



小学新思维数学教育丛书

张天孝 主编

# 小学新思维

XIAOXUE XIN SIWEI SHUXUE YANJIU

# 数学研究

◎ 张天孝 著

 ZHEJIANG UNIVERSITY PRESS  
浙江大学出版社

小学新思维数学教育丛书

张天孝 主 编

# 小学新思维数学研究

张天孝 著



ZHEJIANG UNIVERSITY PRESS  
浙江大学出版社

### 图书在版编目 (CIP) 数据

小学新思维数学研究 / 张天孝著. — 杭州: 浙江大学出版社, 2011.7

(小学新思维数学教育丛书)

ISBN 978-7-308-08837-4

I .①小… II .①张… III .①小学数学课—题解  
IV .①G623.505

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2011) 第 120809 号

## 小学新思维数学研究

张天孝 著

---

责任编辑 徐贤德  
出版发行 浙江大学出版社  
(杭州市天目山路 148 号 邮政编码 310007)  
(网址: <http://www.zjupress.com>)  
排 版 杭州中大图文设计有限公司  
印 刷 富阳市育才印刷有限公司  
开 本 787mm×1092mm 1/16  
印 张 31  
字 数 732 千  
版 次 2011 年 7 月第 1 版 2011 年 7 月第 1 次印刷  
书 号 ISBN 978-7-308-08837-4  
定 价 63.00 元

---

版权所有 翻印必究 印装差错 负责调换  
浙江大学出版社发行部购电话 (0571)88925591

# 《新思维数学》教材立项推荐意见(代序)

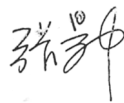
## (一)

《新思维数学》教材是基于《现代小学数学》的实践基础上,按照《义务教育数学课程标准》(实验稿)的精神编写而成,从某种意义上说,是继承了传统精华又赋予改革精神的产物。因此,该教材结构严谨,体系独特,是一套经过实践检验有着良好群众基础的成熟教材。

《新思维数学》有如下特色:1.创造性地提出主题建构,建立数学联系,利于学生学习;2.重视学生提出问题和解决问题能力的培养,实现知识问题化和问题知识化;3.善于重组知识结构,建立新的知识序列,便于学生自主建构;4.关注不同学生在数学上不同的潜质,首创并坚持将“选做题‘数学百花园’”有序呈现,致力于学生思维能力的培养,实现不同学生不同发展;5.努力尝试将信息技术纳入数学课程中,实现将技术作为工具应用于学习过程中,将技术的思想渗透在学习的方法中;6.从教材的体例上看来,着力于改变教师的教学方式,能给教师教学法的指导,以便在课堂教学中顺利实施。

张天孝老师五十年坚持在教学改革前沿从事小学数学教材建设,改革成果丰硕,精神可嘉。张天孝老师的出色成果不仅体现了小学数学课程改革和教学实践五十年来宝贵经验,而且为今后深入开展小学数学课程建设提供了好的基础。

我郑重推荐《新思维数学》教材能够立项,希望“新思维数学”的体系在推广中继续完善,为中国教育事业作出更大的贡献。



2007.3.20

## (二)

我郑重推荐《新思维数学》参加教材立项的申请。

首先,该教材符合我国数学教学改革的大方向,具有鲜明的时代特色。《新思维数学》是在《现代小学数学》的基础上按照新课标的要求编写而成的。它一开始就以改革的精神,废弃一些不符合儿童心理发展的数学教学内容,构建了自己的认知体系。教材注意数学知识结构和儿童的认知结构之间的互动整合,把培养学生的理性思维能力放在突出地位。《新思维数学》的书名实至名归。教材的另一个显著特点是关注学生的日常生活体验和社会责任,如样章中的用水中的数学问题、租车方案、易拉罐问题与环保、房屋拆迁与选购住房等,都是很好的题材。

其次,该教材(包括《现代小学数学》实验)经历了二十余年的实践检验,在教材处理上精益求精,得到广大实验学校的广泛好评。例如在分数的运算、特别是通分与约分的处理上,对于基本运算能力的培养下了很多工夫。对于几何学的处理,教材从“位置”“方向和路线”开始,以阅读和制作地图为载体,处理十分得当。此外,一些挑战性题适合优秀学生的需要,反映了不同的人可以学习不同的数学。“二十年磨一剑”,实为难得。

最后,应当指出,该教材的编写以张天孝、朱乐平为代表的团队,脚踏实地,在小学数学教学领域积累了大量的研究成果。他们注意吸收国外的先进经验,又注重继承优良传统,锐意改革不科学的教学方法,一直走在我国小学数学教学研究的前列,在同行中享有很高的声誉。当《义务教育数学课程标准(实验稿)》公布以后,又在《现代小学数学》基础上作了必要的修改加工,使之更加完善。

总之,我认为《新思维数学》基本上达到了一部精品教材的要求。它的编写指导思想和呈现方式都是科学的,反映了时代的需求,能够体现《义务教育数学课程标准》的精神。如能得到立项通过,接受领导、专家、同行的进一步的指导和帮助,必将得到更大的提高,为我国小学数学教育事业的发展作出应有的贡献。



2007年3月21日

## (三)

自教育部公布《全日制义务教育数学课程标准(实验稿)》以来,根据国家“教材多样化”的方针,为了能够使更多的学校有更多的选择,更快地促进学生的发展,提高全民族素质,我省功勋教师、特级教师张天孝带领一个团队一直致力于编写一套有特色的小学数学教材——《新思维数学》。编写团队老中青结合,有资深专家也有来自一线的优秀教师,团结精干,学术严谨,实践深入,求实创新,有深厚的理论研究和丰硕的实践经验。

《新思维数学》教材是在《现代小学数学》的基础上,按照《国家数学课程标准》(实验稿)的精神编写而成,已经有近二十年的实践经验积累,教材建设趋向成熟。在研究的过程中,既传承了我国传统教材的精华,又积极借鉴教材建设的国际经验,务实研究,锐意创新。该教材重基础,重思维,重发展;展示了新观念、新体系、新思路,实现了学习内容主题化、学习方式多样化、思维训练系列化。《新思维数学》的试用取得了显著的效果:利于培养学生学习数学的兴趣,提升了学生的数学能力,发展了学生的思维品质,促进了学生科学推理和创新精神的养成,得到国内众多专家和广大师生家长的认可。

《新思维数学》建设的研究成果,是我省基础教育教学成果中的优秀成果,近期获得浙江省人民政府基础教育教学成果一等奖。我厅郑重推荐《新思维数学》教材接受教育部的立项审查,请教育部批准。

浙江省教育厅

二〇〇七年三月二十七日

# 目 录

第一章 小学新思维数学的研究与实践 .....	1
一、研究的背景与意义 .....	1
二、研究与实践过程 .....	1
三、成果主要内容 .....	2
四、成果实践效果 .....	5
五、成果特色与创新 .....	5
第二章 小学新思维数学教学的基本原则 .....	7
一、结构性原则 .....	7
二、过程性原则 .....	8
三、发展性原则 .....	10
四、实践性原则 .....	12
五、适合性原则 .....	13
第三章 整数一、二位数的认识与运算 .....	15
一、20 以内数的认识与运算 .....	15
二、21~40 数的认识与运算 .....	57
三、41~100 数的认识与运算 .....	70
第四章 整数三、四位数的认识和运算 .....	115
一、三、四位数的认识和简单计算 .....	115
二、三、四位数进位加法和退位减法 .....	122
三、二、三位数乘或除以一位数 .....	129
四、二、三位数乘或除以两位数 .....	143
五、代数式与方程 .....	181
第五章 数与代数应用问题 .....	187
一、小学生解答应用问题难点的心理分析 .....	187
二、数量的基本关系和基本应用题 .....	191
三、数量关系的基本复合和两步应用题 .....	195

四、数量复合关系的基本结构与基本变换 .....	209
五、分析数量关系的基本思想 .....	230
<b>第六章 自然数和整数的认识 .....</b>	<b>234</b>
一、十进制计数法 .....	234
二、自然数和负整数 .....	236
三、数的整除 .....	237
<b>第七章 分数和小数的认识和运算 .....</b>	<b>257</b>
一、分数和小数的初步认识 .....	257
二、分数与除法 .....	268
三、小数的意义与加减法 .....	271
四、小数乘法与除法 .....	275
五、分数的意义和性质 .....	280
六、分数四则运算 .....	287
<b>第八章 比与比例 .....</b>	<b>306</b>
一、比与百分比 .....	306
二、比例 .....	314
<b>第九章 图形与几何 .....</b>	<b>328</b>
一、图形的认识 .....	328
二、图形的测量 .....	349
三、图形的运动 .....	391
四、图形与位置 .....	396
五、空间关系认知能力专项训练 .....	405
<b>第十章 统计与概率 .....</b>	<b>423</b>
一、统计 .....	423
二、概率 .....	433
<b>第十一章 综合与实践 .....</b>	<b>437</b>
一、综合与实践的基本特征 .....	437
二、综合与实践的内容 .....	438
三、综合与实践的编排方式 .....	442
四、综合与实践的教学建议 .....	447
<b>第十二章 小学生数学能力检测和评价 .....</b>	<b>449</b>
一、小学生数学能力结构的分析 .....	449

二、小学生数学能力核心成分 .....	451
三、小学生数学能力检测试题的编制 .....	460
四、小学生数学能力评价 .....	472
主要参考文献 .....	479
后记:我的数学人生 .....	480

# 第一章 小学新思维数学的研究和实践

## 一、研究背景与意义

小学新思维教学体系的研究始于1962年。近50年来,先后进行了计算教学、应用题教学、小学生数学能力培养和发展三项实验研究。在计算教学改革实验研究中,先后进行了口算、珠算、笔算相结合高位算起体系的研究。在应用题教学改革实验研究中,构建了以数量关系的基本结构与基本变换为核心的应用问题教学体系。在小学生数学能力的培养与发展的研究中,连续6年对小学生数学能力进行跟踪测查,分析了小学生数学能力结构,设计了独特的训练系列。在此基础上,编写《现代小学数学》。从1984年开始,全国各地不少学校参与实验,原国家教委基础教育司也认为“是一套锐意改革的教材”,为“小学数学教学改革作出了贡献”。1993年,该教材列入国家教委用书目录。2000年3月,教育部颁发了《小学数学教学大纲》(试用修订版),我们随即对《现代小学数学》进行修订,五年制、六年制两套教科书分别于2001、2002年经全国中小学教材审定委员会审查通过,成为义务教育教科书,被全国24个省市近1000所学校采用,产生了比较广泛的影响。历时16年,该实验成果获浙江省人民政府首届基础教育教学成果一等奖。

2002年我国推进的基础教育课程改革,把“减轻负担,提高质量”作为课程改革的重要目标。我们认为,减轻负担不是削减数学教学内容,降低数学能力要求,而是设计科学的学习序列,降低学生学习难度;提高质量不是增加数学学习内容,延长数学学习时间,而是“调整教材内容,科学设计课程难度”,创造有效的教学方式,提高学生数学素养。基于这样的认识,我们以《义务教育数学课程标准》(实验稿)提出的基本理念和基本内容为指导,在《现代小学数学》的基础上,开展了以“提高数学素养,降低学习难度”为目标的新思维小学数学教学序列与方式的研究。

新思维小学数学教学体系的构建,通过“重组结构,更新内容,滚动发展”的方式。对传统的教学内容进行改造,形成了小学数学教学的新序列;通过“主题介入、数学建构、差异发展”的策略,对传统的教学方式进行改良,形成了小学数学教学的新方式,通过教学内容和教学方式的创新,实现“提高数学素养,降低学习难度”目标。这项研究以发展学生的数学思维能力为核心,为培养创新型人才和适应建设创新型国家的需要贡献了数学教育的力量。

## 二、研究与实践过程

2002年,开始构建新的教学体系,编写《新数学读本》实验教材和相应的配套材料。

2003年,在杭州市上城区24所小学一年级开始实验。2004年扩展到其他实验区。

2005年,组织了新思维小学数学教学体系研讨活动,全国300多位教师与教研员参与研讨。同年,与澳门数学教育研究学会合作,研发了《新思维数学》教科书,在澳门、香港部分学校使用。

同年,由教育部浙江大学基础教育课程研究中心对新思维小学数学教学实验成果进行阶段性评估,认为效果显著。

2006年,浙江省教育厅教研室和教育部浙江大学基础教育课程研究中心联合邀请张景中院士、张奠宙教授等15位专家,对新思维小学数学体系进行了鉴定,得到高度评价。

2007年3月,浙江省教育厅致函教育部推荐《新思维数学》教材立项,同年8月,教育部基础教育教材审定工作办公室批复,同意立项编写小学数学教科书。审查意见认为:“主题介入、数学建构、开放教学”模式方向明确,思路比较清晰,有一定的研究基础和实践基础;体例的选择和内容的编排比较符合学生的认知特点,具有一定的可行性和创新性;对数学思维训练方面的考虑有目标,也有实现目标的途径和措施,在促进学生数学思维能力方面有一定的操作性。

同年,该项研究成果再次获浙江省人民政府基础教育教学成果一等奖。

2008年4月,作为新思维数学教学研究的重要成果,由浙江教育出版社出版的小学《数学》一、二年级4册经全国中小学教材审定委员会审查通过,成为全国九年义务教育实验教科书。7月编委会主要成员去墨西哥参加第11届国际数学教育大会,研究成果在“数学课程重建”分会场作了交流。10月在杭州市人民政府和浙江省教育厅组织的中国杭州西湖博览会名师名校长论坛上展示了“新思维小学数学教学体系”研究成果。

2009年,编委会在4个地区组织了新思维小学数学教学观摩研讨活动,全国各地4000人参加研讨了8个专题,观摩了40节课。同年5月,浙教版小学《数学》三年级上、下册通过了全国中小学教材审定委员会审定。6月,北京师范大学“认知神经科学与学习”国家重点实验室对上城区2003年至2009年全程参与新思维小学数学教学实验的学生进行了数学学业质量监测,结论是“数学基础很好”。

2010年6月,浙教版小学《数学》四上~六下6册通过了全国中小学教材审定委员会审查。

2010年12月,“提高数学素养,降低学习难度——新思维小学数学教学序列创建与方式创新”获全国基础教育课程改革教学研究成果二等奖。

### 三、成果主要内容

新思维小学数学教学,通过“重组结构,更新内容,滚动发展”的方式,设计了学习新序列;通过“主题介入,数学建构,差异发展”的策略,形成了教学新方式,从而构建了“提高数学素养,降低学习难度”的数学学习新体系。

#### (一)设计了学习新序列

作为教育任务的数学从学术形态的数学改造而来,构造数学的教育形态,关键是对知识合理组织,构建起利于教学的“序”。

### 1. 重组结构

新思维小学数学教学,改变了原来线性的教学结构体系,着眼于处理好数学知识的逻辑顺序和小学生心理发展顺序之间的关系,对小学数学的内部结构进行了调整和重组,形成了网络型的教学结构体系。重组结构的基本途径包括以下三个方面:

(1)不同领域内容之间的整合。线性的教学结构体系,总是根据同一领域内容的先后顺序纵向展开。新思维小学数学教学体系,注意揭示不同领域内容之间的联系。例如,长方形的周长和面积是几何的内容,乘法分配律和两位数乘两位数是代数的内容,我们以“乘法分配律”为核心,把两个领域的内容整合在“篮球场上的数学问题”的主题下,形成一个教学单元。这个单元从步测和目测开始,为长方形周长学习积累经验,从长方形周长的两种不同计算方法中引出乘法分配律,用乘法分配律来说明两位数乘两位数的算理,解决较复杂的长方形面积计算问题。这样整合使得每个知识点的学习环环相扣,形成一个网状的知识结构。

(2)同一体系内部知识点学习顺序的调整。根据数学的本质和学生的认知规律,从利于学生理解和掌握的角度出发,对学习知识的顺序进行适当调整。

如“分数的意义和运算”,原来是在三年级学习分数的初步认识,五年级进一步学习分数的意义,再学习分数与除法的关系,然后学习真分数和假分数。调整后的学习顺序是:在分数初步认识的基础上,学习分数与除法的关系,认识分数的本质,并引出真分数与假分数,再进一步概括分数的意义。调整之后的教学体系,能更清晰地揭示出分数的本质,方便学生理解假分数的概念。

(3)不同阶段学习内容的有机整合。算术与代数是两个不同阶段的学习内容,小学数学中通常都是先学习算术,到了高年级才开始学习代数。新思维数学从一年级开始引入图形表示未知数,把算术计算与代数运算有机整合,促进了代数思维的早期开发。用图形等形式表示数量关系,把分析数量关系与代数模式建构有机整合,培养学生数学建模的意识。

### 2. 更新内容

新思维小学数学对传统的教学内容进行深度研发,以研究当代儿童的知识背景和认知水平为基础,对小学数学重要的学习内容进行了梳理和更新。

数的计算,无论从现实生活还是后继学习,都是学生应该掌握的基本能力。新思维小学数学在计算教学中,除常规训练外,还加强了计算活动中的思考性训练。如20以内进位加法是传统的教学内容,几年间学生学习的基础发生了很大的变化。据我们2001年的调查,杭州上城区的学前通过率已经达到77.53%,2009年的学前通过率更是高达91.62%。基于这样的学习起点,我们把训练重点从计算技能的习得转向思考性训练,在学习标准计算程序的同时,加强了计算活动中的思考,培养学生的创新意识,给学生提供创新机会,帮助学生积累创新经验。

新思维小学数学在应用问题教学中,克服了“讲解例题孤立化,分析方法繁琐化,练习内容单一化”的弊端,形成了以基本数量关系分析为基础,以数量关系复合为中介,以复合关系的结构和变换为重心的教学系列。

新思维小学数学在几何教学中,倡导在动态变换的过程和操作活动中培养学生的空间观念。设计了图形辨认,找隐蔽图形,图形特征概括,图形类比推理,图形分割与组合,图形变换,图形折叠和展开等训练系列。

### 3.滚动发展

学生对数学知识的理解与能力的发展不是一蹴而就的,而是有一个逐步提高的过程。新思维小学数学教学体系,致力于使学生在重要知识与形成能力时,能像“滚雪球”那样滚动发展,经历由小到大和逐步积累的过程。按照“为进而退,退中悟理,执理而进”的思路,采取“前有孕伏,中有突破,后有发展”的呈现序列。

前有孕伏,是指结合可以联系的知识点,将学习一个重要知识点所必需的基础进行前期铺垫,降低在新知学习第一时间产生的难度。

中有突破,是指在新知学习过程中,让学生主动利用原有的知识,突破新知探索中的难点,使经验材料数学化,数学材料逻辑化。

后有发展,是指把“中有突破”的探索中获得的数学知识和方法进行迁移,在知识运用的深度、广度和灵活度上有所拓展。

## (二)形成了教学的新方式

新的学习序列的设计提供了“轻负担,高质量”的假设,要真正地实现“提高数学素养,降低学习难度”,还需要创新的教学方式,创新的着力点是学生学习的主动发展。

### 1.主题介入

主题介入,是指围绕一个主题情境介入数学学习的过程。具体地说,是让学生围绕一个数学学习情境,从介入对情境中数量关系或空间形式的分析开始,经历提出并解决数学问题的全过程。主题情境主要是结合学生日常生活实际和学生感兴趣的内容而创设的情境,在这些情境中包含了一个个的数学问题,学生通过对数学问题的发现与解决,完成数学学习的全过程。例如,把“旅游中的数学问题”作为一个单元的主题情境,研究人们在旅游中可能遇到的各种数学问题作为学习背景,发现“单价、数量、总价”,“速度、时间、路程”等数量之间的关系,并用以解决实际问题。

### 2.数学建构

数学建构,主要倡导利用原有知识主动探求新知,以数学问题的提出和解决来引导学生积极情感状态下的自主性学习活动。新思维小学数学教学体系主要通过“知识问题化”和“问题知识化”两个过程,使学生完成对数学知识和方法的建构。

知识问题化,是指根据主题情境提出数学问题的过程。具体地说,就是把数学知识以问题的形式呈现,使得知识的形成过程和结论隐含在问题之中。知识问题化的关键是设计主题情境,根据创设的主题情境提出实际问题,并使之转化为数学问题。新思维小学数学教学体系,把提出问题作为一种相对独立的数学活动,把培养学生提出问题的能力作为教学的重要目标。

问题知识化,是指经历解决问题并获得数学知识的学习过程。具体地说,问题知识化是以问题为引领,通过对问题进行再加工,在展开问题解决的过程中完成对数学知识的学习与建构。

### 3.差异发展

人与人之间的差异客观存在,不同的人在学习数学中表现出不同的能力水平。小学生学习数学的能力差异,主要表现在对数学材料的感知、概括和迁移上。新思维小学数学教学体系,从关注学生数学学习的现实性走向开发学生学习数学的可能性,在确保每个人达到基本要求的基础上,实施有差异的教学,促进学生有差异的发展。教学中,为学生提供能

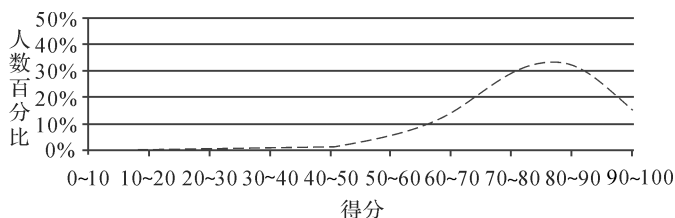
体现不同能力水平的数学问题,并对每个重要知识点的掌握程度和相应的能力水平进行刻画,对学生个体进行诊断,提出个性化的学习要求,引导学生向更高一级水平发展。

## 四、成果实践效果

### 1. 提高学生数学素养,降低数学学习难度

2009年6月,北京师范大学“认知神经科学与学习”国家重点实验室对2003—2009年全程参与实验的2000多名学生做了教学质量监测,结果表明实验学生在完成小学阶段学习后,“数学基础很好”。较多学生的得分集中在70~90分之间,约占总人数的61.5%,其中有部分学生数学基础非常好,90分以上的学生比例约为16%。

2003~2009年实验学生测试得分分布



与此同时,教育部浙江大学基础教育课程研究中心对实验教师进行了问卷调查,得出的结论是93.2%的教师认为,新思维小学数学便于学生学习与掌握,有利于激发学生学习数学的兴趣。

### 2. 提高教师研究水平,引领课程改革前行

新思维数学教学实验启发和推动着教师的在教学观、学生观和质量观上的转变。教师开始意识到自己是学习的引导者、促进者、参与者的真正内涵,感受到课堂更应该是一个民主、开放、宽容、生成的场所,学习的权利更多地下放到了学生身上,教师的目光着眼于学生的生命发展。在新思维数学教学实验的过程中,平均每年指导一线教师发表文章20余篇,在《小学教学(数学版)》《小学数学教师》等期刊上设立专栏,每年指导教师执教新思维数学公开课约40节。为广大教师搭建交流、展示新思维数学思想的平台,活跃了教师之间的业务交流和学术研讨。

### 3. 组建一个科研团队,丰富数学教学研究

在新思维数学的研究过程中,形成了一个的老中青结合的研究团队,活跃在中国小学数学教育界,在各级各类期刊上发表了大量的文章,也在各种教学观摩活动中展示了富有特色的新思维数学课,在各种论坛上表达新思维数学的观点。为了拓展国际交流,还在第11届国际数学教育会议上向国际数学教育同仁介绍了新思维小学数学,引起广泛关注。国内众多专家给予团队厚望,认为:这一研究团队历久不衰,形成了教育研究的基地,是我国数学教育研究的一支优秀队伍。

## 五、成果特色与创新

这项研究成果的主要特色是:改变了原来的小学数学知识体系和教学方式,构建了新

的知识序列和教学方式,达到了提高学生的数学素养、降低学生学习难度的目的。

这项研究的创新之处是:

第一,构建了小学数学知识的新序列。主要包括:代数思维的早期开发的序列;计算教学中的思考性训练序列;在动态变化过程中发展空间观念的几何教学序列;应用问题数量关系的基本结构和基本变换的教学序列。

第二,创建了小学数学教学的新方式。特别是提出了“知识问题化,问题知识化”的理念并进行了有效的教学实践。

第三,探索了基层教师培训机构“扎根学校,立足实验,团队协作,专业共进”的研究与培训新方式。弘扬了“五十年如一日”潜心小学数学教学研究的精神。

第四,研发了一套促进小学生数学思维能力发展的《学数学长智慧》(浙江大学出版社出版)学习材料。

新思维小学数学实验研究,得到了由中科院院士、大学教授、著名特级教师等组成的鉴定专家组的充分肯定,他们认为:“这项实验的研究成果在不同历史时期都具有国内领先水平”。“新思维团队具有锲而不舍的钻研精神,严谨中求创新的治学态度,构建了小学数学新思维教学体系,一系列成果是小学数学领域内的一笔可贵财富,在理论与实践上所作的贡献令人尊敬,具有推广价值。新思维数学教学的研究成果在当前建设创新型国家中具有重要的意义。”

## 第二章 小学新思维数学教学的基本原则

思维教育是数学教育的核心。数学教学过程是学生在教师指导下,通过数学思维活动,掌握数学家思维活动的成果,并发展数学思维能力的过程。

在数学教学中存在着三种思维活动,即数学家的思维活动(一般地存在于教材之中)、数学教师的思维活动和学生的思维活动。

数学知识是数学家思维活动的成果,从这些成果中,可以觉察出他们的思维过程,而这种思维过程正是学生思维活动的楷模。数学家虽然不直接参与数学教学活动,但是他们以教材和教师为中介来影响数学教学活动。

学生是数学学习活动的主体,学生所学的数学知识是数学家思维的结果,学习知识不是简单的吸收,而必须通过积极的思维活动把数学家的思维结果通过“再创造”转化为自己的思维结果。数学学习的“再创造”过程并非是去重复历史上的“原始创造”,而应根据自己的体验,并用自己的思维方式重新去创造有关的数学知识。但是,在“再创造”过程中,学生难以独立完成重现数学家思维过程的任务,而且数学家的思维与学生的思维水平存在着一定程度的质的差异。因此,需要通过教师的指导,以利于学生建构数学家思维活动的成果。

数学教师是数学教学过程中的组织者和积极参加者,他需要根据数学知识结构,重现数学家思维活动的过程,并根据学生的思维特点和水平,制订出学生学习的“序列”;他还需要指导、调控学生的思维活动,把静态的知识结论转化为动态的探索对象,让学生在探索未知领域的过程中,逐步实现学生的思维结构向数学家的思维结构转化。

成功的数学教学就是要实现数学家的思维活动、数学教师的思维活动和学生的思维活动的和谐与统一,而认识和处理这三种思维活动的相互关系,则构成了小学新思维数学教学的基本原则。

### 一、结构性原则

学生在数学活动中,存在两种结构。一种是知识结构,即数学知识之间的内在联系所构成的整体。数学知识结构是数学家研究的对象,是前人研究所积累的经验总结。教材中的数学知识结构是数学教育家根据教育要求和学生的认知规律组织起来的知识结构。数学教材的知识结构不等同于数学本身的知识结构。知识结构是客观的,对学生来说是外在的东西。另一种是认知结构,数学认知结构是学生学习数学时,在自己的头脑中逐渐形成的认知模式,即学生头脑里的知识结构。认知结构是主观的,对学生来说是内在心理上的东西。结构性原则,概括地说,就是把数学知识结构转化为数学认知结构。这里有两方面的含义:第一把具有逻辑意义的数学知识转化为具有潜在意义的教材知识结构;第二,把教材知识结构转化为学生头脑里的知识结构,即把具有潜在意义的数学知识转化为具有心理

意义的数学知识。

对于学生来说,最根本的是心理意义。一项知识,对于前面的知识来说,具有逻辑意义,对于某一学生群体来说,具有潜在意义,但这并不等于学生自己的知识,新知识只有与学生的原有知识建立联系,发生了相互作用之后,才能成为学生的知识,也就是建立了心理意义。

良好的知识结构,可以使学生更好地理解新知识。建立心理意义为特征的理解,实际上就是学生充分利用原有的数学知识和经验去理解新的数学事实和教学现象的心理过程。一个好的知识结构是由知识点、知识链构成的纵横交叉的多维知识体系,既反映了知识间的纵向联系,又揭示了知识间的横向联系和逆向转换关系。知识点是指知识的基本单位,如基本概念、基本原理等。知识链是表示知识间的相互关系,诸多纵横交叉的知识链有机地构成知识网。学生掌握了知识网,就能从整体上把握知识,形成简结构大容量的知识结构。简结构,主要指再生能力较强的基本结构,这种结构具有知识之间的联结与转换功能,具有知识结构的同化和顺应功能,它必然包含较大的知识容量,能将所包含的内容统筹兼顾,有主有从,以主带从。

按照建构主义的观点,数学学习活动在很大程度上取决于学生已有的知识和经验为基础的主动建构活动,这与传统教学设计的控制性质直接相对立。贯彻数学教学思维教育结构性原则,就不应把数学教育看成是客观知识的传递过程,而应着眼于促进学生主动地建构认知结构,促进智慧的发展。

奥苏伯尔把“认知结构”定义为一个人观念的全部内容和组织。认知心理学认为,儿童智慧的发展是认知结构的发展。皮亚杰将儿童智慧、能力的发展,看成是主体在环境作用下,通过“同化”和“顺应”两种功能,改变认知结构,从而不断适应环境的过程。所谓“同化”,指把新知识纳入到原有的认知结构中去,充实和完善原有的认知结构;所谓“顺应”是指原有的认知结构不能被同化新知识时,对原有的认知结构加以调整,引起认知结构发生质的变化。同化和顺应这两种功能,只有学生主体主动发挥作用时,才能起作用。

我们的研究表明,优等生的认知结构,反映了教材的知识结构,而差等生的认知结构与教材的知识结构相差较大。培养和发展学生数学思维能力的主要方法,就是促进学生主动地建构良好的认知结构。

## 二、过程性原则

原苏联数学教育家托利亚在《数学教育学》中明确指出:“数学教育是数学活动的教育”,也就是思维活动的教育。我们把充分展示数学思维过程称之为过程性原则。

过程性原则,要求数学教师自觉地展示数学思维过程,通过自己的创造性思维活动,在数学家的思维活动与学生的思维活动之间架设桥梁。在数学思维的各个阶段、各个环节,都应该毫无例外地展示过程。通过展示数学思维过程,让学生感受、理解数学知识产生和发展的过程,培养学生的科学精神和创新思维习惯。

忽视数学活动中的思维过程是当前小学数学教育中不良倾向的要害。例如满堂灌、注入式取消了结论产生的思维过程,把数学学习变成反复再认识由课本或教师规定的结论;题海战术、取消了方法的思维过程,把数学学习变为重复某些既定的题型解法。忽视数学