}}$.

② 圆锥的表面积: 底面半径为 r 、母线长为 l 的圆锥的

$S_{\text{侧}} = \underline{\hspace{2cm}}$, $S_{\text{表}} = \underline{\hspace{2cm}}$.

(3) 台体的表面积: 台体表面积是 _____ 与 _____ 之和.

① 棱台的表面积: $S_{\text{表}} = S_{\text{侧}} + \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}}$. 某棱台底面的周长分别为 C' , C , 斜高为 h' , 则 $S_{\text{侧}} = \underline{\hspace{2cm}}$.

② 圆台的表面积: 两底半径分别为 r' , r , 母线长为 l 的圆台的侧面积 $S_{\text{侧}} = \underline{\hspace{2cm}}$, 表面积 $S_{\text{表}} = \underline{\hspace{2cm}}$.

2. 柱体、锥体、台体的体积

(1) 柱体体积: $V_{\text{柱}} = \underline{\hspace{2cm}}$ (其中 S 是 _____, h 是 _____).

$V_{\text{圆柱}} = \underline{\hspace{2cm}}$ (其中 r 是 _____, h 是 _____).

(2) 锥体体积: $V_{\text{锥}} = \underline{\hspace{2cm}}$ (其中 S 是 _____, h 是 _____).

$V_{\text{圆锥}} = \underline{\hspace{2cm}}$ (其中 r 是 _____, h 是 _____).

(3) 台体体积: $V_{\text{台}} = \underline{\hspace{2cm}}$ (其中 _____、_____ 分别是上、下底面积, _____ 是高).

$V_{\text{圆台}} = \underline{\hspace{2cm}}$ (其中 r' , r 分别表示上、下底 _____, _____ 是高).