

配上海市新教材

新编数学辅导与测试

——周周练·单元练·综合练

高中一年级(下)

(第二版)

孙 琪 章其昌 主编

同济大学出版社

第二版前言

《新编数学辅导与测试》(第二版)高中部分是根据《中学数学教学大纲》并结合上海市中学新课程教学改革的实践而编写的。它面向高中一年级~高中三年级各类学校的在校学生,同时也是为有关任课教师提供的教学参考用书。

学习的过程就是知识的积累和能力培养的过程,要有效地积累知识并逐步将知识转化为能力,学生们必须掌握所学知识的重点、突破难点,只有这样,才能达到事半功倍的学习效果。基于这样的出发点,本书在试题的安排方面,力求融实用性、针对性、前瞻性于一体,这样的编排,一方面便于学生对教材基础知识的理解及基本能力的增强,更重要的是拓展了学生的思维,有利于学生的研究性学习和创造性学习能力的提高,并为其终身学习奠定了坚实的基础。

根据上海市中学数学教材的改革趋势,编写本书时,力求帮助学生打好基础,培养能力,一方面帮助学生在高中阶段稳步地、循序渐进地学好基础知识;另一方面也注重同步地扩展、延伸课堂新学的知识,从而使学生适应教学改革和高考改革的发展趋势,从“学会”到“会学”,成为有独立、自主学习能力的合格的高中生。

《新编数学辅导与测试》(第一版)高中部分出版以来受到了广大读者的欢迎,不少专家和读者又提出了许多宝贵意见,这次出版第二版,保留了原书的体例,并根据最新的教改信息,重新构思了每份试卷的结构,删去了部分习题,同时又补充了大量的新题,使本书更贴近教学实际,更具有实用性,更便于学生进行研究性、创造性的学习。

参加本书编著的作者都是上海市具有丰富教学经验和教学研究能力的资深教师,其中有许多资深的高级教师、学科带头人、优秀的中青年骨干教师,使本书增色不少。本册由孙琪、章其昌、秦亮、管锡培、颜坚、陈春雷、颜海云、陈政道编写,最后由孙琪统稿审定。本书的出版得益于同济大学出版社缪临平副编审的组稿和策划,这里一并表示感谢。由于本书编写人员较多,编写时难免有疏漏或不当,还望各位专家、广大读者提出宝贵意见,以使本书日臻完善。

孙 琪

目 录

第一周	任意角的三角比(A卷)	(1)
第一周	任意角的三角比(B卷)	(5)
第二周	同角三角比的关系和诱导公式(A卷)	(9)
第二周	同角三角比的关系和诱导公式(B卷)	(13)
第三周	两角和与差的正弦、余弦和正切(A卷)	(17)
第三周	两角和与差的正弦、余弦和正切(B卷)	(21)
第四周	二倍角的正弦、余弦和正切(A卷)	(25)
第四周	二倍角的正弦、余弦和正切(B卷)	(29)
第五周	半角的正弦、余弦和正切(A卷)	(33)
第五周	半角的正弦、余弦和正切(B卷)	(37)
第六周	三角比的积化和差与和差化积(A卷)	(41)
第六周	三角比的积化和差与和差化积(B卷)	(45)
第七周	解斜三角形(A卷)	(49)
第七周	解斜三角形(B卷)	(53)
第八周	三角比单元练习(A卷)	(57)
第八周	三角比单元练习(B卷)	(61)
第九周	正弦函数、余弦函数、正切函数的图像和性质(A卷)	(65)
第九周	正弦函数、余弦函数、正切函数的图像和性质(B卷)	(69)
第十周	期中测试(A卷)	(73)
第十周	期中测试(B卷)	(77)
第十一周	函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 的图像(A卷)	(81)
第十一周	函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 的图像(B卷)	(85)
第十二周	反三角函数与最简三角方程(A卷)	(89)
第十二周	反三角函数与最简三角方程(B卷)	(93)

第十三周	三角函数单元练习(A卷)	(97)
第十三周	三角函数单元练习(B卷)	(101)
第十四周	等差数列与等比数列(A卷)	(105)
第十四周	等差数列与等比数列(B卷)	(109)
第十五周	等差数列与等比数列的通项公式(A卷)	(113)
第十五周	等差数列与等比数列的通项公式(B卷)	(117)
第十六周	等差数列与等比数列前 n 项之和(A卷)	(121)
第十六周	等差数列与等比数列前 n 项之和(B卷)	(125)
第十七周	数学归纳法(A卷)	(129)
第十七周	数学归纳法(B卷)	(133)
第十八周	数列单元测试(A卷)	(137)
第十八周	数列单元测试(B卷)	(141)
第十九周	期末总复习(A卷)	(145)
第十九周	期末总复习(B卷)	(149)
第二十周	期终测试(A卷)	(153)
第二十周	期终测试(B卷)	(157)
	参考答案	(161)

第一周 任意角的三角比

【知识要点】

1. 理解任意角的概念,知道正角、负角、零角的意义.
2. 会用集合表示终边相同的角的集合、象限角的集合、终边在坐标轴上的角的集合.
3. 掌握角的两种度量制:角度制、弧度制及其互化

$$1^\circ = \frac{\pi}{180} \text{弧度} \approx 0.017453 \text{弧度}; 1 \text{弧度} = \left(\frac{180}{\pi}\right)^\circ \approx 57.295780^\circ$$

必须掌握并熟练地用弧度制表示常用的特殊角.

4. 掌握任意角的三角比的定义,知道任意角三角比的值由角的终边的位置所确定而与终边上的点 P 的位置无关.
5. 掌握各三角比的象限符号.

(A 卷)

姓名 _____ 班级 _____ 学号 _____ 成绩 _____

一、填空题(3分 \times 10=30分)

1. _____ 称做正角, _____ 称做负角, _____ 称做零角.
2. $4^\circ =$ _____ 弧度, 4 弧度 = _____ 度.
3. 在 $(-4\pi, 4\pi)$ 内与 $\frac{2}{9}\pi$ 终边相同的角是 _____.
4. 如果 θ 的终边上有一点 $P(-12, 5)$ 则 $\sin\theta =$ _____, $\tan\theta =$ _____.
5. 若 $\frac{\sin\theta}{\cot\theta} > 0$ 则 θ 是 _____ 象限的角.
6. 终边与 y 轴的负方向重合的角的集合是 _____.
7. $\sin \frac{7\pi}{3} =$ _____ $\cos \frac{3\pi}{4} =$ _____ $\tan \frac{7\pi}{6} =$ _____ $\cot \frac{5\pi}{3} =$ _____.

8. 一个飞轮的半径是 10 厘米, 飞轮的转速是 12 周/秒, 则飞轮上的一个定点 A, 5 分钟内转过的距离是_____米.

9. 半径为 10 厘米, 中心角为 $\frac{3\pi}{4}$ 的扇形的面积是_____平方厘米.

10. 若 $\sin\theta \geq \frac{1}{2}$, $\cos\theta \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$, 则 θ 的取值范围是_____.

二、选择题(3分×8=24分)

1. -1050° 位于 ()

(A) 第一象限角 (B) 第二象限角 (C) 第三象限角 (D) 第四象限角

2. 下列各角始边相同(均以 x 轴正方向为始边), 其中, 终边相同的一组是 ()

(A) $-150^\circ, 430^\circ, 210^\circ$ (B) $-1390^\circ, -310^\circ, 410^\circ$

(C) $75^\circ 25', 425^\circ 25', -315^\circ 25'$ (D) $147^\circ, 397^\circ, -253^\circ$

3. 设角 α 的终边在第三象限, 则下式各式中, 符号为正的是 ()

(A) $\sin\alpha + \cos\alpha$ (B) $\cos\alpha - \tan\alpha$

(C) $-\sin\alpha + \cot\alpha$ (D) $\cot\alpha + \csc\alpha$

4. 若 $-\frac{\pi}{2} < \beta < 0$, 则点 $M(\tan\beta, \sec\beta)$ 必在 ()

(A) 第一象限 (B) 第二象限 (C) 第三象限 (D) 第四象限

5. $\sin 4^\circ - \sin 4$ 与 $\sin 4^\circ \cdot \sin 4$ 分别是 ()

(A) 正数, 正数 (B) 正数, 负数

(C) 负数, 负数 (D) 负数, 正数

6. 设角 α 的终边上有一点 $M(m, m)$ $m \in R$ 且 $m \neq 0$, 则 $\csc\alpha$ 的值是 ()

(A) $\sqrt{2}$ (B) $-\sqrt{2}$

(C) $\sqrt{2}$ 或 $-\sqrt{2}$ (D) 1

7. 若 α 是纯角, 且 α 与 9α 的终边相同, 则 α 的弧度数是 ()

(A) $\frac{3\pi}{4}$ (B) $\frac{\pi}{2}$ (C) $\frac{2\pi}{3}$ (D) 2

8. 若一段圆弧之长等于其所在圆的内接正三角形的边长, 则其圆心角的弧度数是 ()

(A) $\frac{\pi}{3}$ (B) $\frac{2}{3}$ (C) 2 (D) $\sqrt{3}$

三、解答题(5分×2+6分×3+8分+10分=46分)

1. (1) 将 1005° 、 $1985^\circ 39'$ 化成 $k \cdot 360^\circ + \alpha$ 的形式($k \in \mathbb{Z}$, $0^\circ \leq \alpha < 360^\circ$); (2) 将 -72° 、 790° 化成 $2k\pi + \alpha$ 的形式($k \in \mathbb{Z}$, $0 \leq \alpha < 2\pi$).

2. 若 α 是第二象限的角, 求角 $\frac{\alpha}{2}$ 与 2α 所在的范围.

3. 已知角 α 的终边上有一点 $P(5a, -12a)$ ($a < 0$), 求角 α 的各个三角比的值.

4. 根据下列条件, 确定 α 是第几象限的角.

(1) $\sin\alpha > 0$ 且 $\cos\alpha < 0$; (2) $\sin\alpha < 0$ 且 $\tan\alpha > 0$;

(3) $\cot\alpha < 0$ 且 $\cos\alpha < 0$; (4) $\tan\alpha \cdot \sin\alpha > 0$.

5. 若扇形的圆心角为 60° , 半径为 R , 求扇形的内切圆面积与扇形面积之比.

6. 用弧度制写出终边落在直线 $y = \sqrt{3}x$ 上的角的集合, 并求出此集合中属于区间 $[-4\pi, 0]$ 的一切角.

7. 计算 $\sin \frac{2k+1}{4}\pi + \cos \frac{2k+1}{4}\pi$ 之值.

第一周 任意角的三角比

(B 卷)

姓名 _____ 班级 _____ 学号 _____ 成绩 _____

一、填空题(3分×10=30分)

1. 与角 α 的终边关于 x 轴对称的角 β 的集合是 _____.
2. 终边在 x 轴上的角 θ 的集合是 _____.
3. 终边在第一、三象限角平分线上的角的集合是 _____.
4. 若三角形的三内角的比是 $2:3:4$ 这个三角形三个内角分别是 _____ 弧度, 这个三角形是 _____ 三角形.
5. 函数 $f(x) = \frac{|\sin x|}{\sin x} + \frac{\cos x}{|\cos x|} + \frac{|\tan x|}{\tan x} + \frac{\cot x}{|\cot x|}$ 的值域是 _____.
6. 计算 $3\sin \frac{\pi}{2} + 9\tan \pi - 3\cos\left(-\frac{3}{2}\pi\right) + \csc\left(-\frac{5}{2}\pi\right) =$ _____.
7. 2003° 是第 _____ 象限角, -6 是第 _____ 象限的角.
8. $\sin \frac{n\pi}{2} + \cos \frac{n\pi}{2} (n \in \mathbb{Z})$ 的不同的值的个数是 _____ 个.
9. 设 α 是第三象限的角, 则 $\frac{\alpha}{3}$ 不可能是第 _____ 象限的角.
10. 设集合 $A = \left\{ \alpha \mid 2k\pi + \frac{\pi}{4} < \alpha < 2k\pi + \pi \quad k \in \mathbb{Z} \right\}$, 集合 $B = \left\{ \beta \mid \beta = 2k\pi - \frac{\pi}{2} \leq \beta \leq 2k\pi + \frac{\pi}{2} \quad k \in \mathbb{Z} \right\}$ 则 $A \cap B =$ _____.

二、选择题(3分×8=24分)

1. 下列的命题中, 正确的是 _____ ()
(A) 第一象限的角必是锐角
(B) 终边相同的角必相等
(C) 相等的角的终边必重合
(D) 不相等的角的终边必不重合

2. 能使 $\sin\alpha \geq 0, \tan\alpha \geq 0$ 同时成立的 x 的集合是 ()

(A) $\left\{x \mid 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}\right\}$ (B) $\left\{x \mid 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \text{ 或 } \pi \leq x < \frac{3\pi}{2}\right\}$

(C) $\left\{x \mid 2k\pi \leq x < 2k\pi + \frac{\pi}{2} \quad k \in \mathbb{Z}\right\}$ (D) $\left\{x \mid k\pi \leq x < k\pi + \frac{\pi}{2} \quad k \in \mathbb{Z}\right\}$

3. θ 是第四象限的角, 且满足 $\left|\cos \frac{\theta}{2}\right| = \cos \frac{\theta}{2}$, 则 $\frac{\theta}{2}$ 是 ()

(A) 第一象限角 (B) 第二象限角

(C) 第四象限角 (D) 第二或第四象限角

4. 给出下列命题: ① 终边相同的角同名三角比的值相等; ② 终边不相同的角同名三角比的值必不相等; ③ 若 $\sin\alpha > 0$, 则 α 是第一、二象限的角; ④ 若 α 是第二象限的角, 且

$P(x, y)$ 是其终边上一点, 则 $\cos\alpha = \frac{-x}{\sqrt{x^2 + y^2}}$, 其中正确的命题的个数是 ()

(A) 1 (B) 2

(C) 3 (D) 4

5. 若角 α 与角 β 的终边关于 y 轴对称, 那么, α 与 β 之间的关系是 ()

(A) $\beta = 2k\pi - \alpha (k \in \mathbb{Z})$ (B) $\beta = (2k+1)\pi - \alpha (k \in \mathbb{Z})$

(C) $\beta = (2k+1)\pi + \alpha (k \in \mathbb{Z})$ (D) $\beta = 2k\pi + \alpha (k \in \mathbb{Z})$

6. 设 $\sin x = \frac{2m-3}{4-m}$, x 为第一、二象限的角则 m 的取值范围为 ()

(A) $-1 < m < \frac{7}{3}$ (B) $\frac{3}{2} < m < 4$

(C) $-1 < m < 4$ (D) $\frac{3}{2} < m < \frac{7}{3}$

7. α 是第二象限的角, 则 $\cos\left(-\frac{\alpha}{2}\right)$ 的取值范围 ()

(A) $\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}, 0\right) \cup \left(0, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ (B) $\left[-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right]$

(C) $\left[-1, -\frac{\sqrt{2}}{2}\right] \cup \left[\frac{\sqrt{2}}{2}, 1\right]$ (D) $\left[-1, -\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \cup \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, 1\right]$

8. 如果 $\frac{\pi}{4} < \alpha < \frac{\pi}{2}$, 那么, $\left(\frac{1}{3}\right)^{\left|\log_{\frac{1}{3}} \tan\alpha\right|}$ 的值是 ()

(A) $-\tan\alpha$ (B) $\tan\alpha$

(C) $-\cot\alpha$ (D) $\cot\alpha$

三、解答题(5分×2+6分×3+8分+10分=46分)

1. 若集合 $A = \{\alpha \mid 2k\pi < \alpha < (2k+1)\pi, k \in \mathbb{Z}\}$, 集合 $B = \{x \mid -5 \leq x \leq 5\}$, 求 $A \cap B, A \cup B$.

2. 经过 40 分钟, 时钟上的秒针、分针、时针各转动了多少角度?

3. 已知 θ 是第三象限的角, (1) 若 $\sin \frac{\theta}{2} < 0$, 试确定 $\frac{\theta}{2}$ 的终边的位置; (2) 若 $\tan 2\theta \geq 0$, 试确定 2θ 的终边的位置.

4. 若 A 为 $\triangle ABC$ 的一个内角, 下列三角比中, 哪个可能是负值? 哪个不可能是负值?

① $\sin A$; ② $\cos A$; ③ $\tan A$; ④ $\cot \frac{A}{2}$; ⑤ $\cos \frac{B+C}{2}$.

5. 当 θ 和 x 分别取何值时, $\log_{\sin\theta}(x^2 - x - 2) < \log_{\sin\theta}(x + 1)$.

6. (1) 点 P 到原点的距离为 R , OP 与 x 轴正方向所成的角为 α ($0 \leq \alpha < \pi$), 求证点 P 的坐标是 $(R\cos\alpha, R\sin\alpha)$.

(2) 若以原点为圆心, R 为半径的圆内接正三角形 ABC , 其顶点 A 的坐标为 $A(R\cos\alpha, R\sin\alpha)$, 求 B 点、 C 点的坐标.

7. (探究与实践) 我们已经知道过角 α 的终边与单位圆的交点 P 作 x 轴的垂线, 垂足为 M , 把线段 MP 看作有向线段, MP 与 y 轴的正方向一致时, MP 为正值, 否则 MP 是负值, 如果 $|MP| = |y|$, 则称 MP 为角 α 的正弦线. (1) 请根据上述概念探讨任意角 α 的余弦线、正切线、余切线; (2) 若 $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, 可以利用单位圆的有向线段表示的三角比, 求证 $\sin x < x < \tan x$.

第二周 同角三角比的关系和诱导公式

【知识要点】

1. 牢记同角三角比的三种关系及八个基本公式.

倒数关系: $\sin\alpha \cdot \csc\alpha = 1$, $\cos\alpha \cdot \sec\alpha = 1$, $\tan\alpha \cdot \cot\alpha = 1$.

商数关系: $\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$, $\cot\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$.

平方关系: $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$, $1 + \tan^2\alpha = \sec^2\alpha$, $1 + \cot^2\alpha = \csc^2\alpha$.

2. 掌握以下四组诱导公式:

$\sin(2k\pi + \alpha) = \sin\alpha (k \in \mathbb{Z})$, $\cos(2k\pi + \alpha) = \cos\alpha (k \in \mathbb{Z})$, $\tan(2k\pi + \alpha) = \tan\alpha (k \in \mathbb{Z})$,
 $\cot(2k\pi + \alpha) = \cot\alpha (k \in \mathbb{Z})$.

$\sin(-\alpha) = -\sin\alpha$, $\cos(-\alpha) = \cos\alpha$; $\tan(-\alpha) = -\tan\alpha$, $\cot(-\alpha) = -\cot\alpha$.

$\sin(\pi - \alpha) = \sin\alpha$, $\cos(\pi - \alpha) = -\cos\alpha$; $\tan(\pi - \alpha) = -\tan\alpha$, $\cot(\pi - \alpha) = -\cot\alpha$.

$\sin(\pi + \alpha) = -\sin\alpha$, $\cos(\pi + \alpha) = -\cos\alpha$; $\tan(\pi + \alpha) = \tan\alpha$, $\cot(\pi + \alpha) = \cot\alpha$.

3. 学会利用同角三角比的基本关系式和诱导公式进行三角式的化简和求值, 及三角恒等式的证明.

对每一个公式必须学会“正用”、“逆用”、“变形用”.

(A 卷)

姓名 _____ 班级 _____ 学号 _____ 成绩 _____

一、填空题(3分×10=30分)

1. 已知 α 是第一象限的角 $\sin\alpha = \frac{\sqrt{7}}{4}$, 则 $\cos\alpha =$ _____, $\tan\alpha =$ _____.

2. 已知 β 是第三象限的角 $\cos\beta = -\frac{5}{13}$, 则 $\tan\beta =$ _____, $\csc\beta =$ _____.

3. 已知 $\sin\alpha = \frac{4}{5}$, 则 $\sec\alpha =$ _____, $\cot\alpha =$ _____.

4. 计算 $\sin\frac{5\pi}{3} + \cos\frac{7\pi}{6} - \tan\frac{3\pi}{4} + \csc\frac{5\pi}{6} =$ _____.

5. 化简 $\frac{\sin(3\pi - \alpha)}{\sin(-\alpha - 2\pi)} + \frac{\cos(4\pi - \alpha)}{\cos(\alpha - 5\pi)} + \frac{\tan(-\alpha)}{\tan(\pi + \alpha)} =$ _____.

6. 化简: $\frac{\sec(-\alpha)}{\tan(\pi-\alpha)} \cdot \frac{\cos(-\alpha+\pi)}{\sec(\pi-\alpha)} \cdot \frac{\tan(2\pi-\alpha)}{\cos(3\pi+\alpha)} =$ _____.
7. 设 α 是第三象限的角, 且 $2\sec^2\alpha + 3\sec\alpha - 2 = 0$ 则 $\cot\alpha =$ _____.
8. 化简: $(\tan\alpha + \cot\alpha)^2 - (\tan\alpha - \cot\alpha)^2 =$ _____.
9. 化简: $(1 + \sin^2\alpha)\cot^2\alpha - 1 - \cot^2\alpha =$ _____.
10. 若 $\frac{\cos\theta}{\sqrt{1+\tan^2\theta}} + \frac{\sin\theta}{\sqrt{1+\cot^2\theta}} = -1$, 则角 θ 所在的象限是 _____.

二、选择题 (3分×8=24分)

1. 已知 $\cos^2\alpha = \frac{9}{25}$, 并且 α 是第四象限角, 则 $\cot\alpha$ 的值是 ()
- (A) $\frac{4}{3}$ (B) $\frac{3}{4}$ (C) $-\frac{4}{3}$ (D) $-\frac{3}{4}$
2. 已知角 β 的顶点在原点, 始边与 x 轴正半轴重合, 终边与射线 $4x + 3y = 0 (x \geq 0)$ 重合, 则 $\sin\alpha(\sin\alpha + \cot\alpha) + \cos^2\alpha$ 的值是 ()
- (A) $\frac{1}{5}$ (B) $\frac{2}{5}$ (C) $\frac{8}{5}$ (D) $\frac{9}{5}$
3. $\sin\alpha \neq \sin\beta$ 是 $\alpha \neq \beta$ 的 ()
- (A) 充分但非必要条件 (B) 必要但非充分条件
(C) 充分且必要条件 (D) 既不充分又非必要条件
4. 已知 α, β 是锐角, $2\tan\alpha + 3\sin\beta = 7, \tan\alpha - 6\sin\beta = 1$, 则 $\sin\alpha$ 的值是 ()
- (A) $\frac{3\sqrt{5}}{5}$ (B) $\frac{3\sqrt{7}}{7}$ (C) $\frac{3\sqrt{10}}{10}$ (D) $\frac{1}{3}$
5. 已知 $\alpha \in \left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right)$ 且 $\sin\alpha\cos\alpha = \frac{60}{169}$, 则 $\cos\alpha$ 的值是 ()
- (A) $\frac{12}{13}$ (B) $\frac{5}{13}$ (C) $\frac{12}{13}$ 或 $\frac{5}{13}$ (D) $\pm\frac{5}{13}$
6. $\sqrt{1 - \sin^2 100}$ 的值是 ()
- (A) $\sin 80^\circ$ (B) $-\sin 80^\circ$ (C) $-\cos 80^\circ$ (D) $\cos 80^\circ$
7. 设 α 是第四象限的角, 则 $\sin\alpha\sqrt{1 - \cos^2\alpha} - \cos\alpha\sqrt{1 - \sin^2\alpha}$ 的值是 ()
- (A) 1 (B) -1
(C) ± 1 (D) 以上情况都不可能
8. 下列各式中, 正确的是 ()
- (A) $\cos^3(-\alpha - \pi) = \cos^3\alpha$ (B) $\sin(\alpha - 3\pi) = \sin\alpha$
(C) $\cos(3\pi - \alpha) = \frac{1}{\sec\alpha}$ (D) $-\cot(5\pi - 2\alpha) = \cot 2\alpha$

三、解答题(5分×2+6分×3+8分+10分=46分)

1. 求证: $\frac{\cos\alpha}{1-\sin\alpha} = \frac{1+\sin\alpha}{\cos\alpha}$.

2. 求证: $\frac{2\cos^2(\alpha-2\pi)-3\cos(-\alpha-\pi)-2}{\cos(-2\pi-\alpha)+2} = 2\cos\alpha-1$.

3. 已知 $\tan\alpha=\sqrt{5}$, 求角 α 的其余五个三角比的值.

4. 已知 $\sin\theta+\sin^3\theta=1$, 求 $\cos^2\theta+\cos^4\theta$ 之值.

5. 已知 $\tan\alpha = -\frac{3}{2}$, $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right)$, 求 $\sin\alpha + \cos\alpha$ 之值.

6. 已知 $\cos A = \cos\theta \cdot \sin C$, $\cos B = \sin\theta \cdot \sin C$ ($C \neq k\pi$ $k \in \mathbb{Z}$), 求 $\sin^2 A + \sin^2 B + \sin^2 C$ 之值.

7. 已知 $3\sin^2\alpha + 2\sin^2\beta = 2\sin\alpha$, 求 $\cos^2\alpha + \cos^2\beta$ 的取值范围.

